

مذكرة رقم : 01

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب ولغات
المادة : رياضيات
الموضوع : النسب المئوية والمؤشرات
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

- حل النشاط الثاني ص 11 (الكتاب المدرسي)

1. نسبة الجزء إلى الكل :

تعريف :

لتكن E المجموعة المرجعية ذات n عنصرا و A جزءا من E ذا a عنصرا .
النسبة المئوية للجزء A إلى الكل E هو العدد x حيث :

$$\frac{x}{100} = \frac{a}{n} \text{ أي } x = \frac{a}{n} \times 100$$

ملاحظات :

- نقول إن العدد a يمثل x% من العدد n .
- يمكن التعبير عن نسبة الجزء إلى الكل باستعمال كسر أو عدد عشري .

مثال -

يتكون قسم السنة الثانية قسم آداب وفلسفة من تلميذا منهم ذكور .
النسبة المئوية للذكور هي :

تمرين تطبيقي :

تحتوي ثانوية على 850 تلميذا ، منهم 28% مسجلون في السنة الثانية و 24% من تلاميذ السنة الثانية مسجلون في شعبة التسيير والاقتصاد .

- (1) أحسب عدد تلاميذ السنة الثانية .
- (2) أحسب عدد تلاميذ السنة الثانية تسيير واقتصاد .
- (3) ماهي النسبة المئوية التي يمثلها هذا العدد بالنسبة إلى عدد تلاميذ الثانوية .

ملاحظات :

مذكرة رقم: 02

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : النسب المئوية والمؤشرات (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس : 2. النسبة المئوية لنسبة مئوية أخرى : خاصية :

ليكن B جزءا من مجموعة E و A جزءا من B ($A \subset B \subset E$).
إذا كان B يمثل $y\%$ من E و A يمثل $x\%$ من B , فإن الجزء A يمثل $x\%$ من $y\%$ من E , أي $\frac{x \times y}{100}\%$ من E .

مثال -

في قسم سنة ثانية ثانوي , يوجد 60% من الذكور , منهم 40% داخليون .
النسبة المئوية للتلاميذ الذكور في القسم هي : $\frac{60 \times 40}{100}\%$ أي 24% .

ملاحظات :

- في مثل هذه الوضعيات يجب تحديد المجموعة المرجعية بدقة .
- في المثال السابق , عدد الداخليين يمثل 24% من القسم كله و يمثل 40% من الذكور .

تمرين تطبيقي :

اشترى رجل قطعة أرض و خصص خمسا منها لتكون حديقة و خصص 25% من الحديقة للأزهار .
عبر بكسر ثم بنسبة مئوية عن الجزء الذي تمثله القطعة المغروسة بالأزهار إلى قطعة الأرض الكلية .

ملاحظات :

مذكرة رقم: 03

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : النسب المئوية والمؤشرات (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

حل النشاط رقم 03 ص 11 :

3. التطورات و النسب المئوية:

* التعبير عن زيادة أو تخفيض:

مبرهنة :

• زيادة مقدار بنسبة مئوية $a\%$ هو ضرب هذا المقدار في $1 + \frac{a}{100}$.

• تخفيض مقدار بنسبة مئوية $b\%$ هو ضرب هذا المقدار في $1 - \frac{b}{100}$.

أمثلة:

- الزيادة بـ 60% هو الضرب في $1 + \frac{60}{100} = 1.6$.

- التخفيض بـ 25% هو الضرب في $1 - \frac{25}{100} = 0.75$.

- الضرب في 1.095 هو الزيادة بـ 9.5% .

- الضرب في 0.8 هو التخفيض بـ 20% .

ملاحظات :

• يمكن التعبير عن الزيادة بعدد موجب وعن تخفيض بعدد سالب, فمثلا الزيادة بـ 22% تمثل تطورا بـ $22\% +$ و التخفيض بـ 39% يمثل تطورا بـ

تمرين تطبيقي :

سعر منتج هو 125 دينار.

أحسب سعر هذا المنتج في كل من الحالتين التاليتين:

1- بعد زيادة قدرها 6% .

2- بعد تخفيض قدره 8% .

ملاحظات :

مذكرة رقم: 04

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : النسب المئوية والمؤشرات (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

3. التطورات و النسب المئوية (تابع):

* التطور المطلق و التطور النسبي:

تعريف:

- ليكن x_0 القيمة الأولية لمقدار x و x_1 قيمته النهائية بعد تطور.
- نسمي **التطور المطلق** لهذا المقدار الفرق $x_1 - x_0$ و نرمز له بـ Δx .
- نسمي **التطور النسبي** لهذا المقدار حاصل القسمة $\frac{\Delta x}{x_0}$ أي $\frac{x_1 - x_0}{x_0}$.

ملاحظات:

- نعبّر عن التطور المطلق بنفس وحدة المقدار.
- نعبّر عن التطور النسبي بعدد و بدون وحدة.
- إذا كان التطور المطلق (أو النسبي) موجبا، فإن هذا التطور يمثل زيادة.
- إذا كان التطور المطلق (أو النسبي) سالبا، فإن هذا التطور يمثل تخفيضا.

* **المعامل الضربي:**

تعريف:

- ليكن x_0 القيمة الأولية لمقدار x و x_1 قيمته النهائية بعد تطور. نسمي **المعامل الضربي** العدد k حيث $k = \frac{x_1}{x_0}$.

ملاحظات:

- إذا كان k هو المعامل الضربي الموافق لتطور ما، فإن النسبة المئوية لهذا التطور هي العدد $(k-1) \times 100$.
- إذا كان التطور عبارة عن زيادة، فإن المعامل الضربي أكبر من 1.
- إذا كان التطور عبارة عن تخفيض، فإن المعامل الضربي أصغر من 1.

تمرين تطبيقي : ص 28 رقم 35 :

ملاحظات :

مذكرة رقم: 05

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : النسب المئوية والمؤشرات (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

ملاحظات:

مذكرة رقم: 06

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : النسب المئوية والمؤشرات (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

4. المؤشرات:

تعريف:

لتكن سلسلة قيم $x_k, \dots, x_2, x_1, x_0$ المرفقة بالأزمنة $t_k, \dots, t_2, t_1, t_0$ على الترتيب.
نأخذ 100 كأساس في الزمن t_0 .

نسمي مؤشر في الزمن t_i العدد I_i حيث $I_i = \frac{x_i}{x_0} \times 100$.

خاصية:

النسبة المئوية لتطور مقدار من الزمن t_0 إلى الزمن t_i تساوي $(I_i - 100)\%$.

تمرين تطبيقي: * الكتاب المدرسي * ص 29 رقم 43.

ملاحظات :

مذكرة رقم: 09

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب ولغات

المادة : رياضيات

الموضوع : الإحصاء (تابع).

الكفاءات المستهدفة : تمكين التلميذ من حساب الوسط والتباين لسلسلة إحصائية .

مراحل سير الدرس :

3- التباين:

• الوسط :

تعريف :

■ وسط سلسلة إحصائية ونرمز إليها بـ $\bar{x}$ هو حاصل قسمة مجموع قيم المتغير الإحصائي $x_1, x_2, \dots, x_k$ على التكرار الكلي N للسلسلة ، أي $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$ حيث $1 \leq i \leq k$.

■ إذا كانت قيم السلسلة $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ مرفقة بتكراراتها $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ فإن $\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$. وإذا كانت السلسلة مستمرة أي منظمة في فئات ، تخذ مراكز الفئات كقيم المتغير الإحصائي

ملاحظة : الرمز $\sum x_i$ يدل على المجموع $x_1 + x_2 + \dots + x_k$

خواص :

- إذا أضفنا نفس القيمة a إلى كل قيم سلسلة إحصائية فوسطها يزداد بنفس القيمة a
- إذا ضربنا كل قيم سلسلة إحصائية في نفس القيمة b فوسطها يضرب في نفس القيمة b
- إذا جزأت السلسلة إلى جزأين تكرارهما N_1, N_2 على الترتيب ووسطاهما $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ على الترتيب

$$\bar{x} = \frac{N_1 \times \bar{x}_1 + N_2 \times \bar{x}_2}{N_1 + N_2}$$

فوسط هذه السلسلة هو

• التباين :

تعريف :

تباين سلسلة معرفة بكل قيمها x_i ، والذي نرمز إليه بالرمز V ، هو وسط مربعات الفروق بين هذه القيم

$$V = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

ووسط السلسلة $\bar{x}$ ، أي : حيث N هو التكرار الكلي للسلسلة .

$$V = \frac{\sum n_i \times (x_i - \bar{x})^2}{\sum n_i}$$

إذا كانت السلسلة معرفة بقيمها x_i وتكراراتها n_i فإن التباين هو

تمرين تطبيقي :

سجل أستاذ الرياضيات في فرض للسنة الثانية آداب وفلسفة العلامات التالية : 7 ، 7 ، 7 ، 6 ، 5 ، 5 ، 5 ، 5 ، 4 ، 4 ، 4 ، 4 ، 13 ، 12 ، 12 ، 11 ، 11 ، 11 ، 11 ، 10 ، 10 ، 10 ، 10 ، 9 ، 9 ، 9 ، 8 ، 16 ، 15 ، 14 ، 14 ، 14 ، 14 ، 13 ، 12 ، 12 ، 11 ، 11 ، 11 ، 11 ، 10 ، 10 ، 10 ، 10 ، 9 ، 9 ، 9 ، 8 .

- اجمع هذه المعطيات في جدول .
- أحس كلا من الوسط والتباين لهذه السلسلة . تدور النتائج إلى 0,01

ملاحظات :

مذكرة رقم: 08

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : الإحتمالات
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

I. مصطلحات :

- نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع نتائجها رغم معرفة النتائج الممكنة .
- في تجربة عشوائية ، مجموعة النتائج الممكنة تسمى مجموعة الإمكانات ونرمز لها بالرمز Ω .
- ليكن A جزءا من Ω ، نقول عندئذ أن A حادثة .
- إذا احتوت المجموعة الجزئية A على نتيجة واحدة فإنها تدعى حادثة بسيطة .
- Ω هي الحادثة الأكيدة و Φ هي الحادثة المستحيلة .
- الحادثة المعاكسة لحادثة A ، ونرمز لها بالرمز A^c (تقرأ لا A) ، هي التي تحتوي على كل نتائج Ω ماعدا نتائج A .
- لتكن A و B حادثتين . نرمز بـ $A \cap B$ للحادثة (A و B) وهي التي تحتوي النتائج المشتركة بين A و B .
- إذا كانت $A \cap B = \Phi$ نقول عندئذ أن الحادثتين A و B غير متلائمتين (منفصلتين) .
- إتحاد الحادثتين A و B ونرمز له بـ $A \cup B$ هو الحادثة المكونة من نتائج الحادثة A أو نتائج الحادثة B .

مثال :

نرمي زهر نرد غير مزيف ذو ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 ، المجموعة الشاملة هي :

II. الإحتمالات :

1- قانون الإحتمال :

لتكن Ω مجموعة ذات n نتيجة لتجربة عشوائية $\Omega = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, يعرف قانون احتمال P على Ω بإرفاق كل إمكانية x_i بعدد موجب p_i حيث مجموع الأعداد p_i يساوي 1 .

x_1	x_2	x_3		x_i		x_n
p_1	p_2	p_3		p_i		p_n

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \text{ و } p_i \leq 1$$

مثال :

مذكرة رقم: 08

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : الإحتمالات (تابع).
الكفاءات المستهدفة :

مراحل سير الدرس :

III. الإحتمال والحوادث :

1- توزيع التواترات وقانون الإحتمال :

عند القيام بدراسة لمجتمع ، نحصل على توزيع التواترات لكل النتائج الممكنة .
إذا سحبنا بصفة عشوائية أحد أفراد هذا المجتمع ، نقبل أن نتوزيع التواترات يمثل قانون الإحتمال للتجربة العشوائية
من أجل كل نتيجة x_i ، لدينا $p_i = f_i$

مثال :

2. احتمال حادثة :

تعريف :

لتكن Ω مجموعة نتائج تجربة عشوائية مرفقة بقانون إحتمال و A حادثة
إحتمال الحادثة A هو مجموع احتمالات إمكانيات هذه الحادثة .

مثال :

3. خواص :

- بما أن الإحتمال $P(A)$ لحادثة A هو مجموع جزئي للإحتمالات p_i وبما أن المجموع الكلي لهذه الإحتمالات يساوي 1 ، إذن $0 \leq P(A) \leq 1$.
- غحتمال الحادثة المستحيلة منعدم أي : $P(\Phi) = 0$.
- احتمال الحادثة الأكيدة يساوي 1 أي : $P(\Omega) = 1$.
- إذا كانت A و B حادثتين من نفس المجموعة Ω فإن : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- إذا كانت الحادثتان A و B غير متلائمتين ، فإن : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (لأن $P(A \cap B) = 0$)
- حادثة من المجموعة Ω و $\bar{A}$ الحادثة المعاكسة لها ، في هذه الحالة يكون : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

تمارين تطبيقية : رقم 21 ص 299 - رقم 38 ص 300 .

مذكرة رقم: 08

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : النسب المئوية والمؤشرات (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

- حل النشاط رقم 01 ص 237 (الكتاب المدرسي) :

I. عموميات :

تعريف : نسمي متتالية عددية كل دالة من مجموعة الأعداد الطبيعية IN في مجموعة الأعداد الحقيقية IR .

إصطلاحات:

- يرمز عادة لمتتالية بأحد الرموز $u, v, w, \dots$.
- يرمز لصورة عدد طبيعي n بمتتالية u بالشكل $u(n)$ او بالشكل u_n .
- العدد u_n هو الحد الذي دليله (رتبته) n و يسمى أيضا الحد العام للمتتالية u .
- يرمز أيضا للمتتالية u بالشكل (u_n) أو $(u_n)_{n \in IN}$.

أمثلة:

1- $0, 1, 8, 9$ تشكل متتالية u معرفة على $\{0, 1, 2, 3\}$ حيث $u_0 = 0, u_1 = 1, u_2 = 8, u_3 = 9$.

2- $(u_n)_{n \in IN}$ المعرفة على IN^* بحددها العام u_n حيث : $u_n = \frac{1}{n}$.

الحد الذي رتبته 2006 هو $u_{2006} = \frac{1}{2006}$.

ملاحظة: يمكن أن تكون المتتالية معرفة بدءا من رتبة معينة .
مثال:

المتتالية (u_n) حيث $u_n = \sqrt{n-1}$ معرفة من أجل $n \geq 1$ و حدها الأول هو u_1 .

طرق تعيين متتالية: يمكن تعيين متتالية عددية بـ :

- بقائمة حدود المتتالية .
- بعلاقة صريحة (دستور) من الشكل $u_n = f(n)$.
- بعلاقة تراجعية , أي نعطي الحد الأول و علاقة تسمح بتعيين كل حد إنطلاقا من الحد السابق.

أمثلة:

1. متتالية معينة بقائمة حدودها المتتالية: $0, 2, 4, 6, 8, \dots$.

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

2. متتالية معرفة بالشكل $u_n = f(n)$:

$u_n = -n^2 + 3n + 10$; $u_1 = 12$, $u_0 = 10$.

3. متتالية معرفة بعلاقة تراجعية:

$$\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = -2v_n + 1 \end{cases}$$

مذكرة رقم: 08

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : النسب المئوية والمؤشرات (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

- حل النشاط رقم 01 ص 237 (الكتاب المدرسي) :

I. عموميات :

تعريف : نسمي متتالية عددية كل دالة من مجموعة الأعداد الطبيعية IN في مجموعة الأعداد الحقيقية IR .

إصطلاحات:

- يرمز عادة لمتتالية بأحد الرموز $u, v, w, \dots$.
- يرمز لصورة عدد طبيعي n بمتتالية u بالشكل $u(n)$ او بالشكل u_n .
- العدد u_n هو الحد الذي دليله (رتبته) n و يسمى أيضا الحد العام للمتتالية u .
- يرمز أيضا للمتتالية u بالشكل (u_n) أو $(u_n)_{n \in IN}$.

أمثلة:

1- $0, 1, 8, 9$ تشكل متتالية u معرفة على $\{0, 1, 2, 3\}$ حيث $u_0 = 0, u_1 = 1, u_2 = 8, u_3 = 9$.

2- $(u_n)_{n \in IN}$ المعرفة على IN^* بحددها العام u_n حيث : $u_n = \frac{1}{n}$.

الحد الذي رتبته 2006 هو $u_{2006} = \frac{1}{2006}$.

ملاحظة: يمكن أن تكون المتتالية معرفة بدءا من رتبة معينة .
مثال:

المتتالية (u_n) حيث $u_n = \sqrt{n-1}$ معرفة من أجل $n \geq 1$ و حدها الأول هو u_1 .

طرق تعيين متتالية: يمكن تعيين متتالية عددية بـ :

- بقائمة حدود المتتالية .
- بعلاقة صريحة (دستور) من الشكل $u_n = f(n)$.
- بعلاقة تراجعية , أي نعطي الحد الأول و علاقة تسمح بتعيين كل حد إنطلاقا من الحد السابق.

أمثلة:

1. متتالية معينة بقائمة حدودها المتتالية: $0, 2, 4, 6, 8, \dots$.

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

2. متتالية معرفة بالشكل $u_n = f(n)$:

$u_n = -n^2 + 3n + 10$; $u_1 = 12$, $u_0 = 10$.

3. متتالية معرفة بعلاقة تراجعية:

$$\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = -2v_n + 1 \end{cases}$$

مذكرة رقم: 09

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : المتتاليات العددية (تابع).
الكفاءات المستهدفة :

مراحل سير الدرس :
I. عموميات (تابع):

• التمثيل البياني:

تعريف: التمثيل البياني لمتتالية u هو مجموعة النقط ذات الفواصل (n, u_n) في المعلم (o, I, J) للمستوي.

مثال: لتكن u المتتالية المعرفة على IN بـ : $u_n = n^2 - 1$.

• إتجاه تغير متتالية :

تعريف:

- (u_n) متتالية معرفة على IN .
- نقول أن (u_n) متتالية متزايدة تماما عندما يكون:
من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < u_{n+1}$.
 - نقول أن (u_n) متتالية متناقصة تماما عندما يكون:
من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > u_{n+1}$.

أمثلة:

عين إتجاه تغير كل من المتتاليات المعرفة على IN كمايلي :

1. $u_n = 2n^2 + n$.

2. $v_n = 1 - 2n^2$.

تمرين تطبيقي: نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على IN كمايلي:

1. $w_n = n^2 + 1$.

1. لاحظ أن (w_n) معرفة بعلاقة من الشكل $w_n = f(n)$ حيث f دالة يطلب تعيينها.

2. أرسم التمثيل البياني للدالة f في المعلم (o, I, J) .

3. إستنتج إتجاه تغير (w_n) .

ملاحظات:

مذكرة رقم:10

التاريخ :
المدة :
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : المتتاليات الحسابية .
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

حل نشاط رقم 02 ص 237:

I. المتتاليات الحسابية:

1- تعريف:

نقول عن متتالية (u_n) حسابية إذا وجد عدد حقيقي r حيث :
من أجل كل عدد طبيعي n , $u_{n+1} = u_n + r$.
يسمى العدد الحقيقي r أساس المتتالية (u_n) .

أمثلة:

1. متتالية الأعداد 2000 , 2003 , 2006 , 2009 , هي متتالية حسابية أساسها 3 .

2. (w_n) متتالية حسابية أساسها 0.3 - و حدها الأول $w_0 = 8$.
الأعداد 7.7 , 7.4 , 7.1 , 7 , ... هي حدود المتتالية (w_n) .

ملاحظة:

- يمكن أن يكون العدد الحقيقي r موجبا أو سالبا .
- إذا كان $r = 0$ فإن كل الحدود متساوية ومساوية للحد الأول ونقول عن المتتالية أنها ثابتة .

2- حساب الحد العام u_n :

○ بإعطاء الحد الأول u_0 والأساس r :

مبرهنة 1 :

(u_n) متتالية حسابية ذات الحد الأول u_0 والأساس r يعني أن ، من أجل كل عدد طبيعي n :
 $u_n = u_0 + nr$.

أمثلة :

- الحد العام للمتتالية الحسابية للأعداد الفردية ذات الحد الأول 1 والأساس 2 هو : $u_n = 1 + 2n$.
- (u_n) متتالية حسابية حيث $u_0 = 5$ و $r = -2$ ومنه عبارة حدها العام هي : $u_n = 5 - 2n$.

تمرين تطبيقي 1 : رقم 17 ص 259 .

تمرين تطبيقي 2 : رقم 18 ص 260 .

ملاحظات :

مذكرة رقم: 13

التاريخ :
المدة : 1 ساعة
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : الإشتقاق (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

2- معادلة المماس لمنحن عند نقطة منه:

f دالة معرفة على مجال I .
(γ) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم (o, i, j) .

تعريف:

نسمي مماسا للمنحنى (γ) عند نقطة A فاصلتها a المستقيم الذي يشمل A و معامل توجيهه العدد المشتق للدالة f عند a .

• المعادلة المختصرة لهذا المماس هي : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

ملاحظات:

- 1- المماس (T) يشترك مع المنحنى (γ) في النقطة A .
 - 2- إذا كان $f'(a) = 0$ فإن معادلة المماس (T) تكتب $y = f(a)$.
- مثال:** f هي الدالة مربع و (γ) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (o, i, j) .

- الدالة f قابلة للإشتقاق عند 1 و $f'(1) = 2$.
- معادلة المماس (T) للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي : $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$.
حيث $f(1) = 1$, إذن المعادلة المختصرة للمماس (T) للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 1 هي :
 $y = 2x - 1$.

تمرين تطبيقي: ص 191 رقم 22 (الكتاب المدرسي).

ملاحظات :

مذكرة رقم: 14

التاريخ :
المدة : 1 ساعة
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : الإشتقاق (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

3 - الدوال المشتقة:

أ- قابلية الإشتقاق لدالة على مجال:

f دالة معرفة على مجال I من IR .

مبرهنة:

الدالة f قابلة للإشتقاق على I إذا و فقط إذا كانت قابلة للإشتقاق عند كل عدد حقيقي x من I .

إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال I فإن العدد المشتق للدالة f عند كل عدد حقيقي x من I موجود.

ب- الدالة المشتقة لدالة:

f دالة معرفة على مجال I من IR .

مبرهنة:

الدالة f' المعرفة على I و التي ترفق بكل عدد حقيقي x من I العدد المشتق $f'(x)$ للدالة f عند x تسمى الدالة المشتقة للدالة f .

نكتب : $f' : x \mapsto f'(x)$.

ملاحظة: نذكر أن : $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

مثال: عين الدالة المشتقة للدالة g المعرفة على IR كمايلي : $g(x) = 1981x + 1988$.

تمرين تطبيقي: ص 193 رقم 31 (الكتاب المدرسي).

ملاحظات :

مذكرة رقم: 15

التاريخ :
المدة : 1 ساعة
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : الإشتقاق (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

3 - الدوال المشتقة:

ج- الدوال المشتقة لدوال مألوفة:

1- الدالة المشتقة للدالة f حيث $f(x) = k$.

مبرهنة:

k عدد حقيقي . الدالة f حيث $f(x) = k$ قابلة للإشتقاق على IR و دالتها المشتقة f' معرفة على IR كمايلي : $f'(x) = 0$.

أي : الدالة المشتقة لدالة ثابتة هي الدالة المنعدمة.

مثال: الدالة المشتقة للدالة $w(x) = 2007$ هي الدالة المعدومة أي : من أجل كل x من IR , $w'(x) = 0$.

2 - الدالة المشتقة لدالة تألفية:

مبرهنة:

الدالة f حيث $f(x) = ax + b$, a و b عدنان حقيقيان , قابلة للإشتقاق على IR و دالتها المشتقة f' معرفة على IR كمايلي : $f'(x) = a$.

حالة خاصة: الدالة المشتقة للدالة f المعرفة على IR كمايلي : $f(x) = x$ هي الدالة f' المعرفة على IR كمايلي : $f'(x) = 1$.

أمثلة: عين الدوال المشتقة للدوال الآتية و المعرفة على IR كمايلي :

$$(1) \quad k(t) = -7.5t + 0.2 .$$

$$(2) \quad v(q) = 2007q + 2006$$

$$(3) \quad R(x) = -1990$$

ملاحظات :

مذكرة رقم: 16

التاريخ :
المدة : 1 ساعة
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : الإشتقاق (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

3 - الدولة المشتقة للدالة "مربع" :

مبرهنة:

الدالة f حيث $f(x) = x^2$ قابلة للإشتقاق على IR و دالتها المشتقة f' معرفة كمايلي : $f'(x) = 2x$.

4- الدالة المشتقة للدالة "مقلوب" :

مبرهنة:

الدالة f المعرفة كمايلي $f(x) = \frac{1}{x}$ قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]0, +\infty[$ و $]-\infty, 0[$ و دالتها المشتقة f' معرفة كمايلي : $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

5- مشتق الدالة f حيث $f(x) = x^n$, $n \geq 2$:

مبرهنة 1:

الدالة f حيث $f(x) = x^n$, n عدد طبيعي أكبر تماما من 1 , قابلة للإشتقاق على IR و دالتها المشتقة f' معرفة كمايلي : $f'(x) = nx^{n-1}$.

أمثلة :

مبرهنة 2:

الدالة f المعرفة كمايلي $f(x) = \frac{1}{x^n}$, n عدد طبيعي غير منعدم قابلة للإشتقاق على كل من المجالين $]0, +\infty[$ و $]-\infty, 0[$ و دالتها المشتقة f' معرفة كمايلي : $f'(x) = -\frac{n}{x^{n+1}}$.

أمثلة :

ملاحظات :

مذكرة رقم: 17

التاريخ :
المدة : 1 ساعة
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : الإشتقاق (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

4- العمليات على الدوال المشتقة:

f, g دالتان معرفتان على نفس المجال I من IR , k عدد حقيقي .

أ- الدالة المشتقة لمجموع دالتين:

مبرهنة :

إذا كانت الدالتان f و g قابلتين للإشتقاق على المجال I فإن الدالة $f + g$ قابلة للإشتقاق على I

دالتها المشتقة $(f + g)'$ معرفة كمايلي : من أجل عدد حقيقي x من I $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$

أمثلة :

حالات خاصة :

(1) إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال I ، فإن الدالة $-f$ قابلة للإشتقاق على I ودالتها المشتقة $(-f)'$

معرفة كما يلي : $(-f)'(x) = -f'(x)$.

(2) إذا كانت الدالتان f و g قابلتين للإشتقاق على المجال I فإن الدالة $(f - g)$ قابلة للإشتقاق على المجال I

ودالتها المشتقة $(f - g)'$ معرفة على I كما يلي : $(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$.

ب- الدالة المشتقة لجداء دالتين:

مبرهنة :

إذا كانت الدالتان f و g قابلتين للإشتقاق على المجال I فإن الدالة $f \cdot g$ قابلة للإشتقاق على I

دالتها المشتقة $(f \cdot g)'$ معرفة على I كمايلي : $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$.

أمثلة :

حالات خاصة :

(1) نضع من أجل كل عدد حقيقي x من I , $f(x)$, $(f^2)(x) = f(x) \cdot f(x)$. إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على

المجال I ، فإن الدالة f^2 قابلة للإشتقاق على I و دالتها المشتقة $(f^2)'$ معرفة كمايلي :

$$(f^2)'(x) = 2f(x)f'(x)$$

(2) إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال I فإن الدالة $k \cdot f$ قابلة للإشتقاق على I و دالتها المشتقة

$$(k \cdot f)'(x) = k \cdot f'(x) \quad . \quad k \in IR$$

أمثلة :

ملاحظات :

مذكرة رقم: 18

التاريخ :
المدة : 1 ساعة
التوقيت :

المستوى : 2 آداب وفلسفة
المادة : رياضيات
الموضوع : الإشتقاق (تابع).
الأهداف :

مراحل سير الدرس :

4- العمليات على الدوال المشتقة (تابع):

أ- الدالة المشتقة لمقلوب دالة:
مبرهنة

إذا كانت الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال I حيث من أجل كل عدد حقيقي x من I ، $f(x) \neq 0$ ،
فإن الدالة $\frac{1}{f}$ قابلة للإشتقاق على I و دالتها المشتقة معرفة كمايلي:

$$\left(\frac{1}{f}\right)'(x) = -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}, \text{ حيث } f(x) \neq 0 \text{ من } I$$

أمثلة:

5- الدالة المشتقة و اتجاه التغير:

f دالة معرفة وقابلة للإشتقاق على مجال I
نقبل بدون برهان المبرهنة التالية:

مبرهنة:

- (أ) إذا كان ، من أجل كل عدد حقيقي x من I ، $f'(x) > 0$ فإن الدالة f متزايدة تماما على I .
(ب) إذا كان ، من أجل كل عدد حقيقي x من I ، $f'(x) < 0$ فإن الدالة f متناقصة تماما على I .
(ج) إذا كان ، من أجل كل عدد حقيقي x من I ، $f'(x) = 0$ فإن الدالة f ثابتة على I .

ملاحظة:

يبقى النصان (أ)-(ب) في المبرهنة السابقة صحيحين عندما ينعدم $f'(x)$ من أجل عدد منته من قيم x .

تمرين تطبيقي : رقم 42 ص 194 .
رقم 44, 45 ص 195.

ملاحظات :