

التقويم التشخيصي في مادة الرياضيات

المدة: 2 ساعة

التمرين الأول: لتكن الدالة f المعرفة على $IR =]-\infty; +\infty[$ بـ: $f(x) = x^2 - 4x + 5$. (C_f) : التمثيل البياني لدالة f في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.1. تحقق أنه من أجل كل x من IR لدينا: $x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$.2. ادرس تغيرات الدالة f على IR .3. بين أن الدالة f تقبل قيمة حدية يطلب تحديد قيمتها.4. احسب: $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f(3)$.5. بالاستعانة بالتمثيل البياني للدالة "مربع" أنشئ (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.التمرين الثاني: ليكن ABC مثلثا و I ، J ، K ثلاث نقط من المستوي بحيث:

$$\vec{AI} = \frac{1}{3}\vec{AB}, \vec{BK} = -2\vec{BC}, \vec{CJ} = \frac{3}{4}\vec{CA}$$

1. أنشئ النقط I ، J ، K .2. بين أن: $\vec{IK} = \frac{8}{3}\vec{AB} - 2\vec{AC}$ ، $\vec{IJ} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$.3. استنتج أن النقط I ، J ، K على استقامية.التمرين الثالث: المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.1. لتكن الدالة f المعرفة على IR بـ: $f(x) = 2x^2 + 2$.• بين أن الدالة f زوجية.• ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ، ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$.• شكل جدول تغيرات الدالة f .2. نعتبر المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x + 1$ ، والنقطة $A(1; 0)$ ولتكن النقطة M من المستقيم (Δ) فاصلتها العددالحقيقي x .• حدد قيمة x ، حتى تكون المسافة AM أصغرية.• ما هي المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) ؟

بالتوفيق

التمرين الأول:

$$-1 \quad (x-2)^2 + 1 = x^2 - 4x + 4 + 1 = x^2 - 4x + 5$$

2- دراسة تغيرات الدالة f على IR :

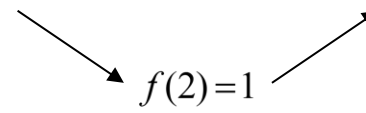
• تقسيم مجال الدراسة: $]-\infty; 2]$ ، $[2; +\infty[$

• اتجاه تغير الدالة f :

- الدالة f متناقصة على $]-\infty; 2]$

- الدالة f متزايدة على $[2; +\infty[$

• جدول التغيرات:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$			

3- تبيان أن الدالة f تقبل قيمة حدية يطلب تحديد قيمتها:

من أجل كل x من IR لدينا: $f(x) \geq 1$ إذن الدالة f تقبل قيمة حدية قيمتها $f(2) = 1$

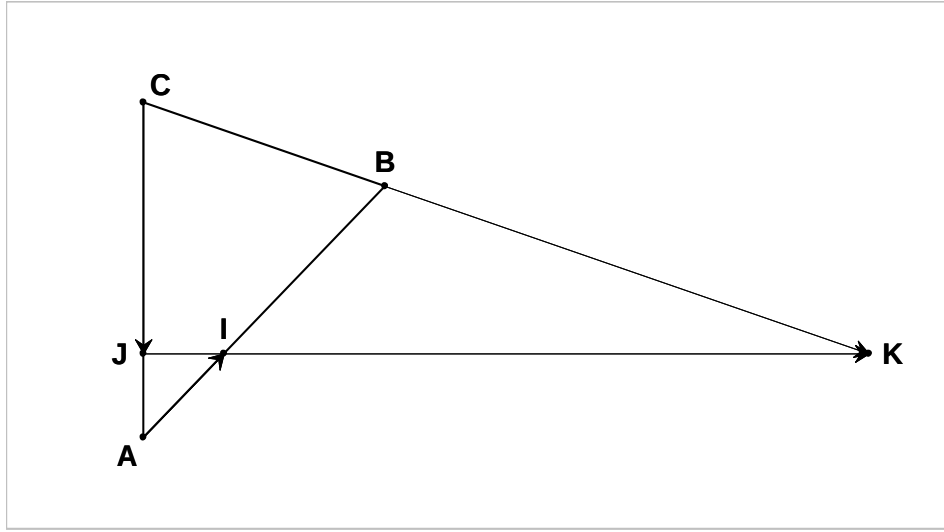
4- حساب: $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f(3)$:

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	10	5	2	1	2

5- التمثيل البياني للدالة f :

التمثيل البياني للدالة f هو عبارة عن صورة التمثيل البياني للدالة "مربع" بانسحاب شعاعه $\vec{v} = (2; 1)$

1- إنشاء النقط I, J, K :



2- تبين أن : $\vec{IK} = \frac{8}{3}\vec{AB} - 2\vec{AC}$ ، $\vec{IJ} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$

$$\begin{aligned}\vec{IK} &= \vec{IB} + \vec{BK} \\ &= \vec{IA} + \vec{AB} - 2\vec{BC} \\ &= -\frac{1}{3}\vec{AB} + \vec{AB} - 2\vec{BC} \\ &= \frac{2}{3}\vec{AB} - 2(\vec{BA} + \vec{AC}) \\ \vec{IK} &= \frac{8}{3}\vec{AB} - 2\vec{AC}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{IJ} &= \vec{IA} + \vec{AJ} \\ &= \vec{IA} + \vec{AC} + \vec{CJ} \\ &= \vec{IA} + \vec{AC} + \frac{3}{4}\vec{CA} \\ &= -\frac{1}{3}\vec{AB} + \vec{AC} - \frac{3}{4}\vec{AC} \\ \vec{IJ} &= -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}\end{aligned}$$

3- استنتج أن النقط I, J, K على إستقامة

$$\begin{aligned}\vec{JK} &= \vec{JI} + \vec{IK} \\ &= \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC} + \frac{8}{3}\vec{AB} - 2\vec{AC} \\ &= 3\vec{AB} - \frac{9}{4}\vec{AC} \\ &= 9\left(\frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{1}{4}\vec{AC}\right) \\ \vec{JK} &= 9\vec{JI}\end{aligned}$$

1.

أ) تبين أن الدالة f زوجية :

من اجل كل x من IR ، $-x$ من IR و: $f(-x) = 2(-x)^2 + 2 = 2x^2 + 2 = f(x)$

ب) دراسة تغيرات الدالة f على IR :

• اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ، ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$

- الدالة f متزايدة على $[0; +\infty[$

- استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$

ليكن x_1, x_2 من $]-\infty; 0]$ حيث: $x_1 \leq x_2 \leq 0$(1)

بضرب المتباينة (1) في -1 نجد: $0 \leq -x_2 \leq -x_1$(2)

بضرب المتباينة (1) في -1 نجد: $0 \leq -x_2 \leq -x_1$

و بما أن الدالة f متزايدة على $[0; +\infty[$ فان: $0 \leq f(-x_2) \leq f(-x_1)$

و بما أن الدالة f زوجية فان: $f(x_2) \leq f(x_1)$

و منه الدالة f متناقصة على $]-\infty; 0]$

ج) جدول التغيرات:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		$f(0) = 2$	

2.

أ) حدد قيمة x ، حتى تكون المسافة AM أصغر:

من جدول التغيرات الدالة لدينا تقبل قيمة حدية قيمتها 2

اي : من اجل كل x من IR لدينا: $f(x) \geq 2$ ومنه:

$AM^2 = 2x^2 + 2$ أي: $2x^2 + 2 \geq 2$ ومنه نجد: $x \geq 0$

إذن اصغر قيمة ممكنة ل x هي 0

$$AM = \sqrt{(x-1)^2 + (x+1)^2}$$

$$AM = \sqrt{2x^2 + 2}$$

$$AM^2 = 2x^2 + 2$$

$$AM^2 = f(x)$$