

مجلة المتفوق في الرياضيات بكالوريا 2022

جزء الواجبات المنزلية رفقة التصحيح

للشعب: علوم تجريبية + تقني رياضي + رياضيات

من إعداد الاستاذ ياحي رشيد (استاذ محاضر بجامعة المسيلة)

📞 للتواصل معنا 0656836024

Facebook: Rachidyahiyahi

من إعداد الأستاذ يحي رشيد
رقم الهاتف: 0656836024

✿ الواجب المنزلي رقم 01 : حول تحديد اشارة عبارة جبرية

التمرين 01 ✿

حل في D_f (مجموعة تعريف f) المعادلة $f(x) = 0$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $f(x)$ في الحالات التالية

$$f(x) = -3x^2 + 2x - 4 \quad (10)$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 6 \quad (11)$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{(x + 1)^2} \quad (12)$$

$$f(x) = \frac{x - 1}{(x + 1)^2} \quad (13)$$

$$f(x) = -1 + \frac{1}{(x + 2)^2} \quad (14)$$

$$f(x) = \frac{-x^3 + 5x^2 - 6x}{(x + 3)^3} \quad (15)$$

$$f(x) = \frac{(x - 3)(x^2 - 3x + 2)}{(x + 4)^3} \quad (16)$$

$$f(x) = -3x - 6 \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{1}{x - 2} \quad (2)$$

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x + 3} \quad (3)$$

$$f(x) = x^2 - 36 \quad (4)$$

$$f(x) = 2x^2 - 1 \quad (5)$$

$$f(x) = x^2 + 6 \quad (6)$$

$$f(x) = x^2 - 9x \quad (7)$$

$$f(x) = 8x^3 - 4x^2 \quad (8)$$

$$f(x) = 3x^2 + 7x + 8 \quad (9)$$

من إعداد الأستاذ يحيى رشيد
رقم الهاتف: 0656836024

✿ حل مقترح للواجب المنزلي رقم 01 : حول تحديد إشارة عبارة جبرية

حل التمرين 01

x	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	-3	$+\infty$
$2x + 7$	$-$	0	$+$	$+$
$x + 3$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{2x + 7}{x + 3}$	$+$	$-$	0	$+$

(4) $f(x) = x^2 - 36$ لدينا $f(x) = 0$ تعني
 $x^2 - 36 = 0$ أي $x^2 = 36$ وبالتالي $x = 6$
أو $x = -6$ ومنه حلول المعادلة $f(x) = 0$ في $\mathbb{R}$
هي $S = \{-6; 6\}$ وإشارة $f(x)$ هي

x	$-\infty$	-6	6	$+\infty$	
$x^2 - 36$	$+$	0	$-$	0	$+$

(5) $f(x) = 2x^2 - 1$ لدينا $f(x) = 0$ تعني
 $2x^2 - 1 = 0$ أي $x^2 = \frac{1}{2}$ وبالتالي $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
أو $x = +\frac{1}{\sqrt{2}}$ ومنه حلول المعادلة $f(x) = 0$ في $\mathbb{R}$
هي $S = \{-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\}$ وإشارة $f(x)$ هي

x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$	
$2x^2 - 1$	$+$	0	$-$	0	$+$

(6) $f(x) = x^2 + 6$ المعادلة $f(x) = 0$ لا تقبل حلول
في $\mathbb{R}$ وإشارة $f(x)$ موجبة تماماً أي

حل في D_f (مجموعة تعريف f) المعادلة $f(x) = 0$ ثم
حدد حسب قيم x إشارة $f(x)$ في الحالات التالية

(1) $f(x) = -3x - 6$ لدينا $f(x) = 0$ تعني

$-3x - 6 = 0$ ومنه $x = -2$ ومنه حلول المعادلة
 $f(x) = 0$ في $\mathbb{R}$ هي $S = \{-2\}$ وإشارة $f(x)$
هي

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$-3x - 6$	$+$	0	$-$

(2) $f(x) = \frac{1}{x-2}$: المعادلة $f(x) = 0$ لا تقبل حلول
في $\mathbb{R}$ وإشارة $f(x)$ هي :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$\frac{1}{x-2}$	$-$	0	

(3) $f(x) = 2 + \frac{1}{x+3}$ لدينا $f(x) = 0$ تعني
 $2 + \frac{1}{x+3} = 0$ أي $\frac{2x+7}{x+3} = 0$ وهذا يكافئ
 $2x+7 = 0$ وبالتالي $x = -\frac{7}{2}$ و $x+3 \neq 0$
و $x \neq -3$ وبالتالي حلول المعادلة $f(x) = 0$ في $\mathbb{R}$
هي: $S = \{-\frac{7}{2}\}$ وإشارة $f(x)$ هي

$f(x)$ سالبة تماما أي:

x	$-\infty$	$+\infty$
$-3x^2 + 2x - 4$		-

(11) $f(x) = x^2 - 5x + 6$: لدينا $f(x) = 0$ تعني
 $x^2 - 5x + 6 = 0$ نحسب المميز نجد $\Delta = (-5)^2 - 4(1)(6) = 1 > 0$
وبالتالي المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلان حقيقيان هما

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 + 1}{2} = 3$ إشارة: $f(x)$ هي:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$x^2 - 5x + 6$		+	0	-

(12) $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{(x + 1)^2}$: لدينا $f(x) = 0$ تعني

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \quad \text{و} \quad (x + 1)^2 \neq 0 \quad \text{و} \quad x \neq -1$$

$$\Delta = (4)^2 - 4(1)(4) = 0$$

$$x_0 = \frac{4}{2(1)} = 2$$

و إشارة: $f(x)$ هي:

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$x^2 + 4x + 4$		+	0	+
$(x + 1)^2$		+	+	0
$\frac{x^2 + 4x + 4}{(x + 1)^2}$		+	0	+

(13) $f(x) = \frac{x - 1}{(x + 1)^2}$: لدينا $f(x) = 0$ تعني

$$x - 1 = 0 \quad \text{و} \quad (x + 1)^2 \neq 0 \quad \text{و} \quad x \neq -1$$

$$x = 1$$

و إشارة: $f(x)$ هي:

x	$-\infty$	$+\infty$
$x^2 + 6$		+

(7) $f(x) = x^2 - 9x$: لدينا $f(x) = 0$ تعني
 $x^2 - 9x = 0$ أي $x(x - 9) = 0$ وبالتالي $x = 0$ أو $x = 9$ ومنه حلول المعادلة $f(x) = 0$ في $\mathbb{R}$ هي $S = \{0; 9\}$ و إشارة $f(x)$ هي

x	$-\infty$	0	9	$+\infty$
$x^2 - 9x$		+	0	-

(8) $f(x) = 8x^3 - 4x^2$: لدينا $f(x) = 0$ تعني
 $8x^3 - 4x^2 = 0$ أي $x^2(8x - 4) = 0$ وبالتالي $x = 0$ أو $8x - 4 = 0$ أو $x = \frac{1}{2}$ ومنه حلول المعادلة $f(x) = 0$ في $\mathbb{R}$ هي $S = \{0; \frac{1}{2}\}$ و إشارة $f(x)$ هي

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
x^2		+	0	+
$8x - 4$		-	-	0
$8x^3 - 4x^2$		-	0	-

(9) $f(x) = 3x^2 + 7x + 8$

: لدينا $f(x) = 0$ تعني $3x^2 + 7x + 8$ نحسب
المميز نجد $\Delta = (7)^2 - 4(3)(8) = -47 < 0$
وبالتالي المعادلة $f(x) = 0$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$ و إشارة $f(x)$ موجبة تماما أي:

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x^2 + 7x + 8$		+

(10) $f(x) = -3x^2 + 2x - 4$: لدينا $f(x) = 0$ تعني
 $-3x^2 + 2x - 4 = 0$ نحسب المميز نجد $\Delta = (2)^2 - 4(-3)(-4) = -44 < 0$
وبالتالي المعادلة $f(x) = 0$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$ و إشارة

$$\begin{aligned} (x+3)^3 \neq 0 & \text{ و } -x^3 + 5x^2 - 6x = 0 \\ x \neq -3 & \quad -x(x^2 - 5x + 6) = 0 \\ x \neq -3 & \quad x = 0 \text{ أو } x = 2 \text{ أو } x = 3 \\ & \text{و إشارة: } f(x) \text{ هي:} \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-3	0	2	3	$+\infty$
$-x$	+	+	0	-	-	-
$x^2 - 5x + 6$	+	+	+	0	-	+
$(x+3)^3$	-	0	+	+	+	+
$\frac{-x^3 + 5x^2 - 6x}{(x+3)^3}$	-	+	0	-	0	-

$$(16) \quad f(x) = \frac{(x-3)(x^2-3x+2)}{(x+4)^3} \text{ لدينا}$$

$$\begin{aligned} f(x) = 0 & \text{ تعني} \\ (x+4)^3 \neq 0 & \text{ و } (x-3)(x^2-3x+2) = 0 \\ x \neq -4 & \quad x-3 = 0 \text{ أو } x^2-3x+2 = 0 \\ x \neq -4 & \quad x = 3 \text{ أو } x = 1 \text{ أو } x = 2 \\ & \text{و إشارة: } f(x) \text{ هي:} \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-4	1	2	3	$+\infty$
$x-3$	-	-	-	-	0	+
$x^2 - 3x + 2$	+	+	0	-	0	+
$(x+4)^3$	-	0	+	+	+	+
$\frac{(x-3)(x^2-3x+2)}{(x+4)^3}$	+	-	0	+	0	+

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x-1$	-	-	0	+
$(x+1)^2$	+	0	+	+
$\frac{x-1}{(x+1)^2}$	-	-	+	+

$$(14) \quad f(x) = -1 + \frac{1}{(x+2)^2} \text{ لدينا } f(x) = 0 \text{ تعني}$$

$$\frac{-(x+2)^2 + 1}{(x+2)^2} = 0 \text{ أي } -1 + \frac{1}{(x+2)^2} = 0$$

$$\begin{aligned} (x+2)^2 \neq 0 & \text{ و } -(x+2)^2 + 1 = 0 \\ x \neq -2 & \quad (x+2)^2 = 1 \\ x \neq -2 & \quad x+2 = 1 \text{ أو } x+2 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \neq -2 & \quad x = -1 \text{ أو } x = -3 \\ & \text{و إشارة: } f(x) \text{ هي:} \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
$-(x+2)^2+1$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$(x+2)^2$	$+$	$+$	0	$+$	$+$	$+$
$\frac{-(x+2)^2+1}{(x+2)^2}$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$

$$(15) \quad f(x) = \frac{-x^3 + 5x^2 - 6x}{(x+3)^3} \text{ لدينا } f(x) = 0 \text{ تعني}$$

للتواصل معنا:

الفيسبوك: Rachidyahiyahi

فيسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ يحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات) للتواصل معنا:

الفيسبوك: Rachidyahiyahi

فيسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ يحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات)

نشر الأسئلة تم يوم 31.08.2021

من إعداد الأستاذ يحي رشيد
رقم الهاتف: 0656836024

الواجب المنزلي رقم 02 : حول النهايات حسابيا.

التمرين 01

احسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x + 1}{|x - 2|} \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{|x^2 - 3x + 2|} \quad (10)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{-2x + 1}{(x - 4)^2} \quad (11)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{\sqrt{-3x + 6}} \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}} \quad (13)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x + 4}{x^2 - 11x + 30} \quad (14)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + 1}{-x^2 + 7x - 12} \quad (15)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^2 + 5x + 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 7x + 4x \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{\sqrt{x - 2}} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - 1} + 3x + 2 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2 + 2}{x - 4} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{2x^2 + x + 1} \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 4}{3x - 6} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x + 3}{-4x + 20} \quad (8)$$

التمرين 02

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$.
① احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

للتواصل معنا:

الفيسبوك: Rachidyahiyahi

فيسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ يحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات)

من إعداد الأستاذ يحي رشيد
رقم الهاتف: 0656836024

✿ حل مقترح للواجب المنزلي رقم 02 : حول النهايات حسابيا

التمرين 01
حساب النهايات التالية

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^2 + 5x + 2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^2 = -\infty$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 7x + 4x = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{\sqrt{x-2}} = 0$

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-1} + 3x + 2 = +\infty$

(لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-1} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x + 2 = +\infty$)

5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2 + 2}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 7x = +\infty$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{2x^2 + x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}$

7) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+4}{3x-6} = +\infty$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} x + 4 = 6 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} 3x - 6 = 0^+ \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام $3x - 6$ لدينا $3x - 6 = 0$ تعني $x = 2$ ومنه إشارة $3x - 6$ مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$3x - 6$	$-$	0	$+$

$$8) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+3}{-4x+20} = -\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 5} x+3 = 8 \\ \lim_{x \rightarrow 5} -4x+20 = 0^- \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام $-4x+20$ لدينا $-4x+20=0$ تعني $x=5$ ومنه إشارة $-4x+20$ مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$-4x+20$	+	0	-

$$9) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-3x+1}{|x-2|} = -\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2} -3x+1 = -5 \\ \lim_{x \rightarrow 2} |x-2| = 0^+ \end{cases}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{|x^2-3x+2|} = +\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1} x+1 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1} |x^2-3x+2| = 0^+ \end{cases}$$

$$11) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-2x+1}{(x-4)^2} = -\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 4} -2x+1 = -7 \\ \lim_{x \rightarrow 4} (x-4)^2 = 0^+ \end{cases}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{\sqrt{-3x+6}} = +\infty$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{-3x+6} = 0^+$

$$13) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 3x + 2} = 0^+ \text{ لأن:}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x + 4}{x^2 - 11x + 30} = +\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 5} x + 4 = 9 \\ \lim_{x \rightarrow 5} x^2 - 11x + 30 = 0^+ \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام $x^2 - 11x + 30$ لنحل المعادلة $x^2 - 11x + 30 = 0$ لدينا $\Delta = (-11)^2 - 4(1)(30) = 1$ وبالتالي المعادلة تقبل حلان حقيقيين هما $x_1 = 5$ و $x_2 = 6$ وإشارة $x^2 - 11x + 30$ مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$	5	6	$+\infty$	
$x^2 - 11x + 30$	+	0	-	0	+

$$15) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x + 1}{-x^2 + 7x - 12} = -\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 4} x + 1 = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 4} -x^2 + 7x - 12 = 0^- \end{cases}$$

ندرس إشارة المقام $-x^2 + 7x - 12$ لنحل المعادلة $-x^2 + 7x - 12 = 0$ لدينا $\Delta = (7)^2 - 4(-1)(-12) = 1$ وبالتالي المعادلة تقبل حلان حقيقيين هما $x_1 = 3$ و $x_2 = 4$ وإشارة $-x^2 + 7x - 12$ مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$	
$-x^2 + 7x + -12$	$-$	0	$+$	0	$-$

التمرين 02

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}$.
✓ حساب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

نعلم أن: $\mathbb{R} - \{-1; 1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$ وبالتالي:

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$3) \lim_{x \nearrow -1} f(x) = -\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \nearrow -1} x^3 + x^2 - 1 = -1 \\ \lim_{x \nearrow -1} x^2 - 1 = 0^+ \end{cases}$$

إشارة $x^2 - 1$ مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$x^2 - 1$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$4) \lim_{x \searrow -1} f(x) = +\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \searrow -1} x^3 + x^2 - 1 = -1 \\ \lim_{x \searrow -1} x^2 - 1 = 0^- \end{cases}$$

$$5) \lim_{x \searrow 1} f(x) = -\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \nearrow 1} x^3 + x^2 - 1 = 1 \\ \lim_{x \nearrow 1} x^2 - 1 = 0^- \end{cases}$$

$$6) \lim_{x \nearrow 1} f(x) = +\infty$$

لأن:

$$\begin{cases} \lim_{x \nearrow 1} x^3 + x^2 - 1 = 1 \\ \lim_{x \nearrow 1} x^2 - 1 = 0^+ \end{cases}$$

للتواصل معنا:

الفيسبوك: Rachidyahiyahi

فيسبوك المجموعة: مجموعة الأستاذ يحي رشيد لدروس الدعم والتقوية (رياضيات)

من إعداد الأستاذ يحي رشيد
رقم الهاتف: 0656836024

✿ الواجب المنزلي رقم 03 : حول النهايات حسابيا (حالات عدم التعيين).

التمرين 01

احسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4}} \quad (11)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1} \quad (12)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+1}}{x-1} \quad (13)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} \quad (14)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x} \quad (15)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} \quad (16)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{7x} \quad (17)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x-2} \quad (18)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x-2}}{x+1} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2}{\sqrt{9x^2-3x+1}} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x-2}-x+5 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-x-1}-x^2+1 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2-2x+1}+3x-5 \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2+x+2}-2x \quad (6)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2+x+2}-2x^2 \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{25x^2-3x-2}-\sqrt{9x^2+x+4} \quad (8)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2}-\sqrt{x} \quad (9)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-3x+2} \quad (10)$$

التمرين 02

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$.

① اكتب $|x-2|$ دون رمز القيمة المطلقة. ثم استنتج نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها.

التمرين 03

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ $f(x) = \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x - 1}$.

① اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم احسب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها.

من إعداد الأستاذ يحي رشيد
رقم الهاتف: 0656836024

✿ الواجب المنزلي رقم 03 : حول النهايات حسابيا (حالات عدم التعيين).

التمرين 01

حسب النهايات التالية

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x-2}}{x+1}$

ح ع ت من الشكل $\frac{+\infty}{+\infty}$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x-2}}{x+1} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| \sqrt{\frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}}}{x(1 + \frac{1}{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sqrt{\frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}}}{x(1 + \frac{1}{x})} = 0 \end{aligned}$$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2}{\sqrt{9x^2-3x+1}}$

ح ع ت من الشكل $\frac{-\infty}{+\infty}$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2}{\sqrt{9x^2-3x+1}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(5 + \frac{2}{x})}{|x| \sqrt{9 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(5 + \frac{2}{x})}{-x \sqrt{9 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}}} = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x-2} - x + 5$

ح ع ت من الشكل $+\infty - \infty$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x-2} - x + 5 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} |x| \sqrt{\frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}} - x + 5 \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt{\frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}} - x + 5 \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[\sqrt{\frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}} - 1 + \frac{5}{x} \right] = -\infty \end{aligned}$$

4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-x-1} - x^2 + 1$

ح ع ت من الشكل $+\infty - \infty$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-x-1} - x^2 + 1 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} |x| \sqrt{\frac{-1}{x} - \frac{1}{x^2}} - x^2 + 1 \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} -x \sqrt{\frac{-1}{x} - \frac{1}{x^2}} - x^2 + 1 \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[-\sqrt{\frac{-1}{x} - \frac{1}{x^2}} - x + \frac{1}{x} \right] = -\infty \end{aligned}$$

5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 3x - 5$

ح ع ت من الشكل $+\infty - \infty$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 3x - 5 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} |x| \sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} + 3x - 5 \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} -x \sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} + 3x - 5 \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[-\sqrt{4 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}} + 3 - \frac{5}{x} \right] = -\infty \end{aligned}$$

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x + 2} - 2x$

ح ع ت من الشكل $+\infty - \infty$ ومنه

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x + 2} - 2x &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{4x^2 + x + 2} - 2x)(\sqrt{4x^2 + x + 2} + 2x)}{\sqrt{4x^2 + x + 2} + 2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + x + 2 - (2x)^2}{\sqrt{4x^2 + x + 2} + 2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 2}{\sqrt{4x^2 + x + 2} + 2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \frac{2}{x}\right)}{|x| \sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}} + 2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \frac{2}{x}\right)}{x \left(\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}} + 2\right)} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

7) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + x + 2} - 2x^2$

ح ع ت من الشكل $+\infty - \infty$ ومنه

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + x + 2} - 2x^2 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + x + 2} - 2x^2 \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} |x| \sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}} - 2x^2 \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} -x \sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}} - 2x^2 \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}} - 2x \right] = -\infty
 \end{aligned}$$

8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{25x^2 - 3x - 2} - \sqrt{9x^2 + x + 4}$

ح ع ت من الشكل $+\infty - \infty$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{25x^2 - 3x - 2} - \sqrt{9x^2 + x + 4} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} |x| \sqrt{25 - \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}} - |x| \sqrt{9 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left[-\sqrt{25 - \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}} + \sqrt{9 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}} \right] = +\infty \end{aligned}$$

9) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$

ح ع ت من الشكل $+\infty - \infty$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x+2} - \sqrt{x})(\sqrt{x+2} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2-x}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} = 0 \end{aligned}$$

10) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ نقوم بتحليل كلا من البسط والمقام نجد

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 3x + 2 & x - 2 \\ -x^2 + 2x & x - 1 \\ \hline -x + 2 & \\ x - 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

أي: $x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$

$$\begin{array}{r|l} x^2 - x - 2 & x - 2 \\ -x^2 + 2x & x + 1 \\ \hline x - 2 & \\ -x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

أي: $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$ ومنه

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{\cancel{(x-2)}(x-1)} = 3$$

$$11) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4}}$$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2-4}} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x^2-4} \times \sqrt{x^2-4}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)\sqrt{x^2-4}}{x^2-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\cancel{(x+2)}\sqrt{x^2-4}}{(x-2)\cancel{(x+2)}} \\ &= \frac{0}{-4} = 0 \end{aligned}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1}$$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x-1}-1} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)}{(\sqrt{x-1}-1)(\sqrt{x-1}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)}{\sqrt{x-1}^2 - (1)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x-2)}(\sqrt{x-1}+1)}{\cancel{(x-2)}} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+1}}{x-1}$$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+1}}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+1})(\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+1})}{(x-1)(\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2 - 2x-1}{(x-1)(\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(-x+1)}}{-\cancel{(-x+1)}(\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{-(\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+1})} \\ &= -\frac{1}{2\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1} \times \sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cancel{(x-1)}}{\sqrt{x-1}\cancel{(x-1)}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x-1}} = +\infty \end{aligned}$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x-1} = 0^+$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x^2 - x}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x^2 - x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+1} - 1)(\sqrt{x+1} + 1)}{(x^2 - x)(\sqrt{x+1} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1-1)}{x(x-1)(\sqrt{x+1} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{(x)}}{\cancel{(x)}(x-1)(\sqrt{x+1} + 1)} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

16) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$ ومنه

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+1} + 2)}{(x - 3)(\sqrt{x+1} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}^2 - (2)^2}{(x - 3)(\sqrt{x+1} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(\sqrt{x+1} + 2)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

17) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$

ح ع ت من الشكل $\frac{0}{0}$
طريقة 01: نقوم بتحليل البسط نجد

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 & -8 \\
 -x^3 + 2x^2 & \\
 \hline
 2x^2 & \\
 -2x^2 + 4x & \\
 \hline
 4x - 8 & \\
 -4x + 8 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 x-2 \\
 \hline
 x^2 + 2x + 4
 \end{array}$$

أي: $x^3 - 2 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$ ومنه

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{(x-2)} = 12$$

طريقة 02: نستعمل العدد المشتق: بوضع $f(x) = x^3 - 8$ نجد $f(2) = 0$ الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي $f'(x) = 3x^2$ أي: $f'(2) = 3(2)^2 = 12$ ومنه

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = 12$$

18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{7x}$

نستعمل العدد المشتق: بوضع $f(x) = \sin(5x)$ نجد $f(0) = 0$ الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي $f'(x) = 5 \cos(5x)$ أي: $f'(0) = 5 \cos(0) = 5$ ومنه

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{7x} = \frac{1}{7} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{x} = \frac{1}{7} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{1}{7} \times f'(0) = \frac{5}{7}$$

التمرين 02

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$.

① كتابة $|x-2|$ دون رمز القيمة المطلقة.

$$|x-2| = \begin{cases} -(x-2) & , x \in]-\infty; 2] \\ x-2 & , x \in [2; +\infty[\end{cases} \quad \text{أي} \quad |x-2| = \begin{cases} -(x-2) & , x-2 \leq 0 \\ x-2 & , x-2 \geq 0 \end{cases}$$

وبالتالي

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{(x-2)}{x-2} & , x \in]-\infty; 2[\\ \frac{x-2}{x-2} & , x \in]2; +\infty[\end{cases}$$

حساب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها.

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-(x-2)}{(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x} = -1$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-2)}{(x-2)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1$$

$$3) \lim_{x \nearrow 2} f(x) = \lim_{x \nearrow 2} \frac{-(x-2)}{(x-2)} = -1$$

$$4) \lim_{x \searrow 2} f(x) = \lim_{x \searrow 2} \frac{-(x-2)}{(x-2)} = 1$$

التمرين 03

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ $f(x) = \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x - 1}$.

① كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة أولا ندرس إشارة $x^2 - 3x + 2$ نحل المعادلة $x^2 - 3x + 2 = 0$ لدينا $\Delta = (-3)^2 - 4(1)(2) = 1 > 0$ وبالتالي المعادلة تقبل حلان حقيقيان هما $x_1 = 1$ و $x_2 = 2$ وإشارة $x^2 - 3x + 2$ مدونة في الجدول التالي:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$x^2 - 3x + 2$	+	0	-	0	+

وبالتالي:

$$|x^2 - 3x + 2| = \begin{cases} -(x^2 - 3x + 2) & , x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2 & , x^2 - 3x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

أي

$$|x^2 - 3x + 2| = \begin{cases} -(x^2 - 3x + 2) & , x \in [1; 2] \\ x^2 - 3x + 2 & , x \in]-\infty; 1] \cup [2; +\infty[\end{cases}$$

وبالتالي:

$$f(x) = \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x - 1} = \begin{cases} \frac{-(x^2 - 3x + 2)}{x - 1} & , x \in [1; 2] \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & , x \in]-\infty; 1] \cup [2; +\infty[\end{cases}$$

حساب نهايات f عند أطراف مجموعة تعريفها.

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

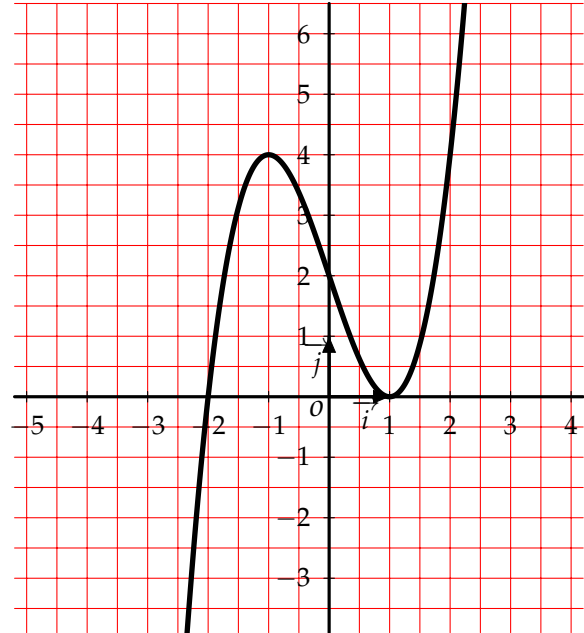
$$3) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)} = -1$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(x^2 - 3x + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(x-1)(x-2)}{(x-1)} = 1$$

✿ الواجب المنزلي رقم 04 حول تعيين النهايات بيانيا و من جدول التغيرات + المستقيمات المقاربة.

التمرين 01

الشكل اسفله يمثل (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

- ① عين مجموعة تعريف الدالة f .
- ② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

الجواب:

- ① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$$

- ② تعيين نهايات الدالة بيانيا

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

التمرين 02

f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0.5	0	$+\infty$	

① عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

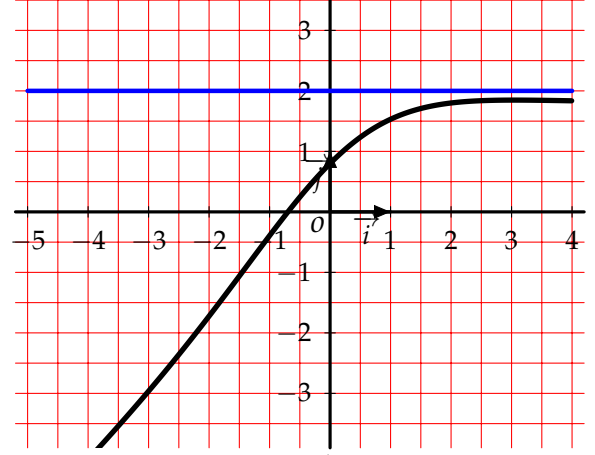
$$D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة بيانيا

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

التمرين 03

الشكل اسفله يمثل المنحنى البياني الممثل للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف ثم استنتج معادلة المستقيم المقارب الافقي لـ (C_f)

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} =] - \infty; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة بيانيا

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

وبالتالي $y = 2$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

التمرين 04

f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	$2 \nearrow +\infty$		$+\infty \searrow 2$

① عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

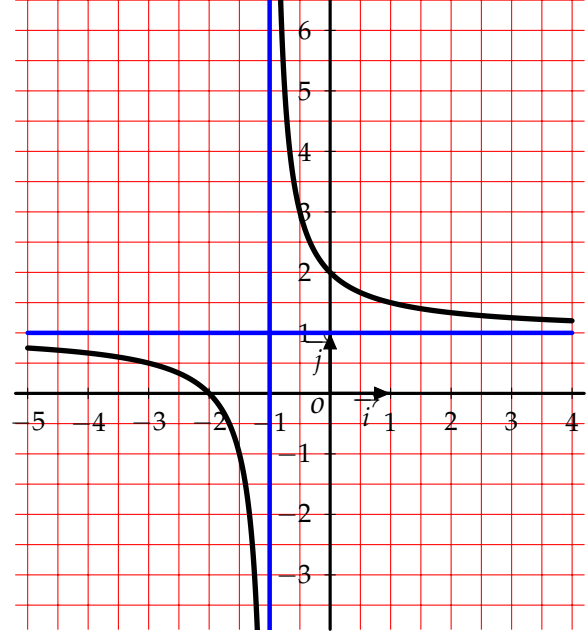
$$D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة بيانياً

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$
- $\lim_{x \nearrow -1} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \searrow -1} f(x) = +\infty$

التمرين 05

الشكل اسفله يمثل المنحنى البياني الممثل للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم

مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $-\infty$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم

مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

• $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة

مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

• $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة

مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

التمرين 06

f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	$-\infty$	2	$+\infty$

① عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

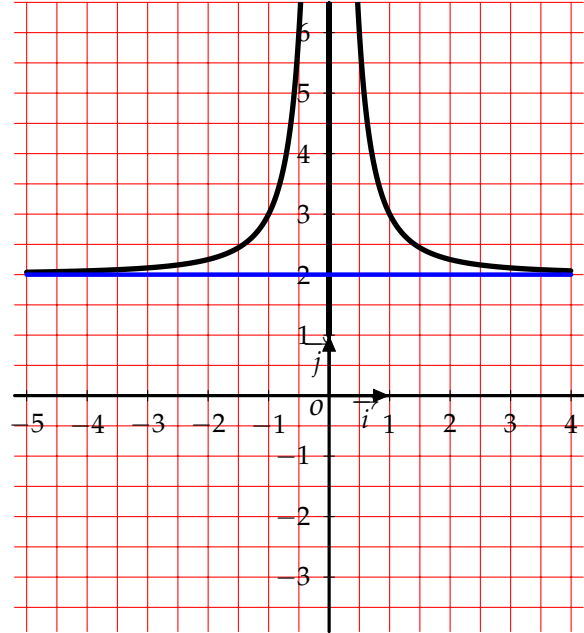
$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \nearrow 1} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \searrow 1} f(x) = +\infty$

التمرين 07

الشكل اسفله يمثل (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f واستنتج معالات المستقيمات المقاربة لـ (C_f)

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\} =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ وبالتالي $y = 2$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $-\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ وبالتالي $y = 2$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$
- $\lim_{x \nearrow 0} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 0$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim_{x \searrow 0} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 0$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

التمرين 08

f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها. لها جدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$
$f(x)$	4		$+\infty$	$+\infty$	-2

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 $\quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad$

① عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

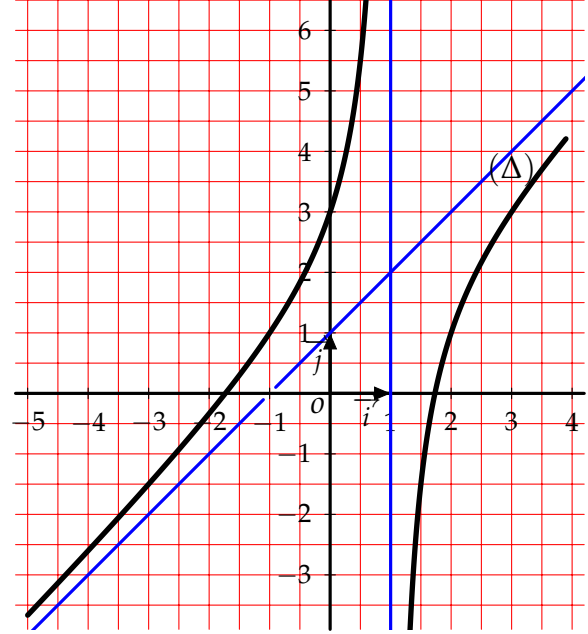
$$D_f = \mathbb{R} - \{2\} =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$
- $\lim_{x \nearrow 2} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \searrow 2} f(x) = +\infty$

التمرين 09

الشكل اسفله يمثل المنحنى البياني الممثل للدالة f



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا ان امكن

③ مثل جدول تغيرات الدالة f .

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

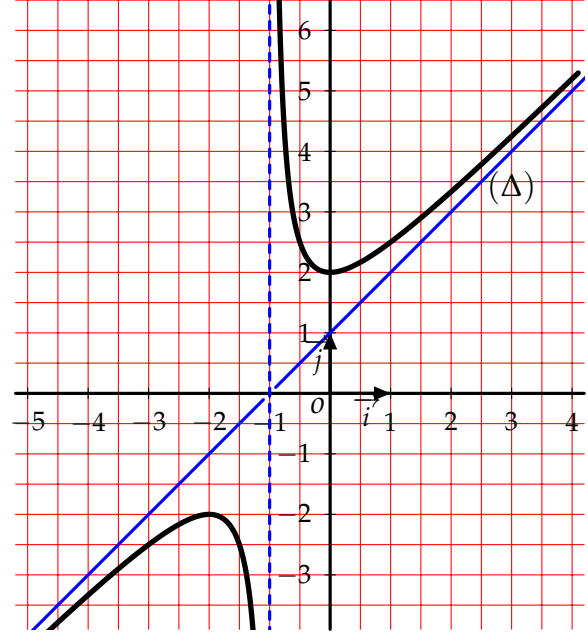
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

③ جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty \longrightarrow +\infty$	$-\infty \longrightarrow +\infty$	$+\infty$

التمرين 10

الشكل اسفله يمثل المنحنى البياني الممثل للدالة f



الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا ان امكن

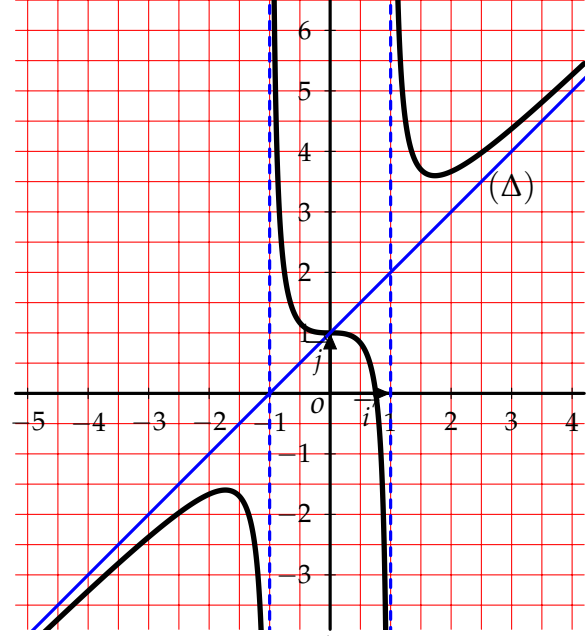
③ مثل جدول تغيرات الدالة f .

③ جدول تغيرات الدالة

x	$-\infty$	2	-1	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$

التمرين 11

الشكل اسفله يمثل المنحنى البياني الممثل للدالة f .



باستعمال منحنى الدالة f

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا ان امكن

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1; 1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \bullet$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \bullet$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty \bullet \text{ وبالتالي } x = -1 \text{ معادلة}$$

مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty \bullet \text{ وبالتالي } x = -1 \text{ معادلة}$$

مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \bullet \text{ وبالتالي } x = 1 \text{ معادلة مستقيم}$$

مقارب عمودي لـ (C_f)

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \bullet \text{ وبالتالي } x = 1 \text{ معادلة مستقيم}$$

مقارب عمودي لـ (C_f)

الجواب:

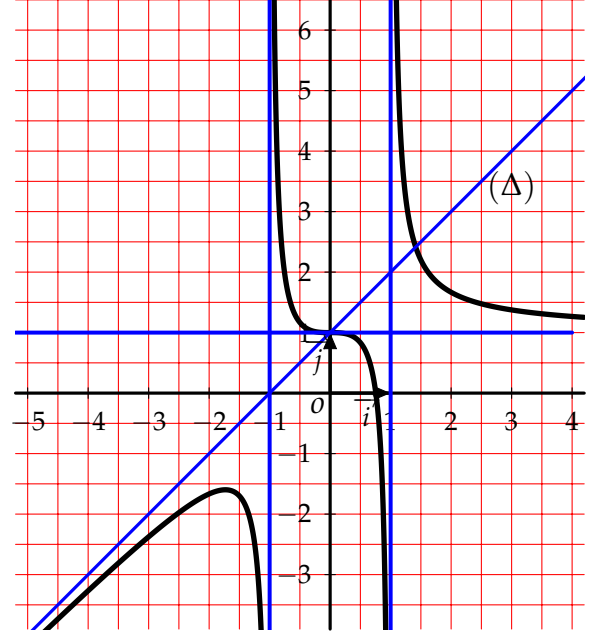
① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1; 1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم
- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة
- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -1$ معادلة
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 1$ معادلة

الشكل اسفله يمثل المنحنى البياني الممثل للدالة f .



نفس أسئلة التمرين 11.

التمرين 13

الجواب:

① مجموعة تعريف الدالة f هي:

$$D_f = \mathbb{R} - \{-2; 2\} =]-\infty; -2[\cup]-2; 2[\cup]2; +\infty[$$

② تعيين نهايات الدالة f

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ وبالتالي $y = 1$ معادلة مستقيم مقارب افقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

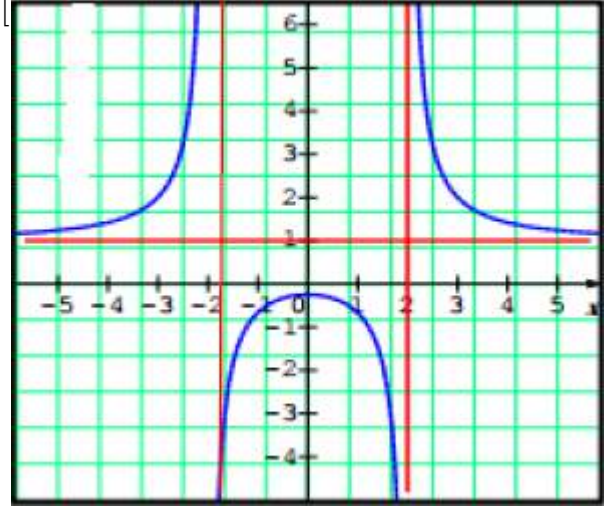
• $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = -2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

• $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = -2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

• $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ وبالتالي $x = 2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

• $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ وبالتالي $x = 2$ معادلة مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f) .

الشكل اسفله يمثل المنحنى البياني الممثل للدالة f حيث $f(0) = -\frac{1}{4}$.

باستعمال منحنى الدالة f ① عين مجموعة تعريف الدالة f .② عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف مع تفسيرها هندسيا③ مثل جدول تغيرات الدالة f .③ جدول تغيرات الدالة f .

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$	1