

الحجم الساعي: 3 ساعات و 25 دقيقة

سلسلة تمارين - الاشتقاقية -

التمرين الأول: (العدد المشتق. 15 د*)

(1) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = (x-1)^2$ ، وليكن h عدد حقيقي غير معدوم.

(أ) احسب النسبة $\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ ، ثم بسطها.

(ب) هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 1؟ اذا كانت الاجابة نعم، كم يساوي $f'(1)$ ؟

(2) لتكن الدالة g المعرفة على $[-2; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = \sqrt{x+2}$ ، وليكن h عدد حقيقي موجب تاما.

(أ) احسب النسبة $\frac{g(-2+h)-g(-2)}{h}$ ، ثم بسطها.

(ب) هل الدالة g تقبل الاشتقاق عند -2؟ اذا كانت الاجابة نعم، كم يساوي $g'(-2)$ ؟

(3) لتكن الدالة k المعرفة على $]-\infty; -\frac{1}{2}[$ بالعلاقة: $k(x) = \frac{1}{2x+1}$ ، وليكن h عدد حقيقي غير معدوم.

(أ) بين أن: $\frac{k(h)-k(0)}{h} = \frac{-2}{2h+1}$

(ب) هل الدالة k تقبل الاشتقاق عند 0؟ اذا كانت الاجابة نعم، كم يساوي $k'(0)$ ؟

التمرين الثاني: (معادلة المماس. 15 د*)

(1) لتكن f دالة معرفة على مجال يحتوي a وليس فقط a . وليكن (C_f) منحنيها البياني في مستوي منسوب الى معلم. عين المعادلة المختصرة للمماس (T) للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة a ، في كل حالة من الحالات التالية:

(أ) $a = 3$ و $f(3) = -2$ و $f'(3) = 5$

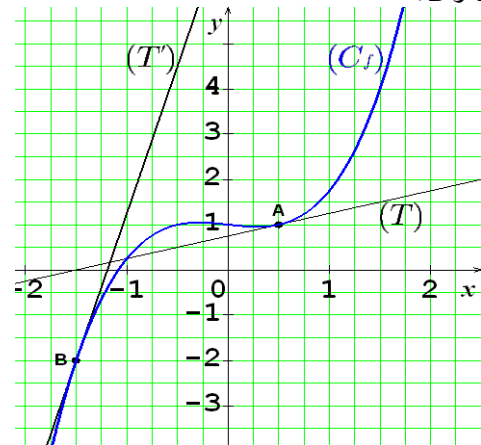
(ب) $a = -7$ و $f(-7) = 0$ و $f'(-7) = -\frac{2}{5}$

(2) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق عند القيمة 4، و المعادلة المختصرة للمماس عند النقطة ذات الفاصلة 4 هي: $(T): y = 5 - \frac{2x}{3}$. عين $f(4)$ و $f'(4)$.

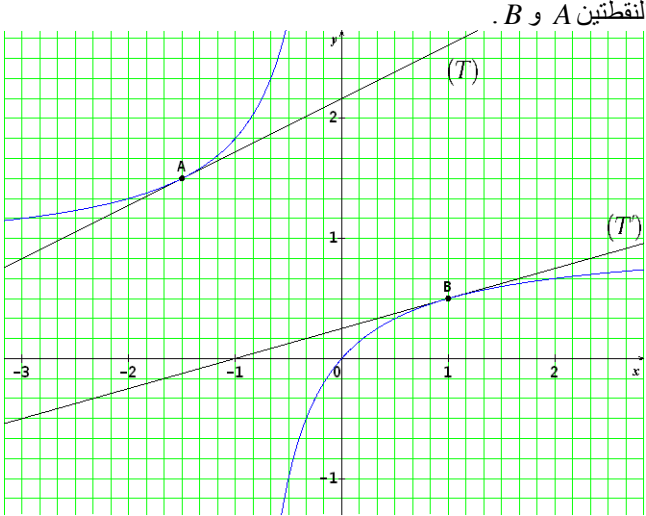
التمرين الثالث: (قراءة بيانية. 30 د*)

(1) بقراءة بيانية لقيم $f\left(-\frac{3}{2}\right)$ ، $f'\left(-\frac{3}{2}\right)$ ، $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و $f'\left(\frac{1}{2}\right)$. عين

المعادلة المختصرة لكل من المماسين (T) ، (T') للمنحنى (C_f) عند النقطتين A و B .

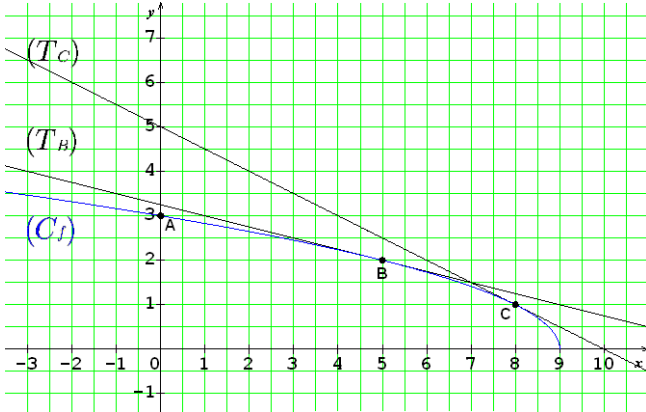


(2) عين المعادلة المختصرة لكل من المماسين (T) ، (T') للمنحنى عند النقطتين A و B .



(3) بعد تعيين المعادلة المختصرة لكل من المماسين (T_B) ، (T_C) للمنحنى (C_f) . ارسم المماس (T_A) للمنحنى (C_f) عند النقطة A علما أن

$$f'(0) = -\frac{1}{6}$$



التمرين الرابع: (عبارة الدالة المشتقة. 35 د**)

في كل حالة من الحالات التالية، عين $f'(x)$ من أجل كل $x \in I$.

(1) $I = \mathbb{R}$ ، $f(x) = 3 - \frac{7x}{2}$ (7) $I =]0; +\infty[$ ، $f(x) = x\sqrt{x}$

(2) $I = \mathbb{R}$ ، $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ (8) $I = \mathbb{R}^*$ ، $f(x) = -\frac{2}{x}$

(3) $I = \mathbb{R}$ ، $f(x) = \frac{2x-1}{4x^2+1}$ (9) $I =]0; +\infty[$ ، $f(x) = x^3 - \sqrt{x}$

(4) $I =]-\infty; \frac{1}{2}[\cup]\frac{1}{2}; +\infty[$ ، $f(x) = \frac{7}{(2x-1)^2}$

(5) $I =]0; +\infty[$ ، $f(x) = 2\sqrt{x} \times \left(\frac{x^4}{4} + \frac{1}{x^2}\right)$

(6) $I =]0; +\infty[$ ، $f(x) = (x + \sqrt{x})^3$

التمرين الخامس: (30 د**)

لتكن f الدالة المعرفة بالعلاقة $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ ، وليكن (C_f) منحنيها

البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين مجموعة تعريف الدالة f .

(2) احسب $f'(x)$ من أجل كل $x \in D_f$.

الحجم الساعي: 3 ساعات و 25 دقيقة

سلسلة تمارين - الاشتقاقية -

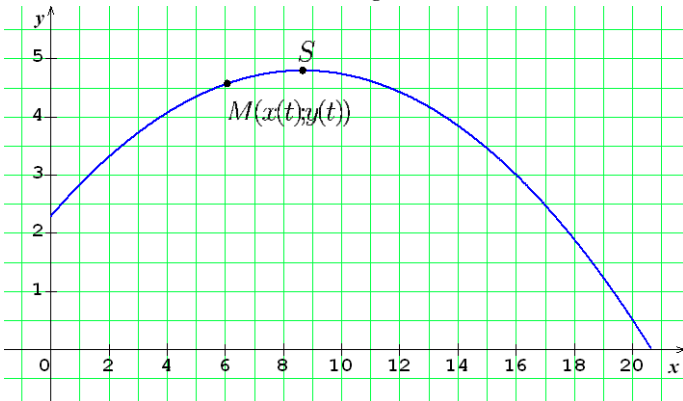
- (1) من بين القيم لـ $g(1)$ ، $g'(1)$ ، $g(4)$ ، $g'(4)$ ، ماهي القيم التي يمكن قراءتها من البيان؟ عين قيمها.
- (2) بين أنه نحصل على جملة معادلتين للمجهولين a و b ، تكافئ الجملة
- $$\begin{cases} 4a+1=0 \\ a+b=1 \end{cases}$$
- (3) عين عندئذ قيمتي a و b ، ثم عين عبارة كلا من $g(x)$ و $g'(x)$.
- (4) انطلاقا من البيان، عين إشارة $g'(x)$ وفق قيم x . ثم تأكد من النتيجة حسابيا.

التمرين الثامن: (تطبيق في الفيزياء. 30 د **)

يقذف رياضي جلة بسرعة ابتدائية تقدر بـ $v_0 = 14m.s^{-1}$ ، مشكلة زاوية مع الافق تقدر بـ $\alpha = 30^\circ$. عند لحظة قذف الجلة يكون على ارتفاع $h = 2,3m$ من سطح الأرض. موضع الجلة في اللحظة t مقدر بالثانية معطى بالإحداثيتين $(x(t); y(t))$ ، حيث:

$$\begin{cases} x(t) = (v_0 \cos \alpha)t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t + h \end{cases}$$

نعتبر في لحظة قذف الجلة $t = 0$. في الشكل الموالي مثلنا المسار الممكن للجلة، نأخذ الجاذبية $g = 9,8m.s^{-2}$.



نقبل أن: * فاصلة النقطة S هي: $x_S = 5\sqrt{3} (\approx 8,66m)$.

* الجلة تلامس سطح الأرض في اللحظة t_F على مسافة

$$x_F = 12 + 5\sqrt{3} (\approx 20,66m)$$

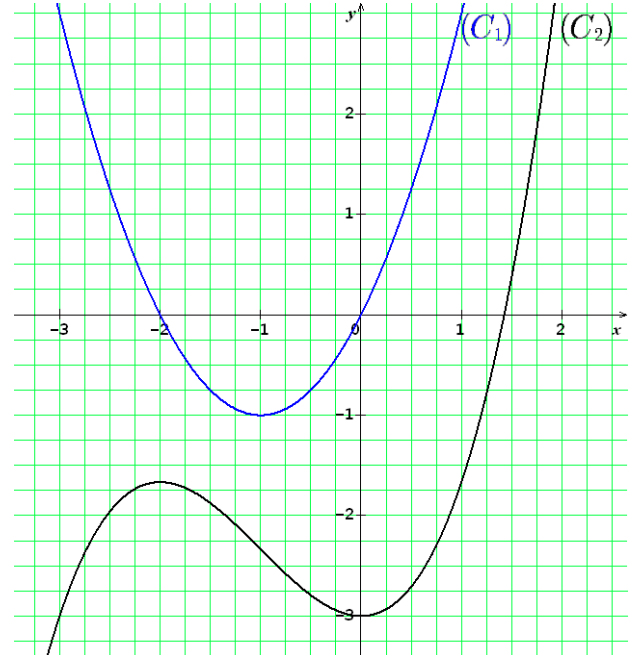
$$\begin{cases} x(t) = 7\sqrt{3}t \\ y(t) = -4,9t^2 + 7t + 2,3 \end{cases}$$

- (1) تحقق أن:
- (2) السرعة اللحظية للجلة في اللحظة t تعطى بشعاع السرعة $\vec{v}(t)$ ذو الاحداثيتين $(x'(t); y'(t))$. من أجل $t \in [0; t_F]$ ، عبر عن $x'(t)$ و $y'(t)$ بدلالة t .
- (3) عين في أي لحظة t_S الجلة تبلغ أقصى قمة من القطع المكافئ. استنتج عندئذ احداثي شعاع السرعة $\vec{v}(t_S)$.
- (4) أ) بين أن: $t_F = \frac{5+4\sqrt{3}}{7}$
- ب) استنتج احداثي شعاع السرعة $\vec{v}(t_F)$.
- ج) من أجل الإجابة على السؤال "ما هي السرعة التي تلامس بها الجلة سطح الأرض؟". احسب طول شعاع $\vec{v}(t_F)$.

- (3) شكل جدول تغيرات الدالة f .
- (4) احسب العدد المشتق للدالة f عند -1 ، 0 ، 2 و 3 .
- (5) أنشئ المنحنى (C_f) على المجموعة $[-3; 1[\cup]1; 5]$ ، مع اظهار المماسات للمنحنى (C_f) عند النقاط ذات الفواصل -1 ، 0 ، 2 و 3 .

التمرين السادس: (15 د *)

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، مثلنا منحنى دالة f و منحنى دالتها المشتقة f' . كما هو مبين في الشكل الموالي.



- (1) ارفق كل منحنى بدالته المناسبة، مبررا اجابتك بتشكيل جدول إشارة $f'(x)$ و جدول تغيرات الدالة f .
- (2) بقراءة بيانية عين ما يلي: $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(-3)$ و $f'(-3)$.
- (3) نرمز بـ (T_A) و (T_B) للمماسين للمنحنى (C_f) عند النقطتين A و B ذات الفاصلتين (-3) و 0 على الترتيب. علم على الرسم النقطتين A و B ، ثم ارسم المماسين (T_A) و (T_B) .

التمرين السابع: (25 د **)

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بالعلاقة $g(x) = ax + b + \sqrt{x}$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان. الشكل الموالي يبين المنحنى (C_g) للدالة g .

