

ملاحظة

✓ تمنح نقطة واحدة على تنظيم ورقة الإجابة

السؤال النظري: (نقطة واحدة):

✓ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 2^n$ .

حيث:  $C_n^p$  ترمز إلى عدد التوفيقات ذات  $p$  عنصراً من مجموعة ذات  $n$  عنصراً مع:  $n$  و  $p$  عدنان طبيعيين. و  $(n \geq p \geq 0)$ .

التمرين الأول: (07 نقاط):

✓ ملاحظة: أسئلة الأجزاء الثلاثة مستقلة عن بعضها البعض

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة (لا يمكن التمييز بينها باللمس) منها 5 حمراء و 3 زرقاء و 2 صفراء.

الجزء الأول:

نسحب عشوائياً 3 كرات و في آن واحد.

✓ ماهو عدد الحالات الممكنة لهذا السحب.

✓ أحسب احتمال كل من الحادثتين التاليتين :

✓  $A$  : " تظهر الألوان الثلاثة في السحب".

✓  $B$  : " من بين الكرات المسحوبة توجد على الأقل واحدة زرقاء".

✓ ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الزرقاء المسحوبة.

✓ عين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$ . و أحسب أمله الرياضي.

✓ أوجد  $P(e^x \geq e)$ .

الجزء الثاني: نفرض أن الكرات المسحوبة في الجزء الأول كلها زرقاء و لم نعد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس كرتين على التوالي و بدون إرجاع.

- أجب بـ : صح أو خطأ مع التبرير:

✓ عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هو 42.

✓ احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون هو  $\frac{10}{42}$ .

✓ احتمال أن تكون الكرة الثانية حمراء علماً أن الأولى صفراء هو  $\frac{1}{6}$ .

الجزء الثالث: نفرض أن الكرات المسحوبة في الجزء الثاني مختلفة اللون و لم نعد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس كرتين على التوالي و بإرجاع الكرة المسحوبة.

✓ بين أن :  $P_{R_2}(J_1) = \frac{1}{5}$ .

حيث:  $R_2$  تعني الكرة الثانية حمراء و  $J_1$  تعني الكرة الأولى صفراء.

## التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  ، النقط  $A, B$  و  $C$  التي لواحقها على الترتيب :

$$z_C = 2i, \quad z_B = 1 + i(\sqrt{3} + 2), \quad z_A = \sqrt{3} + i$$

(1) أكتب على الشكل الجبري ثم المثلي العدد المركب  $L$  حيث:  $L = \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ .

- استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

- علم بدقة النقط:  $A, B$  و  $C$ .

- عين مجموعة قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون العدد  $(L)^{n+1}$  حقيقياً موجباً تماماً.

(2)  $(\gamma)$  مجموعة النقط  $M(x; y)$  من المستوي المركب ذات اللاحقة  $z$  بحيث:  $(\gamma): z - 3i - 2e^{i\theta} = (i)^{1439}$ ، و  $\theta$  يسمح  $\mathbb{R}$ .

- بين أن المجموعة  $(\gamma)$  هي الدائرة ذات المركز  $C$ ، و نصف القطر  $|z_A|$ . ثم أنشئها.

(3) عين  $z_D$  لاحقة  $D$  نظيرة  $B$  بالنسبة إلى  $C$ . ثم عين  $z_E$  لاحقة  $E$  حتى يكون الرباعي  $BEDA$  متوازي أضلاع.

- استنتج بدقة طبيعة الرباعي  $BEDA$ .

(4) أثبت - هندسياً - أن العدد  $\left( \frac{z_B - z_E}{z_D - z_E} \times \frac{z_D - z_A}{z_B - z_A} \right)$  حقيقي سالب تماماً.

## التمرين الثالث: (06 نقاط)

الجزء الأول:  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = e^{x+1} + x + 2$ .

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

- بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $[-2.5; -2.2]$ . ثم استنتج إشارة الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .

الجزء الثاني:  $f$  نعتبر الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{(x+1)e^{x+1}}{e^{x+1} + 1}$ .

$C_f$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث:  $(\|\vec{i}\| = 2cm)$ .

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ . (تذكير:  $\lim_{u \rightarrow +\infty} (ue^u) = 0$ ).

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = \frac{g(x)e^{x+1}}{(e^{x+1} + 1)^2}$ .

- استنتج إتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن  $f(\alpha) = \alpha + 2$ . ثم استنتج حصراً للعدد  $f(\alpha)$  سعته  $10^{-1}$ .

- عين دون حساب:  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left( \frac{f(x) - \alpha - 2}{x - \alpha} \right)$  و فسر النتيجة هندسياً.

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) = x + 1 - \frac{x+1}{e^{x+1} + 1}$ .

- استنتج أن  $C_f$  يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً بجوار  $+\infty$ . يُطلب تعيين معادلة له.

- أدرس الوضع النسبي بين  $C_f$  و  $\Delta$ .

(5) أنشئ  $\Delta$  و  $C_f$  في المعلم السابق.

(6) ناقش بياناً و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة  $f(x) = mx + 1$ .

الأستاذ: زيرة يتمنى التمتع للجميع