

الأستاذ: دقيش علي

حصريا

أروع ملخص

BEM 2023

الرياضيات

خاص بدورانية الرياضيات 2023



ملخص لاهم دروس الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

بعض أنواع المسائل PGCD

العمليات على الكسور

العددان الأوليان فيما بينهما

حساب القاسم المشترك الأكبر

النوع 1: مسائل التقسيم إلى مجموعات

يريد صاحب مكتبة توزيع 5184 كراسا و 3456 كتابا على أكبر عدد ممكن من التلاميذ المحتاجين بحيث يحصل كل تلميذ على كراسيس و كتب في آن واحد على أن تكون القسمة عادلة - أحسب عدد التلاميذ المستفيدين

ملاحظة: pgcd يمثل عدد المجموعات او التلاميذ ..

النوع 2: مسائل الاحاطة

حقل مستطيل الشكل طوله 102m وعرضه 78m أراد صاحبه إحاطته بأشجار بحيث تبعد كل شجرة عن الأخرى بنفس المسافة و أن سغرس عند كل ركن شجرة

- ما هي المسافة بين كل شجرة و أخرى
- ما هو عدد الأشجار

ملاحظة: pgcd يمثل هنا دوما المسافة بين الاشجار او الأعمدة

النوع 3: مسائل التقسيم إلى مربعات

أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220 صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعدها 140 و 220

جزئت الى مربعات متماثلة و بأكبر ضلع ممكن

- أحسب طول ضلع كل مربع
- أحسب عدد المربعات الناتجة

ملاحظة: pgcd هنا يمثل طول ضلع المربع

جمع أو طرح كسرين :

نجمع او نطرح البسطين و نحتفظ بنفس المقام

إذا كانا مختلفين في المقام يجب توحيد المقامات

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

قسمة كسرين :
اجراء سلسلة عمليات على الكسور
الأولوية في الحساب

- القوى

- الاقواس

- الضرب والقسمة

- الجمع والطرح

تعريف : العددان الأوليان فيما بينهما هما عددان

القاسم المشترك الأكبر لهما هو 1

الأسئلة المقترحة في التمارين :

السؤال 1: بين ان 65 و 56 أوليان فيما بينهما

الحل : نحسب القاسم المشترك الأكبر لهما اذا كان 1 فهما أوليان فيما بينهما

السؤال 2: بدون حساب هل 102 و 78 أوليان فيما بينهما

هنا نستعمل قواعد قابلية القسمة على 2 أو 3 أو 5

الحل

بما ان 2 قاسم ل 102 و قاسم ل 78 فان 102 و 78 غير أوليان فيما بينهما

الاختزال:

لكتابة كسر على شكل كسر غير قابل للاختزال هي ان نقسم بسطه و مقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما .

مثال:

مثلا : ايجاد القاسم المشترك الأكبر ل 1547 و 697

$$1547 = 697 \times 2 + 153$$

$$697 = 153 \times 4 + 85$$

$$153 = 85 \times 1 + 68$$

$$85 = 68 \times 1 + 17$$

$$68 = 17 \times 4 + 0$$

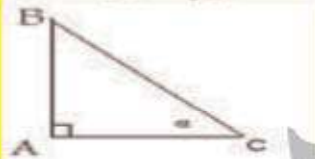
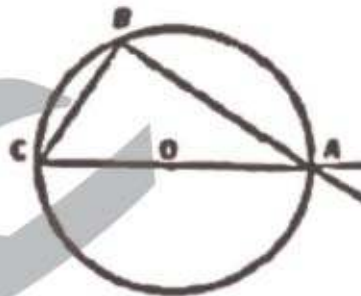
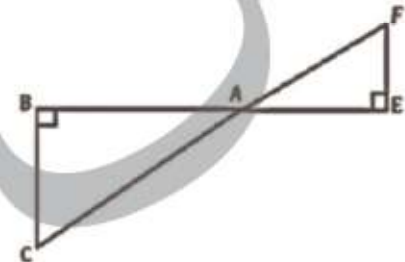
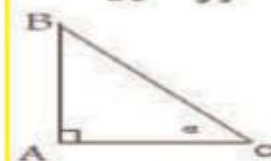
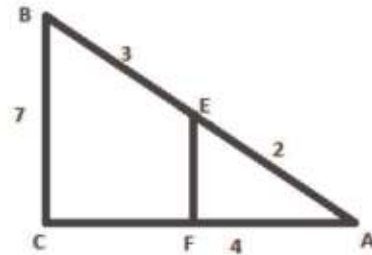
$$pgcd(1547; 697) = 17$$

تمرين: احسب

$$PGCD(1575 ; 3780)$$

خاصية: نقول عن عدد b انه قاسم ل a إذا وجد عدد k بحيث $a = b \times k$

ملخص المقطع الثاني للأنشطة الهندسية - خاصية طالس و النسب المثلثية

حساب الزوايا	إثبات أن المثلث قائم	إثبات التوازي	حساب الأطوال
النسب المثلثية في المثلث القائم: $\sin \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ $\tan \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ $\cos \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ 	الخاصية العكسية لفيثاغورث: إذا كان في مثلث مربع طول أحد الأضلاع يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين فإن هذا المثلث قائم	الخاصية العكسية لطالس: نحسب أولا النسب إذا كانت متساوية والنقاط على استقامة و بنفس الترتيب فإن المستقيمان متوازيان	خاصية طالس: شرطها - التوازي و استقامة النقط نتيجتها: تساوي النسب
العلاقة بين النسب المثلثية تستخدم في حساب القيم المضبوطة لأحد النسب المثلثة $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	الدائرة المحيطة بالمثلث: إذا كان أحد أضلاع المثلث قطرا للدائرة المحيطة بهذا المثلث فإن هذا المثلث قائم 	نظرية فيثاغورث إذا كان المثلث قائما فإن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين 	النسب المثلثية في المثلث القائم: $\sin \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ $\tan \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ $\cos \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ 
أ. دقيش علي للرياضيات			

ملخص لاهم دروس العمليات على الجذور التربيعية

التوزيع و جعل مقام نسبة عدد ناطق و المعادلة

الجداء و التوزيع

$$\begin{aligned} 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} &= \\ 5\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} &= \\ 2\sqrt{3}(4 - \sqrt{2}) &= \\ -2\sqrt{5}(5 - 2\sqrt{5}) &= \\ -\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) &= \end{aligned}$$

جعل مقام نسبة عدد ناطق

لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا نضرب كلا من a و $\sqrt{b}$ في العدد $\sqrt{b}$ ($\sqrt{b}$ عدد ناطق).

$$\frac{5}{3\sqrt{2}} \quad \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}$$

- المعادلة: $x^2 = b$

b عدد حقيقي.

- إذا كان $b > 0$, فإن للمعادلة: $x^2 = b$ حلين مختلفين هما $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$.
- إذا كان $b = 0$, فإن للمعادلة: $x^2 = b$ حلا واحدا فقط هو العدد 0.
- إذا كان $b < 0$, فإن للمعادلة: $x^2 = b$ ليس لها حلا

تبسيط عدد غير ناطق (الجذور)

تبسيط عدد غير ناطق هو كتابته على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد موجب و b اصغر عدد طبيعي ممكن.

مثال: تبسيط العدد $\sqrt{50}$.

- نبحث عن أكبر مربع يقسم 50، أي: $50 = 25 \times 2$
- نطبق خاصية جداء جذرين تربيعيين، أي: $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2}$
- نطبق تعريف الجذر التربيعي، أي: $\sqrt{25} = 5$

إذن: $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

تبسيط عبارة جذور

تبسيط الجذور، أي كتابتها على الشكل $a\sqrt{b}$.

مثال: تبسيط العبارة $A = \sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{50}$

- نكتب العبارة على الشكل $a\sqrt{b}$ ، أي:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{50} \\ &= \sqrt{4 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} + \sqrt{25 \times 2} \\ &= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

أكتب العبارات التالية على شكل $a\sqrt{b}$:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{12} \\ B &= \sqrt{27} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{75} \\ C &= 2\sqrt{18} - 3\sqrt{2} + \sqrt{8} \\ D &= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{80} + \sqrt{20} \end{aligned}$$

تعريف الجذر التربيعي و العمليات على الجذور

من أجل كل عدد موجب a ، يوجد عدد موجب مربعه a نرمز له $\sqrt{a}$ ، ونكتب: $(\sqrt{a})^2 = a$.
لا يوجد عدد مربعه عدد سالب.

$$\begin{aligned} \sqrt{49} \\ \sqrt{100} \\ \sqrt{4} \\ \sqrt{9} \\ \sqrt{64} \end{aligned}$$

خاصية 1:

a و b عددان موجبان.

$$\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b} \quad \text{و} \quad \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

الخاصية 2:

a و b عددان موجبان حيث $b \neq 0$.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

الخاصية 3:

a و b عددان موجبان حيث $a > b$.

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a - b} \quad \text{و} \quad \sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$$

ملخص نشر و تبسيط عبارة جبرية

تبسيط عبارة جبرية هو كتابتها بأقل عدد من الحدود

المتطابقات :

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad \text{1. مربع مجموع}$$
$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \quad \text{2. مربع فرق}$$

جداء مجموع حدين و فرقهما

$$(m-n)(m+n) = m^2 - n^2$$

التوزيع :

$$* k(a+b) = ka + kb$$
$$* k(a-b) = ka - kb$$
$$* (a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

حذف الأقواس :

- قوس مسبوقه بإشارة سالبة (-) : نحذف الأقواس و نغير الإشارات
 - قوس مسبوقه بإشارة موجبة (+) : نحذف الأقواس و لا نغير الإشارات
- $$A = +(-2x^2 - 2x + 15) = -2x^2 - 2x + 15$$
- $$B = -(-3x^3 + 2x^2 - 7x + 3) = 3x^3 - 2x^2 + 7x - 3$$

بعد إجراء التبسيط باستخدام حذف الأقواس أو التوزيع أو المتطابقات الشهيرة نقوم بجمع الحدود المتشابهة

الحدود المتشابهة : هي التي لها نفس الحرف و نفس الأس

مثال:

$$A = 2x^2 + 5x + 6 + 5x^2 - 3x + 10$$

$$A = 2x^2 + 5x^2 + 5x - 3x + 6 + 10$$

$$A = 7x^2 + 2x + 16$$

الأستاذ دقيش علي الرياضيات

ملخص التحليل

تحليل العبارات غير مباشر

الأستاذ دقيش علي للرياضيات - تابع قناتي على اليوتيوب

التحليل البسيط المباشر

$$\begin{aligned} A &= (12x^2 - 6x) - (2x-1)(4x+3) \\ A &= 6x(2x-1) - (2x-1)(4x+3) \\ A &= (2x-1)[6x - (4x+3)] \\ A &= (2x-1)[6x - 4x - 3] \\ A &= (2x-1)(2x-3) \end{aligned}$$

ملاحظة:

العامل المشترك يكون غير ظاهر و من أجل تحليل العبارة يجب تحليل أحد حدودها أو أحد العوامل حتى يظهر لنا العامل المشترك

الحالة 1: بالعامل المشترك

$$\begin{aligned} A &= (16x^2 - 9) - (2x-1)(4x+3) \\ A &= (4x+3)(4x-3) - (2x-1)(4x+3) \\ A &= (4x+3)[(4x-3) - (2x-1)] \\ A &= (4x+3)[4x-3-2x+1] \\ A &= (4x+3)(2x-2) \end{aligned}$$

ملاحظة:

العامل المشترك غير ظاهر و من أجل تحليل العبارة نقوم بتحليل أحد الحدود بالمتطابقات الشهيرة و بعدها نحلل العبارة كاملة بالعامل

الحالة 2: بالمتطابقات

$$\begin{aligned} B &= 2x^2 + x - 3 + (2x+3)(5x-2) \\ B &= (2x+3)(x-1) + (2x+3)(5x-2) \\ B &= (2x+3)[(x-1) + (5x-2)] \\ B &= (2x+3)[x-1+5x-2] \\ B &= (2x+3)(6x-3) \end{aligned}$$

إثبات صحة المساوات

$$\begin{aligned} A &= (2x+3)(x-1) \\ &= 2x(x-1) + 3(x-1) \\ &= 2x^2 - 2x + 3x - 3 \\ &= 2x^2 + x - 3 \end{aligned}$$

ملاحظة:

العامل المشترك غير ظاهر نقوم بإثبات صحة مساواة ثم نستغل نتيجتها في تحليل العبارة

الحالة 3: بصحة مساواة

$$\begin{aligned} A &= (2x-1)(x+2) - (2x-1)(4x+1) \\ A &= (2x-1)[(x+2) - (4x+1)] \\ A &= (2x-1)[x+2-4x-1] \\ A &= (2x-1)(-3x+1) \end{aligned}$$

العامل المشترك

$$\begin{aligned} A &= 4x^2 + 9 + 12x \\ A &= (2x+3)^2 \end{aligned}$$

رقم 1

$$\begin{aligned} A &= 25x^2 + 49 - 70x \\ A &= (5x-7)^2 \end{aligned}$$

رقم 2

$$9x^2 - 16 = (3x-4)(3x+4)$$

$$\begin{aligned} C &= (x-1)^2 - 4 \\ C &= [(x-1)-2][(x-1)+2] \\ C &= [x-1-2][x-1+2] \\ C &= (x-3)(x+1) \end{aligned}$$

المتطابقة رقم 3

$$\begin{aligned} D &= (x-1)^2 - (2x+3)^2 \\ D &= [(x-1) - (2x+3)][(x-1) + (2x+3)] \\ D &= [x-1-2x-3][x-1+2x+3] \\ D &= (-x-3)(3x+2) \end{aligned}$$

المتطابقات الشهيرة

أ. ب. ق. ش. علي

من الدرجة الثانية

المعادلات

من الدرجة الأولى

2

ثلاثة

3- معادلة
من الشكل:

$$x^2 = b$$

$b < 0$
المعادلة ليس لها حل
 $x^2 = -10$
ليس لها حل

$b = 0$
للمعادلة حل واحد
 $x = 0$
 $x^2 = 0$
ومنه
 $x = 0$

$b > 0$
للمعادلة حلان هما
 $x = \sqrt{b}$
 $x = -\sqrt{b}$
ومنه $x^2 = 16$
 $x = \sqrt{16} = 4$
 $x = -\sqrt{16} = -4$

4- معادلة الجداء
المعروف: إذا كان

$$a \times b = 0$$

إذن
 $a = 0$
أو
 $b = 0$

5- معادلة يقول حلها إلى حل
معادلة الجداء المعروف:

- 1- جعل الطرف الأيمن 0
- 2- تحليل الطرف الأيسر
- 3- حل معادلة الجداء المعروف

1- معادلة من
الشكل:

$$ax = b$$

مع

$$a \neq 0$$

حلها هو

$$x = \frac{b}{a}$$

2- طريقة حل معادلة من
الدرجة الأولى:

- 1- تبسيط الطرفين
- 2- المعامل في طرف والمجاهيل في طرف (تغيير الإشارة عند تغيير الطرف)
- 3- جمع الحدود المتشابهة
- 4- حل معادلة من الشكل $ax = b$

$$\frac{5}{2}x = \frac{7}{11}$$

$$x = \frac{7}{11} \div \frac{5}{2} = \frac{14}{55}$$

$$x = \frac{7}{11} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{55}$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

$$-5x = 60$$

$$x = \frac{60}{-5} = -12$$

$$\frac{4}{7}x = -3$$

$$x = -3 \div \frac{4}{7}$$

$$x = -3 \times \frac{7}{4} = -\frac{21}{4}$$

$$-2x = \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{3}{5} \div (-2)$$

$$x = \frac{3}{5} \times \frac{1}{-2} = -\frac{3}{10}$$

$$2(3x-1)-(5x+2)=3(x+1)$$

$$6x-2-5x-2=3x+3$$

$$6x-5x-3x=+2+2+3$$

$$-2x=7$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

المتراجحات

التمثيل البياني لحلول المتراجحة

مثل بيانيا مجموعة حلول المتراجحت التالية

$\longrightarrow$	$x < 3$
$\longrightarrow$	$x > 2$
$\longrightarrow$	$x \leq 4$
$\longrightarrow$	$x \geq -5$
$\longrightarrow$	$x > \frac{3}{2}$
$\longrightarrow$	$x \leq -3$
$\longrightarrow$	$x > -100$

أمثلة تطبيقية

$$2(5x+3) - (x+1) \leq x-2$$

$$10x+6-x-1 \leq x-2$$

$$10x-x-x \leq -6-2$$

$$8x \leq -8$$

$$x \leq \frac{-8}{8}$$

$$x \leq -1$$

$$12x^2 - 5x + 2 \geq 12x^2 + 17$$

$$12x^2 - 12x^2 - 5x \geq 17 - 2$$

$$-5x \geq 15$$

$$x \leq \frac{15}{-5}$$

$$x \leq -3$$

خطوات حل متراجحة

- 1- تبسيط طرفي المتراجحة
- 2- المعالم في طرف و المجاهيل في طرف مع تغيير الاشارة عند تغيير الطرف
- 3- جمع الحدود المتشابهة
- 4- حل متراجحة بسيطة:

$$ax \leq b$$

$$ax \geq b$$

$$ax < b$$

$$ax > b$$

ملاحظة مهمة جدا جدا :

اذا كان معامل x سالبا يتغير اتجاه المتباينة عند القسمة

عبارة الدالة	الشكل العام لعبارة الدالة	حساب الصورة و العدد	حساب العدد الذي	الدالة الخطية
عين عبارة الدالة الخطية التي تمثلها البياني يشمل النقطة $A(7;14)$	تعيين دالة خطية حسابيا المعطيات: صورة و سابقة لتعيين دالة حسابيا يجب حساب قيمة a $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{14 - 0}{7 - 0} = 2$ الحل عين الدالة الخطية f حيث $f(x) = ax$ معناه حساب a $a = \frac{f(x_1)}{x_1} = \frac{14}{7} = 2$ إذن : $f(x) = 2x$	حساب الصورة عدد بدالة نقوم بتعويض قيمة x في عبارة الدالة : $f(x) = 8x$ صورة العدد 7 بالدالة f هي : $f(7) = 8 \times 7 = 56$	حساب الصورة عدد بدالة نقوم بتعويض قيمة x في عبارة الدالة : $f(x) = 8x$ صورة العدد 7 بالدالة f هي : $f(7) = 8 \times 7 = 56$	الشكل العام نسمي f دالة خطية إذا كانت من الشكل $f(x) = ax$ أمثلة $l(x) = \frac{9x}{5}$ $f(x) = 6x$ $g(x) = -x$
عين عبارة الدالة التآلفية التي تمثلها البياني يشمل النقطتين $A(5;11)$ و $B(2;5)$	عين الدالة التآلفية f حيث $f(2) = 5$ و $f(5) = 11$ الحل دالة تآلفية معناه $f(x) = ax + b$ حساب a $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{5 - 11}{2 - 5} = \frac{-6}{-3} = 2$ حساب b لدينا $f(2) = 5$ معناه $2a + b = 5$ نعوض a فنجد $2 \times 2 + b = 5$ $4 + b = 5$ $b = 5 - 4$ $b = 1$ إذن : $f(x) = 2x + 1$	حساب العدد الذي صورته بالدالة f هي 18 $f(x) = 18$ $8x + 2 = 18$ $8x = 18 - 2$ $8x = 16$ $x = 16 \div 8 = 2$	حساب الصورة العدد 5 بالدالة f $f(x) = 8x + 2$ $f(5) = 8 \times 5 + 2$ $f(5) = 40 + 2$ $f(5) = 42$	الشكل العام نسمي f دالة تآلفية إذا كانت من الشكل $f(x) = ax + b$ أمثلة $l(x) = \frac{9x + 2}{3}$ $f(x) = 6x + 2$ $g(x) = -x + 8$ $h(x) = -7 - 2x$

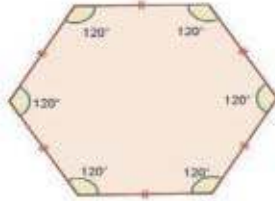
نقطة تنتمي إلى التمثيل البياني لدالة هل النقطة $A(4;11)$ تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2x + 3$ نقوم بتعويض العدد 4 في الدالة إذا وجدنا النتيجة 11 فإن A تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة وإذا وجدنا عدد لا يساوي 11 فإن A لا تنتمي إلى التمثيل البياني للدالة : الحل : $f(4) = 2 \times 4 + 3 = 11$ و منه فإن A تنتمي للتمثيل البياني للدالة .	نقطة تقاطع دالتين لتحديد إحداثيات نقطة تقاطع دالتين $f(x)$ و $g(x)$ نقوم بحل المعادلة $g(x) = f(x)$ و بعد إيجاد قيمة x نقوم بتعويضها في إحدى الدالتين فنجد y مثال : أوجد نقطة تقاطع الدالتين : $f(x) = 3x$ $g(x) = x + 2$ الحل : $f(x) = g(x)$ $3x = x + 2$ $3x - x = 2$ $2x = 2$ $x = \frac{2}{2}$ $x = 1$ بالتعويض في إحدى الدالتين نجد $f(1) = 3 \times 1 = 3$	التمثيل البياني التمثيل البياني لدالة خطية هو خط مستقيم يشمل المبدأ <u>الدالة الخطية</u> لتمثيل هذه الدالة نستعين بالجدول التالي <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>6</td> </tr> </table> معناه $A(0;0)$ $B(3;6)$ $f(x) = 2x$	x	0	3	y	0	6	الدالة الخطية
x	0	3							
y	0	6							
النقاط على استقامة واحدة هل النقاط على استقامة واحدة : $A(5;11)$ $B(2;5)$ $C(1;3)$ نقوم بإختيار نقطتين و نستخرج عبارة الدالة التآلفية التي تشمل النقطتين ثم نعوض النقطة الأخيرة في العبارة المستخرجة إذا كانت تنتمي إلى المستقيم فإن النقاط على استقامة واحدة : الحل: عبارة الدالة من النقطتين A و B هي $f(x) = 2x + 1$ (تم إستخراجها سابقا) بتعويض النقطة C في الدالة نجد $f(1) = 2 \times 1 + 1 = 3$ و منه النقاط A و B و C على استقامة واحدة	الدالة التآلفية التمثيل البياني لدالة تآلفية هو خط مستقيم لا يشمل المبدأ <u>الدالة التآلفية</u> لتمثيل هذه الدالة نستعين بالجدول التالي <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>3</td> <td>6</td> </tr> </table> معناه $A(0;3)$ $B(3;6)$ $f(x) = x + 3$	x	0	3	y	3	6	الدالة التآلفية	
x	0	3							
y	3	6							

الدوران و المضلعات المنتظمة

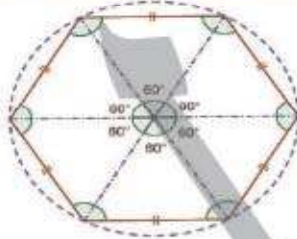
المضلعات المنتظمة

المضلعات المنتظمة

المضلع المنتظم هو مضلع أضلاعه متقايسة وزاوياته لها نفس القيس .



توجد دائرة مارة على جميع رؤوس المضلع المنتظم نقول أن هذه الدائرة المحيطة بالمضلع المنتظم ومركزها هو مركز المضلع المنتظم



حساب قيس الزاوية $\hat{AOB}$ لمضلع منتظم مركزه O . B, A, O

رأسان متالين للمضلع وعدد أضلاعه n

نقسم الزاوية 360° على n بمعنى : $\hat{AOB} = \frac{360^\circ}{n}$

حساب قيس الزاوية $\hat{ABC}$ لمضلع منتظم مركزه O . C, B, A

هي رؤوس المضلع

(1) نعين الزاوية المركزية $\hat{AOC}$ التي ترسم نفس القوس التي ترسمه

الزاوية المحيطية $\hat{ABC}$

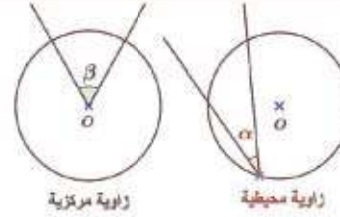
(2) نستعمل خاصية قيس الزاوية المحيطية $\hat{ABC} = \frac{1}{2} \hat{AOC}$

الزاوية المركزية و الزاوية المحيطية

الزاوية المحيطية و الزاوية المركزية

(1) الزاوية المحيطية في دائرة : هي الزاوية المشككة من وترين للدائرة يلتقيان في نقطة منها .

(2) الزاوية المركزية في دائرة : هي الزاوية التي رأسها هو مركز هذه الدائرة .

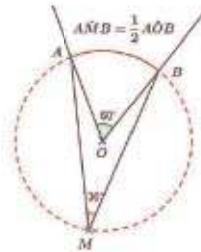


خاصة قيس الزاوية المحيطية

قيس الزاوية المحيطية في دائرة يساوي نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس

نقول أن الزاوية $\hat{AOB}$ هي الزاوية المركزية المشتركة مع الزاوية المحيطية $\hat{AMB}$ يعني أنهما يحصران نفس القوس $\widehat{AB}$

$$\hat{AMB} = \frac{1}{2} \hat{AOB}$$



الزاويتان المحيطيتان اللتان تحصران نفس القوس متقايستان

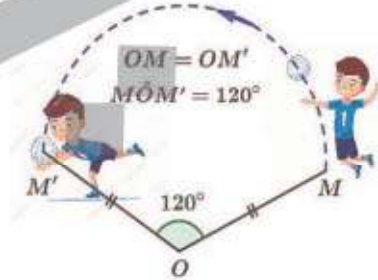
الدوران

مفاهيم تجريبية للدوران

إذا قمنا بدوران حول نقطة O بزاوية قياسها α .

فإن الشكل 1 يتوقع على الشكل 2 .

نقول أن الشكل 1 هو صورة الشكل 2 بالدوران الذي مركزه O والزاوية التي قياسها α في اتجاه المختار .



خواص الدوران

الدوران يحفظ

الأطوال ، الإستقامة ، الزوايا والمساحات

ملاحظة: هذا الجزء الخاص بالدوران ليس من أعمال الأستاذ دقيش

جملة معادلتين

ترييض مسألة باستخدام جملة معادلتين

يعرض عي موسى على الشاطئ كراسي و شمسيات للكراس في كل يوم .

طلبت عائلة صيام أربع كراسي و شمسيين فدفعت مبلغ 840DA بينما عائلة رمضان طلبت 3 شمسيات و 5 كراس فدفعت 1140DA .

نريد معرفة ثمن كراسي الكرسي الواحد و الشمسية الواحدة في اليوم .

الحل:

نفرض x ثمن الكرسي الواحد و y ثمن الشمسية الواحدة

$$\begin{cases} 4x + 2y = 840 \\ 5x + 3y = 1140 \end{cases} \text{ ومنه :}$$

$$\begin{cases} -12x - 6y = -2520 \\ 10x + 6y = 2280 \end{cases} \text{ بضرب طرفي المعادلة الأولى في (-3) نجد :}$$

$$\text{بجمع المعادلتين طرف لطرف نجد : } -2x = -240$$

$$\text{و منه : } x = 120$$

بتعويض قيمة x في المعادلة الأولى نجد :

$$4 \times 120 + 2y = 840$$

$$2y = 840 - 480$$

$$2y = 360$$

$$y = 180$$

إن ثمن الكرسي الواحد هو 120 دج و ثمن الشمسية الواحدة هو (

طريقة الحل بالجمع و التعويض

تعتمد على جعل معاملي أحد المجهولين متعاكسين ثم جمع المعادلتين من أجل التخلص من ذلك المجهول و حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

$$\begin{cases} x - 3y = -8 \dots (1) \\ 2x + y = 5 \dots (2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في العدد -2 نجد

$$-2x + 6y = 16$$

$$2x + y = 5$$

بالجمع نجد:

$$7y = 21$$

$$y = \frac{21}{7}$$

$$y = 3$$

بالتعويض في المعادلة 1 نجد:

$$x - 3 \times 3 = -8$$

$$x = 9 - 8 = 1$$

الثنائية (1;3) حل لجملة المعادلتين

طريقة الحل بالتعويض

تعتمد إستخراج قيمة أحد المجهولين من إحدى المعادلات و تعويضه في المعادلة الأخرى

• حل الجملة التالية

$$\begin{cases} x - 3y = -8 \dots (1) \\ 2x + y = 5 \dots (2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد:

$$x = 3y - 8$$

بالتعويض في المعادلة (2) نجد

$$2(3y - 8) + y = 5$$

$$6y - 16 + y = 5$$

$$7y = 5 + 16$$

$$7y = 21$$

$$y = \frac{21}{7} = 3$$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد

$$x = 3 \times 3 - 8 = 1$$

الثنائية (1;3) حل لجملة المعادلتين

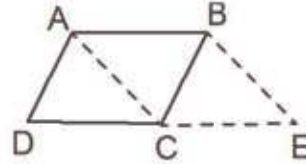
ملخص الأشعة و الانسحاب

إثبات أن الرباعي : مستطيل , معين , مربع

لإثبات أن الرباعي مستطيل أو معين أو مربع أولاً نثبت أنه متوازي الأضلاع بإحدى الخواص السابقة ثم نضيف خواص أخرى

إثبات أن نقطة منتصف قطعة

$\overline{AM} = \overline{MB}$ فإن M منتصف $[AB]$



- بما أن $\overline{AB} = \overline{DC}$ و $ABCD$ م-أ
- و $\overline{AB} = \overline{CE}$ و $ABEC$ م-أ
- فإن $\overline{DC} = \overline{CE}$
- و منه C منتصف $[DE]$

علاقة شال

مهما تكن النقاط A-B-C فإن

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$\overline{AB} + \overline{BA} = \overline{AA} = \vec{0}$$

ملاحظة :
و نقول أن $\overline{AB}$ و $\overline{BA}$ شعاعان متعاكسان و
نكتب $\overline{AB} = -\overline{BA}$

إثبات أن رباعي متوازي أضلاع

تمرين:

ABC مثلث كفي أنشئ D صور B بالانسحاب الذي شعاعه $\overline{AC}$

بما أن D صور B بالانسحاب الذي شعاعه $\overline{AC}$ فإن الرباعي متوازي أضلاع

بالانسحاب (الصورة)

تمرين:

ABC مثلث عين D بحيث $\overline{AD} = \overline{BC}$

بما أن $\overline{AD} = \overline{BC}$ فإن الرباعي ADCB متوازي أضلاع

تساوي شعاعين

تمرين:

E, F, G ثلاث نقط ليست على إستقامة واحدة

• أنشئ M بحيث $\overline{FE} + \overline{FG} = \overline{FM}$

بما أن $\overline{FE} + \overline{FG} = \overline{FM}$ فإن FEMG متوازي أضلاع

علاقة متوازي الأضلاع

المربع	معين	مستطيل	متوازي الأضلاع
	ضلعان متتاليان متقايسان	زاوية قائمة	
	القطران متعامدان	القطران متقايسان	

المعالم

منتصف قطعة

M منتصف القطعة [AB]

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

مثال : لدينا A(-3; 4) و B(5; 3)
احسب إحداثيات M منتصف [AB]

بما أن M منتصف [AB] ، فإن :

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{(-3) + 5}{2} = 1$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4 + 3}{2} = 3,5$$

إذا إحداثيات النقطة M هما : (1 ; 3,5)

- حساب إحداثيات مركز تناظر الرباعي و هي نقطة تقاطع قطريه أي حساب إحداثيات منتصف أحد أقطاره
- حساب إحداثيات مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم حيث مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم هي منتصف وتره

المسافة بين نقطتين

A(x_A ; y_A) و B(x_B ; y_B)

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

مثال:

A(-1; 2) و B(-3; 5) ، احسب AB

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-3+1)^2 + (5-2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2}$$

$$AB = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

- حساب طول قطعة.
- إثبات أن المثلث قائم (فيثاغورث العكسية).
- إثبات أن المثلث متساوي الساقين أو متقارب الأضلاع.
- حساب نصف قطر دائرة محيطية بالمثلث.
- حساب طول المتوسط المتعلق بالوتر في المثلث القائم.
- إثبات أن نقاط تنتمي إلى نفس الدائرة .
- إثبات أن نقطة تنتمي إلى المحور.

حساب مركبات شعاع و تساوي شعاعين

إستعمال مركبات شعاع و تساوي شعاعين :

- 1- إثبات أن الرباعي متوازي الأضلاع وذلك بحساب مركبتي شعاعين
- 2- حساب إحداثيات نقطة حتى يكون الرباعي متوازي الأضلاع

مثال:

A(1; 2) ، B(2; 4) ، C(1; -3)

C' صورة C بالانسحاب ذي الشعاع $\overrightarrow{AB}$

أوجد حسابيا إحداثيات النقطة C'

حل: لدينا $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB}$

أي : $\overrightarrow{CC'} \begin{pmatrix} x-1 \\ y+3 \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$x - 1 = 1$$

$$y + 3 = 2$$

نجد إحداثيات النقطة : C'(2; -1)

A(x_A ; y_A) و B(x_B ; y_B)

فإن مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

A(-3; 4) و B(5; 3)

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 - (-3) \\ 3 - 4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}$$

تساوي شعاعين:

$$\vec{U}(x; y) = \vec{V}(x'; y')$$

$$\vec{U} = \vec{V} \rightarrow$$

$$x = x'$$

$$y = y'$$