

ملخص المكتسبات في الدوال العددية

1. إشارة عبارة جبرية:

أ- إشارة ثنائي الحد من الدرجة الأولى: العبارة $(ax + b)$ تنعدم لما $x = -\frac{b}{a}$ وإشارتها:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	عكس إشارة a	0	نفس إشارة a

ب- إشارة العبارة $(ax + b)^n$ حيث n عدد صحيح:

✓ إذا كان n زوجي فإن $(ax + b)^n \geq 0$

✓ إذا كان n فردي فإن إشارة العبارة $(ax + b)^n$ هي إشارة العبارة $(ax + b)$

ت- إشارة ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية $ax^2 + bx + c$:

نحل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ لذلك نحسب المميز Δ المعروف بـ $\Delta = b^2 - 4ac$ ونميز ثلاث حالات تبعا لإشارة Δ :

✓ الحالة الأولى $\Delta > 0$: المعادلة تقبل حلان هما $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ والإشارة كالآتي:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	نفس إشارة a	0	عكس إشارة a	نفس إشارة a

✓ الحالة الثانية $\Delta = 0$: المعادلة تقبل حل مضاعف هو $x_0 = -\frac{b}{2a}$ وإشارة العبارة كالآتي:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	نفس إشارة a	0	نفس إشارة a

✓ الحالة الثالثة $\Delta < 0$: المعادلة لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$ وإشارتها:

x	$-\infty$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	نفس إشارة a	نفس إشارة a

ث- الشكل النموذجي للعبارة $ax^2 + bx + c$ هو $a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$

ج- المتطابقات الشهيرة:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

2. عموميات على الدوال:

أ- **الدالة:** لتكن D جزء غير خال من $\mathbb{R}$ ، إذا كانت D مجموعة تعريف الدالة f فإن f ترفق بكل عدد حقيقي x من D عددا حقيقيا **وحيدا** نرسم له بـ $f(x)$.

✓ نقول أن $f(x)$ هي **صورة** العدد x بالدالة f

✓ العدد x إن وجد هو **سابقة** العدد $f(x)$ بالدالة f

✓ التمثيل البياني للدالة f في معلم (O, I, J) للمستوي هو مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق:

$$y = f(x) \text{ و } x \in D_f$$

ب- **مجموعة تعريف دالة:** هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي يكون من أجلها حساب $f(x)$ ممكنا ونرمز لها بـ D_f

ت- **الدوال المرجعية:**

التمثيل البياني	اتجاه التغير	الدالة
	• f متناقصة تماما على $]-\infty, 0]$ • $a^2 > b^2$ فإن $a < b \leq 0$ إذا كان • f متزايدة تماما على $[0, +\infty[$ • $a^2 < b^2$ فإن $0 \leq a < b$ إذا كان	$f: x \mapsto x^2$
	• f متناقصة تماما على $]-\infty, 0[$ • $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ فإن $a < b < 0$ إذا كان • f متناقصة تماما على $[0, +\infty[$ • $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ فإن $0 < a < b$ إذا كان	$f: x \mapsto \frac{1}{x}$
	• f متزايدة تماما على $[0, +\infty[$ • $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ فإن $0 \leq a < b$ إذا كان	$f: x \mapsto \sqrt{x}$
	• f متناقصة تماما على $]-\infty, 0]$ • $a > b$ فإن $a < b \leq 0$ إذا كان • f متزايدة تماما على $[0, +\infty[$ • $a < b$ فإن $0 \leq a < b$ إذا كان	$f: x \mapsto x $
	الدالتان $g: x \mapsto \cos x$ و $f: x \mapsto \sin x$ دوريتان دورهما 2π	$f: x \mapsto \sin x$ $g: x \mapsto \cos x$

ث- شفعية دالة: لتكن f دالة معرفة على جزء D من $\mathbb{R}$

- ✓ نقول أن الدالة f زوجية إذا كان D متناظرا بالنسبة إلى 0 وكان من أجل كل x من D ، $f(-x) = f(x)$
- يكون منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس للمستوي متناظرا بالنسبة لحامل محاور الترتيب
- ✓ نقول أن الدالة f فردية إذا كان D متناظرا بالنسبة إلى 0 وكان من أجل كل x من D ، $f(-x) = -f(x)$
- يكون منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس للمستوي متناظرا بالنسبة إلى مبدأ المعلم

أمثلة:

- الدوال $|x| \mapsto x$ و $x^2 \mapsto x$ هي دوال زوجية، الدوال $\frac{1}{x} \mapsto x$ و $ax \mapsto x$ ($a \in \mathbb{R}$) هي دوال فردية.

ج- اتجاه تغير دالة على مجال: f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$

- ✓ f متزايدة تماما على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I ، إذا كان $x_1 < x_2$ فإن: $f(x_1) < f(x_2)$
- ✓ f متناقصة تماما على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I ، إذا كان $x_1 < x_2$ فإن: $f(x_1) > f(x_2)$
- ✓ f ثابتة على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I فإن: $f(x_1) = f(x_2)$
- إذا كانت الدالة f متناقصة تماما أو متزايدة تماما على مجال I نقول أنها رتيبة عليه.

3. حل معادلات ومتراجحات بيانيا:

✓ حل المعادلة $f(x) = g(x)$ بيانيا:

حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ ذات المجهول الحقيقي x بيانيا هي فواصل نقط تقاطع التمثيل البياني للدالتين f و g

✓ حل المتراجحة $f(x) < g(x)$ بيانيا:

حلول المتراجحة $f(x) < g(x)$ بيانيا هي الأعداد الحقيقية x التي من أجلها يكون التمثيل البياني للدالة f يقع تحت التمثيل البياني للدالة g