

(الدارة (الكهرباء :04ملخص بسيط للوحدة RC

أهم ما يجب أن تعرفه :

- ✓ التفريق بين الدارة RC و الدارة RL.
- ✓ التمييز بين دارة الشحن ودارة التفريغ .
- ✓ تحديد جهة مرور التيار الكهربائي و جهة التوترات (سواء في الشحن أو التفريغ)
- ✓ كيفية ربط جهاز راسم الاهتزاز المهبطي للحصول على مختلف البيانات .
- ✓ التمييز بين المقادير الثابتة والمقادير المتغيرة .
- ✓ التفسير المجهرى على مستوى المكثفة في الشحن والتفريغ .
- ✓ التحليل البعدي لثابت الزمن τ (التجانس مع الزمن)
- ✓ تطبيق قانون جمع التوترات بصفة صحيحة .
- ✓ ايجاد المعادلات التفاضلية .
- ✓ التحقق من الحل المعطى للعبارة التفاضلية بأنه صحيح .
- ✓ حساب قيم المتغيرات في الحالتين : الابتدائية $t = 0$ والنهائية $t = 5\tau$.
- ✓ ايجاد العلاقة بين العبارة النظرية والعبارة البيانية (في حالة كان المنحنى عبارة عن دالة تألفية من الشكل $y = ax + b$)
- ✓ قراءة مختلف المنحنيات بصفة جيدة واستخراج مختلف الثوابت انطلاقا من المنحنيات (استخراج τ ، E ، I_0 ، الخ)
- ✓ حساب الطاقة المحولة إلى الناقل الأومي .
- ✓ حساب الطاقة المخزنة في المكثفة وحساب الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة .
- ✓ استنتاج علاقة $t_{1/2}$.
- ✓ إثبات أن تقاطع محور الترتيب مع الميل (عند الصفر) في بيان الطاقة لتفريغ مكثفة يوافق اللحظة $\frac{\tau}{2}$.
- ✓ التفريق بين مولد للتوتر الثابت ومولد للتيار الثابت .

المعادلة التفاضلية هي معادلة يكون فيها المتغير بالإضافة إلى مشتق المتغير .

تكتب المعادلات التفاضلية على الشكل التالي :

$$\text{ثابت} = \frac{d(\text{المتغير})}{dt} + \frac{1}{\tau} \text{المتغير}$$

القوانين المستعملة :

قانون جمع التوترات : $E = u_R(t) + u_C(t)$

حساب الطاقة المخزنة في المكثفة : $E_C(t) = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t)$

حساب ثابت الزمن : $\tau = R_T \times C$ حيث R_T هو مجموع المقاومات ، C هي سعة المكثفة (

العلاقة بين شدة التيار الكهربائي والتوتر بين طرفي الناقل الأومي : $u_R(t) = R \times i(t)$

العلاقة بين الشحنة الكهربائية والتوتر بين طرفي المكثفة : $q(t) = C \times u_C(t)$

العلاقة بين شدة التيار الكهربائي والشحنة الكهربائية : $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \times \frac{du_C(t)}{dt}$

المقادير الثابتة :

وحدته	رمزه	الثابت
الفولط (V)	E	التوتر بين طرفي المولد
الأوم (Ω)	R	مقاومة الناقل الأومي
الثانية (s)	τ	ثابت الزمن
الفاراد (F)	C	سعة المكثفة

المقادير المتغيرة :

المتغير	رمزه	وحدته
التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة	$u_C(t)$	الفولط (V)
الشحنة الكهربائية	$q(t)$	الكولوم (C)
شدة التيار الكهربائي	$i(t)$	الأمبير (A)
التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي	$u_R(t)$	الفولط (V)
الطاقة المخزنة في المكثفة	$E_C(t)$	الجول (J)

نميز في الدارة RC فترتين (دارتين) : دارة الشحن ودارة التفريغ

لدينا 5 متغيرات وبالتالي لدينا 5 معادلات تفاضلية في كل دارة أي 5 للشحن و 5 للتفريغ (المجموع 10 معادلات تفاضلية) .

في السنة الحالية BAC 2021 تم الإكتفاء فقط بـ 6 معادلات تفاضلية وهي :

المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$ في الشحن والتفريغ .

المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة الكهربائية $q(t)$ في الشحن والتفريغ .

المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ في الشحن والتفريغ .

حلول المعادلات التفاضلية أو العبارة اللحظية :

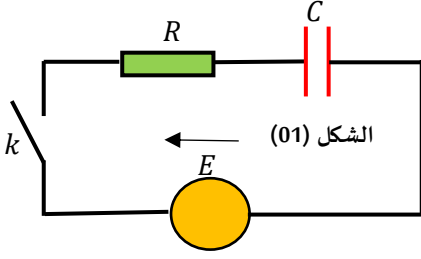
في الشحن :

$u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$	بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة
$q(t) = CE(1 - e^{-t/\tau}) = Q_0(1 - e^{-t/\tau})$	بدلالة الشحنة الكهربائية
$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$	بدلالة شدة التيار الكهربائي
$u_R(t) = RI_0 e^{-t/\tau}$	بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي
$E_C(t) = \frac{1}{2}CE^2(1 - e^{-t/\tau})^2 = E_{C\max}(1 - e^{-t/\tau})^2$	بدلالة الطاقة المخزنة في المكثفة

في التفريغ :

$u_C(t) = E e^{-t/\tau}$	بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة
$q(t) = CE e^{-t/\tau} = Q_0 e^{-t/\tau}$	بدلالة الشحنة الكهربائية
$i(t) = -I_0 e^{-t/\tau}$	بدلالة شدة التيار الكهربائي
$u_R(t) = -RI_0 e^{-t/\tau}$	بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي
$E_C(t) = \frac{1}{2}CE^2 e^{-2t/\tau} = E_{C\max} e^{-2t/\tau}$	بدلالة الطاقة المخزنة في المكثفة

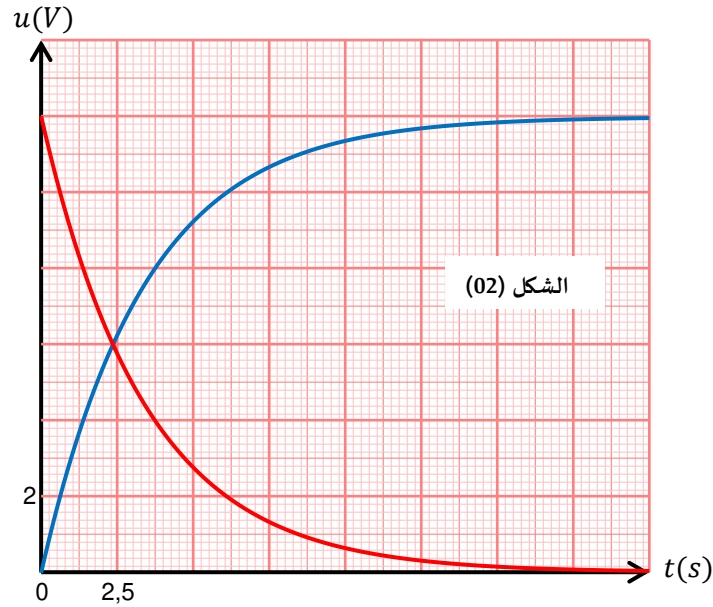
من أجل التحقق من سعة المكثفة C المكتوبة على غلاف مكثفة ، قام فوج من التلاميذ في حصة مخبرية بأخذ مكثفة غير مشحونة وقاموا بإحضار مولد كهربائي ذو توتر ثابت E مقاومته الداخلية مهملة ، وناقل أومي مقاومته $R = 1\text{ k}\Omega$ ، وقاطعة k ، ثم قاموا بتركيب الدارة كما هو موضح في (الشكل 1)



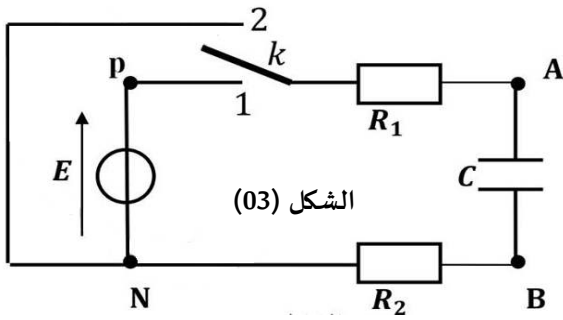
عند غلق القاطعة ، شاهدوا على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنيين a و b في (الشكل 02)



- 1- أعد رسم الدارة ومثل عليها بسهم جهة مرور التيار الكهربائي والتوترين الكهربائيين u_R و u_C
- 2- بين كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي بين طرفي المكثفة والناقل الأومي .
- 3- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بين طرفي المكثفة .
- 4- إذا كانت العبارة $u_C = A(1 - e^{Bt})$ حلا للمعادلة التفاضلية ، إستنتج عبارتي الثابتين A و B وأحسبهما .
- 5- أعط عبارة التوتر بين طرفي الناقل الأومي u_R .
- 6- برهن أنّ المماس عند $t = 0$ للبيان u_C يقطع المستقيم الأفقي $y = E$ في اللحظة τ .
- 7- أوجد العلاقة بين المنحني a و b ، والتوترين u_R و u_C مع التعليل .
- 8- عيّن إحداثيات النقطة M تقاطع المنحنيين a و b .
- 9- أحسب سعة المكثفة C ، ثم تحقق هل ما كتب على لاصقة المكثفة صحيح .
- 10- حدد المدة الزمنية التي تشحن فيها المكثفة كليا .
- 11- أحسب الطاقة المخزنة الأعظمية في المكثفة $E_{C\max}$.
- 12- بين أن $\left(\frac{e}{e-1}\right)^2 = \frac{E_{C\max}}{E_C(\tau)}$ ثم أحسب قيمة هذه النسبة .
- 13- بين أن اللحظة الموافقة لتخزين نصف الطاقة الأعظمية هي : $t = \tau \ln\left(\frac{2}{2-\sqrt{2}}\right)$.
- 14- تأكد أنه في نفس اللحظة يكون التوتر بين طرفي المكثفة : $u_C = \frac{E}{\sqrt{2}}$



التمرين 02 :



دائرة كهربائية تحتوي على العناصر التالية مربوطة على التسلسل :
مولد مثالي توتره E ، مكثفة سعتها C ، بادلة k ، ناقلان أوميان (R_1, R_2) حيث
 $R_2 = 4 k\Omega$ ، $R_1 = 1 k\Omega$ (أنظر الشكل 03)
1- في اللحظة $t = 0$ نضع البادلة عند 1 .

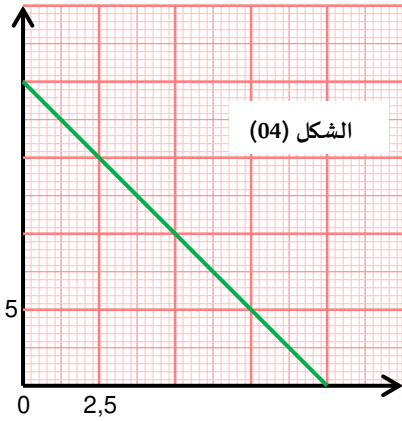
أ. ماهي الظاهرة الفيزيائية التي تحدث عن وضع البادلة في الوضع (1) .

ب. أعط العبارات الحرفية للتوترات u_{BN} ، u_{AB} ، u_{PA} ، u_{PN} ؟

ت. بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن : $\frac{dq}{dt} + aq - b = 0$ ثم عيّن كلا من الثابتين a و b ؟

ث. إذا كانت العبارة $q(t) = A(1 - e^{-Bt})$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة ، عيّن كلا من A و B ؟

$\frac{dq}{dt} (\times 10^{-4} A)$



ج. بالإعتماد على البيان (الشكل 04) أحسب كلا من :

- ثابت الزمن τ
- سعة المكثفة C
- التوتر E

2- نضع الآن البادلة في الوضع 2 وعند لحظة نعتبرها مبدأ للزمن

أ. ماهي الظاهرة الفيزيائية التي تحدث عند وضع البادلة في الوضع (2) ؟

ب. مثل كل من جهة التيار والتوترات في الدارة الكهربائية .

ت. أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.

ث. أكتب عبارة $u_C(t)$ بدلالة الثوابت الفيزيائية للدارة ، وماهي اللحظة الزمنية الموافقة لـ $u_C = \frac{E}{5}$.

ج. أكتب العبارة الزمنية لطاقة المكثفة عند التفريغ ثم أحسب قيمتها الأعظمية .

ح. أوجد العلاقة الرياضية بين زمن تناقص الطاقة إلى النصف $t_{1/2}$ وثابت الزمن τ ؟ ثم أحسب $t_{1/2}$.

خ. أحسب الطاقة الضائعة (المبددة) في الناقل الأومي بفعل جول عند هذه اللحظة .

التمرين 03 :

لدراسة شحن مكثفة ننجز التركيب الممثل في (الشكل 05)

عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة k فتشحن مكثفة سعتها C عبر ناقل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$ بواسطة مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$

(1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i في الدارة .

(2) يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل $i(t) = A \cdot e^{-t/\tau}$ أوجد عبارتي A و τ .

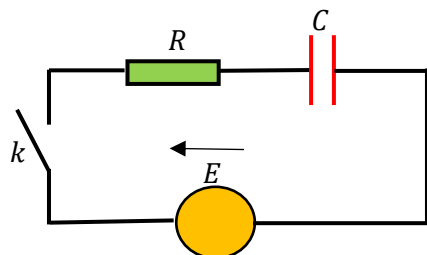
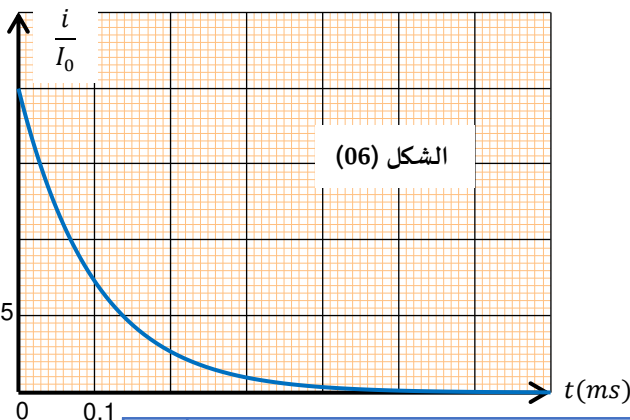
(3) استنتج العبارة الحرفية للتوتر u_C بدلالة الزمن t .

(4) يمكن نظام معلوماتي من تمثيل منحنى تغيرات $\frac{i}{I_0}$ بدلالة الزمن t حيث I_0 شدة التيار عند $t = 0$ (الشكل 06)

▪ حدد قيمة ثابت الزمن τ واستنتج سعة المكثفة C .

(5) لتكن $E_{C \max}$ الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن و $E_C(\tau)$ الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = \tau$.

▪ بين أن $\frac{E_C(\tau)}{E_{C \max}} = (1 - e^{-1})^2$ ثم أحسب قيمة هذه النسبة .

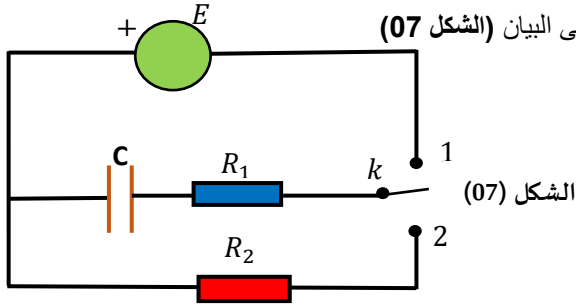


الشكل (05)

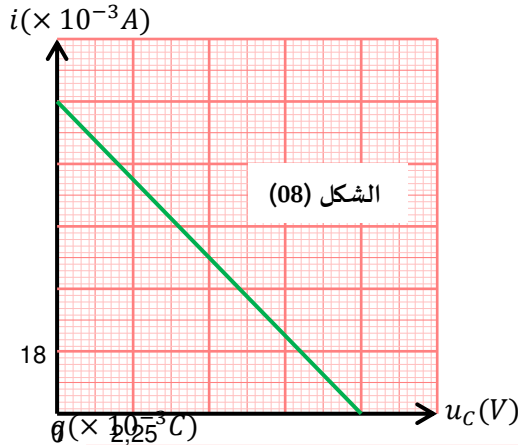
التمرين 04 :

نشكل دائرة كهربائية (الشكل 07) تحتوي على مولد مثالي قوته المحركة الكهربائية E وبإدلة k ومكثفة سعتها C غير مشحونة وناقلان أوميان R_1 ، R_2

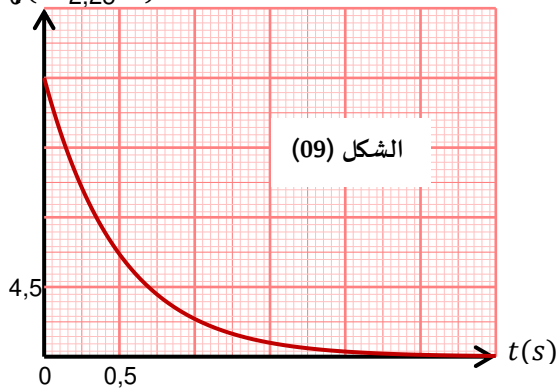
1- نضع البادلة في الوضع 1 ثم نرسم بيان تغيرات التيار المار في الدارة بدلالة u_C فنحصل على البيان (الشكل 07)



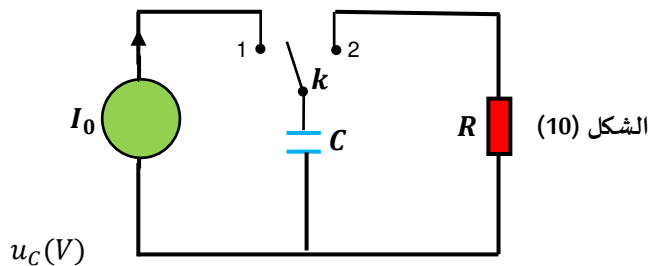
(الشكل 07)



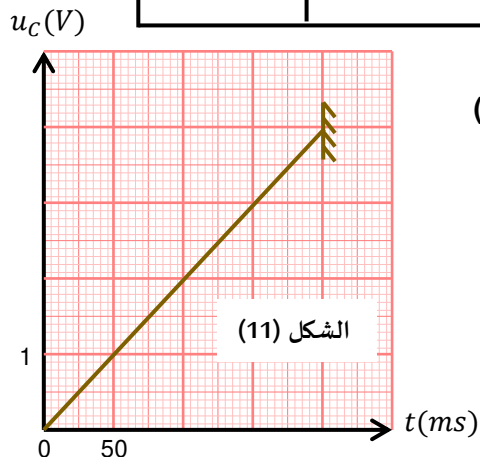
(الشكل 08)



(الشكل 09)



(الشكل 10)



(الشكل 11)

أ- في رأيك ماذا يحدث للمكثفة مفسرا اجابتك بما يحدث على المستوى المجهرى .

ب- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد عبارة i بدلالة كل من R_1 ، u_C ، E

ت- أكتب العبارة الرياضية للبيان .

ث- أوجد قيمة كل من R_1 ، E

ج- إذا كانت العبارة الزمنية للتيار هي $i(t) = 0.09e^{-5t}$

▪ أوجد قيمة سعة المكثفة C

▪ أوجد أعظم شحنة مخزنة في المكثفة q_{max}

2- عندما تشحن المكثفة تماما نغير وضع البادلة إلى 2 .

أ- في رأيك ماذا يحدث للمكثفة مفسرا اجابتك بما يحدث على المستوى المجهرى .

ب- بين على الدارة جهة التيار والتوترات .

ت- باستخدام قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة شحنة المكثفة q

مستنتجا عبارة ثابت الزمن τ مبينا أنه متجانس مع الزمن .

ث- يمثل (الشكل 09) بيان تغيرات الشحنة بدلالة الزمن :

اعتمادا على البيان :

▪ تأكد من قيمة q_{max}

▪ أوجد قيمة المقاومة R_2

▪ قيمة التيار عند اللحظة $t = 0.5 s$

▪ قيمة التوتر بين طرفي المكثفة عند اللحظة $t = 0.75 s$

التمرين 05 :

نحقق دائرة كهربائية كما في (الشكل 10) ، تتكون من :

▪ مولد تيار ثابت $I_0 = 4 mA$

▪ مكثفة سعتها C وهي غير مشحونة .

▪ ناقل أومي R

▪ بادلة k

1- نضع البادلة في الوضع 1 عند لحظة نعتبرها مبدأ للزمن ، سمحت برمجية مناسبة برسم بيان

تغيرات التوتر بين طرفي المكثفة u_C بدلالة الزمن فتحصلنا على البيان الموضح في (الشكل 11)

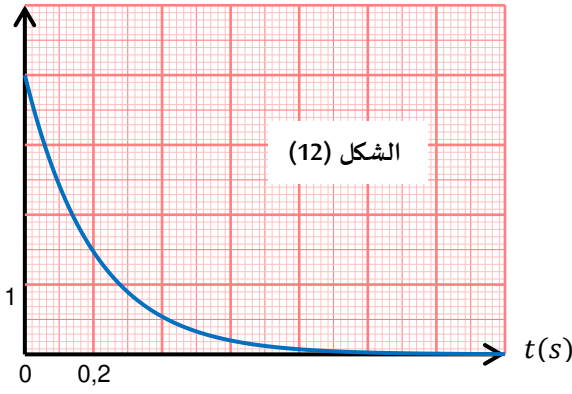
أ- أكتب عبارة u_C بدلالة الزمن .

ب- اعتمادا على البيان والعبارة أوجد قيمة سعة المكثفة C

ت- أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن .

2- عند لحظة نعتبرها $t = 0$ نغير البادئة إلى الوضع 2 بواسطة برمجة مناسبة تحصلنا على البيان الموضح في (الشكل 12)

$u_C(V)$



(الشكل 12)

- باستخدام قانون جمع التوترات اوجد المعادلة التفاضلية بدلالة u_C .
- تأكد أن حل المعادلة التفاضلية هو $u_C = u_{Cmax} e^{-t/RC}$.
- عرف ثابت الزمن محددا قيمته من البيان.
- أحسب قيمة مقاومة الناقل الأومي.
- أحسب قيمة شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة $t = 0.4s$.
- أحسب أعظم طاقة مخزنة في المكثفة.

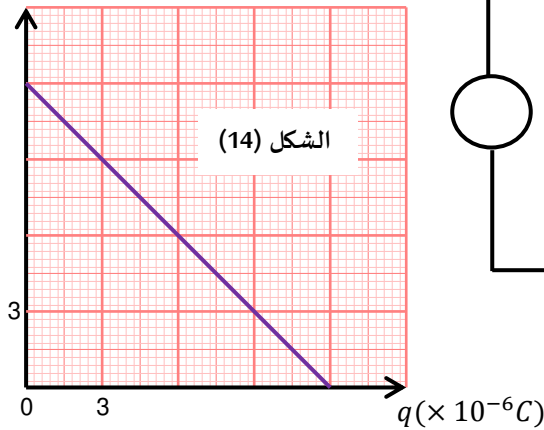
التمرين 06 :

نحقق التركيب التجريبي المبين في (الشكل 13) والمكون من الناقل الأومي R ، مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، مكثفة غير مشحونة سعتها $C = 1\mu F$ وقاطعة k ، جهاز فولطمتر وجهاز أمبيرمتر .

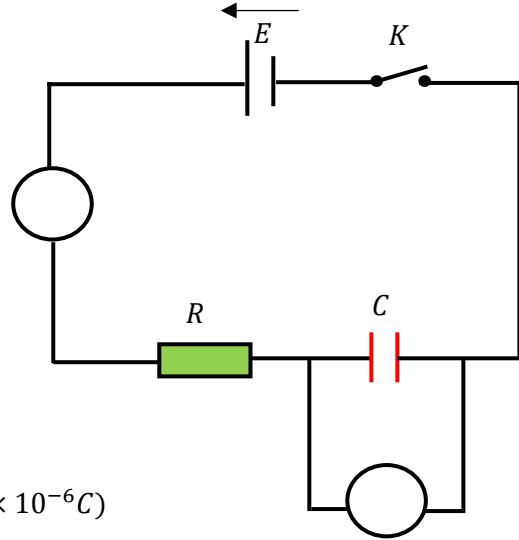
نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ ، الدراسة التجريبية مكنتنا من رسم البيان $i = f(q)$ المبين في (الشكل 14)

- أتمم (الشكل 13) مبينا عليه موضع كل من جهاز الفولط متر والأمبيرمتر والتوترتين u_R و u_C .
- بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$ هي : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC} i(t) = 0$.
- تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل : $i(t) = A \cdot e^{-\alpha t}$ حيث A و α ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما بدلالة ثوابت الدارة .
- جد عبارة شدة التيار الكهربائي i بدلالة شحنة المكثفة q وثوابت الدارة الكهربائية .
- باستغلال بيان (الشكل 14) ، جد قيمة كل من R و E .
- استنتج القيمة التي يشير إليها جهاز الفولطمتر إذا كان جهاز الأمبيرمتر يشير إلى القيمة $i = 3 \times 10^{-2} A$.
- أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة .

$i(\times 10^{-2} A)$



(الشكل 14)

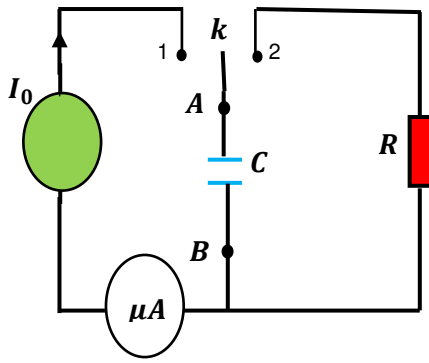


(الشكل 13)

التمرين 07 :

تستعمل المكثفات في مجموعة من التراكيب الإلكترونية مثل وامض آلة التصوير وجهاز استقبال الراديو ...

ننجز الدارة الكهربائية الممثلة في (الشكل 15) والمكونة من :



(الشكل 15)

- مولد للتيار شدته ثابتة I_0
- ناقل أومي مقاومته R
- ميكرو أمبيرمتر
- مكثفة سعتها C غير مشحونة
- بادلة k

عند اللحظة $t = 0$ ، نضع البادلة k في الوضع (1) ، فيشير الميكرو أمبيرمتر إلى الشدة $I_0 = 0.1 \mu A$. بواسطة برمجية خاصة تمكنا من الحصول على المنحنى الممثل لتغيرات الشحنة q للمكثفة بدلالة التوتر u_{AB} بين طرفيه (الشكل 16)

1. بين أن سعة المكثفة هي $C = 20 \text{ nF}$

2. أثبت العلاقة التالية : $t = \frac{C \times u_{AB}}{I_0}$

3. حدد المدة الزمنية اللازمة t لكي يصبح التوتر بين طرفي المكثفة يساوي $u_{AB} = 6V$.

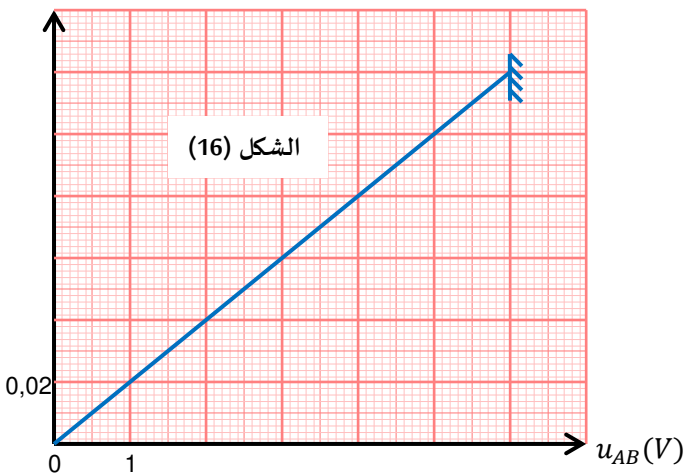
4. عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة $u_{AB} = u_0$ ، نضع البادلة k في الوضع (2) . عند لحظة نختارها كمبدأ للأزمنة بواسطة برمجية خاصة تحصلنا على (الشكل 17) والذي يمثل تغيرات $\ln(u_{AB})$ بدلالة الزمن .

أ. بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي المكثفة $u_{AB}(t)$.

ب. حل المعادلة التفاضلية هو $u_{AB} = u_0 e^{-\alpha t}$ مع α مقدار ثابت يطلب تعيين عبارته . أوجد قيمة كل من R و u_0 .

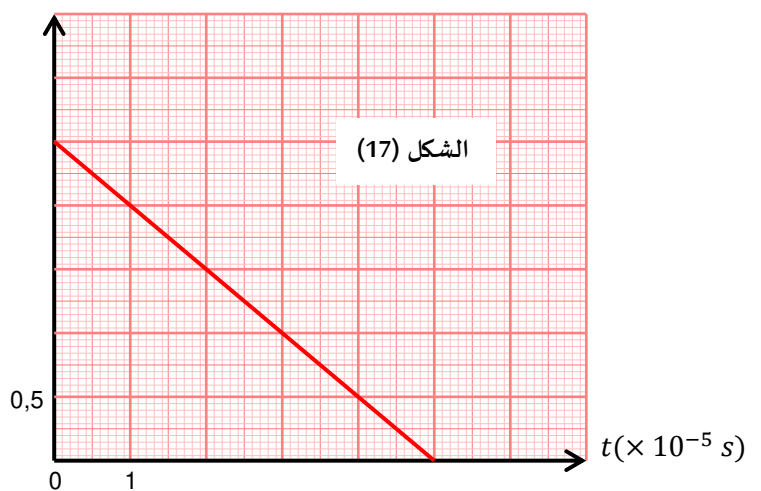
ت. حدد اللحظة t_1 والتي تمثل اللحظة التي تكون فيها الطاقة مخزنة بنسبة 37 % من قيمتها عند اللحظة $t = 0$.

$q(\mu C)$



(الشكل 16)

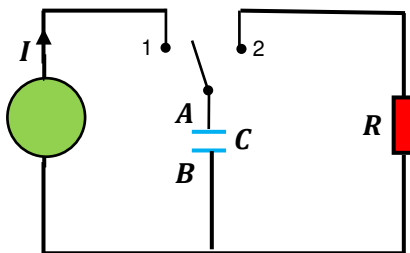
$\ln(u_{AB})$



(الشكل 17)

التمرين 08 :

نركب الدارة الكهربائية المقابلة (الشكل 18)



(الشكل 18)

- مولد للتيار ، يعطي تيارا ثابتا شدته $I = 10 \mu A$
- مكثفة فارغة سعتها C .
- ناقل أومي مقاومته R .
- بادلة

1- نصل البادلة للوضع (1) في اللحظة $t = 0$ ، وبواسطة تجهيز مناسب من تمثيل التوتر بين طرفي المكثفة (u_C) بدلالة شحنتها (q_A) (الشكل 19)

أ/ في أية لحظة ينتهي شحن المكثفة ؟

ب/ أحسب سعة المكثفة ؟

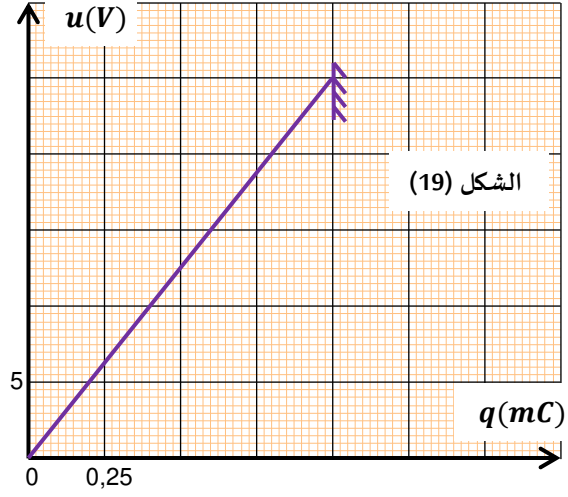
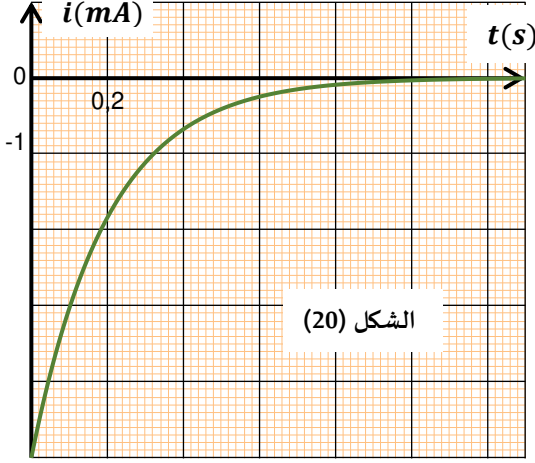
ج/ أحسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن ؟

2- نعتبر $t = 0$ ، وننقل البادلة للوضع (2) ، ونتابع تطور شدة التيار المار في الدارة ، ونمثل بيانيا $i = f(t)$ (الشكل 20)

أ/ أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار ، ثم بين أن حلها هو $i(t) = -I_0 e^{-\frac{1}{RC}t}$ حيث I_0 هي أعظم شدة للتيار المار في الدارة .
ب/ أحسب قيمة مقاومة الناقل الاومي بطريقتين مختلفتين .

ج/ أوجد العبارة الزمنية للتوتر بين طرفي المكثفة ، وأحسب قيمته عند اللحظة $t = \frac{\tau}{2} \ln 2$ ، ثم تأكد من النتيجة بيانيا.

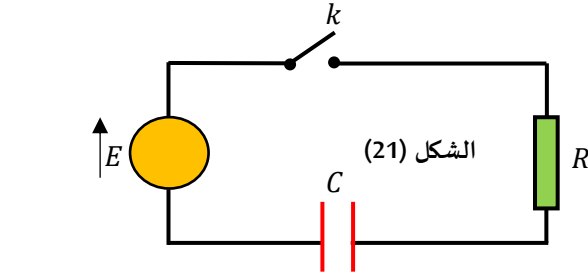
د/ أحسب اللحظة الموافقة لتناقص الطاقة إلى النصف ، كم تكون قيمة الشحنة q_A للمكثفة آنذاك ؟



التمرين 09 :

نعتبر الدارة الكهربائية الممثلة في (الشكل 21) والمكونة من :

- مولد توتر قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$
- ناقل أومي مقاومته $R = 1 k\Omega$
- مكثفة سعتها C وغير مشحونة
- قاطعة k



عند اللحظة $t = 0$ ، نغلق القاطعة k ونعاين بواسطة راسم الاهتزاز المهبطي التوتر بين طرفي المكثفة u_C ، فنحصل على المنحنى الممثل في (الشكل 22)

1. أعد نقل الدارة الكهربائية ، ومثل عليها جهة التيار الكهربائي ، جهة التوترات u_R و u_C

2. أكتب عبارة i بدلالة C و u_C .

3. بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C .

4. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $u_C = Ae^{-at} + B$. حدد عبارة كل من B ، α و A بدلالة عناصر الدارة .

5. لتكن t_1 و t_2 اللحظتين التي يصل فيها التوتر على التوالي إلى القيمتين u_1 و u_2 بحيث $t_1 < t_2$.

أ. أوجد عبارة u_1 بدلالة τ ، E ، t_1 .

ب. استنتج عبارة u_2 بدلالة τ ، E ، t_2 .

ت. نضع $\Delta t = t_2 - t_1$ ، أثبت أن : $\Delta t = \tau \ln \left(\frac{E-u_1}{E-u_2} \right)$

ث. اعتمادا على المنحنى $u_C = f(t)$ ، حدد :

▪ قيمة u_1 عند اللحظة $t_1 = 1 ms$

▪ قيمة u_2 عند اللحظة $t_2 = 3 ms$.

خ. أحسب قيمة τ ثم استنتج C سعة المكثفة .

