

تمرين 01

ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB = 5cm$

① أنشئ النقطة H المعرفة بالعلاقة: $-2\vec{HA} + \vec{HB} = \vec{0}$

ماذا تمثل النقطة H بالنسبة للنقطتين A و B ؟

② لتكن النقطة G مربّح الجُملة المُثقلة

$$\bullet \{(A, -2); (B, 1); (C, -1)\}$$

بين أن: $-\vec{GH} - \vec{GC} = \vec{0}$ ، ثم أنشئ النقطة G .

③ عيّن الأعداد الحقيقية α ، β و γ التي من أجلها

تكون النقطة A مربّحا للجُملة $\{(G, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$

④ لتكن (Γ_1) مجموعة النقط M من المُستوي حيث:

$$\bullet \|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}\| = 4$$

★ عيّن طبيعة (Γ_1) ثم أنشئها .

⑤ لتكن (Γ_2) مجموعة النقط M من المُستوي حيث:

$$\bullet (-2\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}) \perp (\vec{MB} + \vec{MC})$$

★ عيّن طبيعة (Γ_2) ثم أنشئها .

تمرين 02

ليكن ABC مثلثاً حيث $AB = 8cm$ ، $BC = 4cm$ و $AC = 6cm$

① لتكن النقطتان I و J مربّحي الجُمليتين $\{(A, 1); (B, 4)\}$

و $\{(B, 2); (C, -1)\}$ (على الترتيب).

② لتكن G مربّح الجُملة $\{(A, 1); (B, 4); (C, -2)\}$

بين أن G هي نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AJ) .

③ عيّن ثم أنشئ (Γ_1) مجموعة النقط M من المُستوي

$$\bullet \|\vec{MA} + 4\vec{MB}\| = 5\|\vec{MB} - \vec{MC}\|$$

④ عيّن ثم أنشئ (Γ_1) مجموعة النقط M من المُستوي

$$\bullet \|\vec{MA} + 4\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MC}\|$$

تمرين 03

ABC مثلث من المُستوي.

① بين أنه توجد نقطة وحيدة G تُحقق:

$$\bullet \vec{GA} + 2\vec{GB} - \vec{GC} = \vec{0}$$

① لتكن النقطة I مربّح الجُملة $\{(B, 2); (C, -1)\}$

★ بين أن النقطة G هي منتصف القطعة $[AI]$ ثم أنشئ

كلّاً من النقطتين G و I .

② نقطة M كيفية من المُستوي.

(أ) بين أن الشعاع $\vec{u} = \vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}$ مُستقل عن

النقطة M .

(ب) ماهي (C) مجموعة النقط M من المُستوي التي

$$\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\| = \|\vec{MA} + 2\vec{MB} - \vec{MC}\|$$

تمرين 04

ABC مثلث من المُستوي.

لتكن النقطة G من المُستوي حيث:

$$\bullet 3\vec{AG} - \vec{AB} - \vec{AC} = \vec{0}$$

① بين أن النقطة G هي مركز ثقل المثلث ABC .

① عيّن (Γ_1) مجموعة النقط M من المُستوي التي تحقق:

$$\bullet \|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 3\|\vec{MA}\|$$

① عيّن (Γ_2) مجموعة النقط M من المُستوي التي تحقق:

$$\bullet \|\vec{MA} + \vec{MB}\| = 2\|\vec{MA} - \vec{MB}\|$$

① نزود المُستوي بمعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ،

و لتكن النقط $A(1; 0)$ ، $B(0; -1)$ و $C(3; 2)$.

نعتبر الجُملة $\{(A; 4); (B; \alpha - 1); (C; 2\alpha)\}$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$

(أ) عيّن قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجُملة السابقة

مربّحا G_α .

(ب) عيّن قيم العدد الحقيقي α التي من أجلها تقع

النقطة G_α على محور الفواصل.

تمرين 05 ABC مثلثٌ كُفي من المُستوي.

H نقطة تحقق العلاقة $2\vec{AH} + \vec{AB} = \vec{0}$ و مربّح الجُملة

$$\bullet \{(A; 3); (B; -1); (C; 2)\}$$

① بين أن H هي مربّح النقطتين A و B بمعاملين يُطلب

تعيينهما.

② باستخدام خاصية التجميع أثبت أن النقطة G هي

منتصف القطعة $[HC]$.

③ أنشئ كلّاً من G و H .

• (IC) و (JA)

تمرين 08

مثلاً حيث: $AB = AC = 5cm$ و $CB = 6cm$ و H منتصف القطعة $[BC]$.

① أحسب AH .

② لتكن النقطة G مرجح الجُملة $\{(A, 2); (B, 1); (C, 1)\}$ أنشئ النقطة G .

ب) عيّن و أنشئ مجموعة النقط M من المُستوي حيث:

$$(\Gamma_1) : \|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 8$$

$$(\Gamma_2) : \|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

تمرين 09

ABC مثلاً مركز ثقله النقطة G . و K مرجح الجُملة $\{(A, 2); (B, 2); (C, -1)\}$.

★ عيّن و أنشئ مجموعات النقط M من المُستوي حيث:

$$(\Gamma_1) = \{M : 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{AB}; k \in \mathbb{R}\}$$

$$(\Gamma_2) : \|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$$

$$(\Gamma_3) : \|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

تمرين 10

في المُستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، لتكن النقط $A(3; 2)$ ، $B(0; 1)$ و $C(-1; 0)$.

و لتكن G_α مرجح الجُملة $\{(A, \alpha); (B, -\alpha); (C, 2)\}$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}^*$.

★ عيّن إحداثيات G_α بدلالة α ، ثم بين أنها تنتمي إلى مستقيم (Δ) يُطلب تعيين معادلته.

تمرين 11

$ABCD$ رباعي كفي.

① أنشئ النقطة J مرجح الجُملة المثقلة $\{(A, 1); (B, 1); (C, -1); (D, -2)\}$.

② أنشئ النقطة K مرجح الجُملة المثقلة $\{(A, 1); (B, 2); (C, -2); (D, 3)\}$.

④ (E) هي مجموعة النقط M من المُستوي حيث:

$$\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| \leq 2\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$$

★ عيّن ثم أنشئ (E) .

⑤ المُستوي منسوب إلى المعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقط $A(0; 1)$ ، $B(0; 5)$ و $C(2; 1)$.

و لتكن G_m مرجح الجُملة:

$$\{(A; -m^2 + 4); (B; m^2 - 2m); (C; 2m)\}$$

أ) عيّن قيم m التي من أجلها تكون G_m موجودة ووحيدة.

ب) عيّن إحداثي G_m بدلالة m .

ج) عيّن المحل الهندسي للنقط G_m لما m يمسح $\mathbb{R}$.

تمرين 06 ABC مثلاً كفي.

H نقطة من المُستوي حيث: $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

① أنشئ النقطة H ثم بين أنها مرجح النقطتين A و B بمعاملين يُطلب تعيينهما.

② لتكن النقطة G مرجح الجُملة المثقلة $\{(A; 1); (B; 2); (C; 3)\}$.

أ) اكتب $\overrightarrow{AG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم أنشئ النقطة G .

ج) عيّن مجموعة النقط M من المُستوي في كل حالة:

$$(\Gamma_1) : \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 12$$

$$(\Gamma_2) : \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 6\|\overrightarrow{MH}\|$$

$$(\Gamma_3) : \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| \leq 6$$

تمرين 07 ABC مثلاً متقايس الأضلاع.

H ، I و J ثلاث نُقط من المُستوي تُحقق:

$$2\overrightarrow{JB} - 3\overrightarrow{JC} = \vec{0} \text{ و } \overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH} = \vec{0}$$

① بين أن كل نقطة من النقط H ، J و I هي مرجح لنقطتين من النقط A ، B و C بمعاملات يُطلب تعيينها في كل حالة.

② أنشئ G مرجح الجُملة المثقلة $\{(A, 2); (B, 4); (C, -3)\}$.

③ أثبت أن G هي نقطة تلاقي المستقيمات (HB) ،