

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية محمد العربي بن مهيدي

عين مليلة

دورة ماي 2018

المدة : 02 سا و 30 د

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التجريبي

الشعبة : آداب و فلسفة

اختبار في مادة : الرياضيات

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

1. أ- عيّن بواقي القسمة الاقليدية للأعداد : 3^1 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4 على 5.

ب- أستنتج أن $3^{4k+1} + 3^{4k+3} \equiv 0[5]$.

2. نعتبر العددين $a = 2018$ و $b = 1439$.

أ- عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد a على 5 و باقي القسمة الاقليدية للعدد b على 4.

ب- أستنتج باقي قسمة a^b على 5.

3. تحقق أن : $(a+b+1)^{1962} + (a-b)^{1954} \equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r .

1. أحسب u_2 علما أن : $u_1 + u_3 = 20$.

2. أحسب الأساس r علما أن : $u_3 + u_4 + u_5 = 54$.

3. عيّن u_0 ثم تحقق أن : $u_n = 4n + 2$.

4. بيّن أن العدد 2018 حدا من حدود المتتالية (u_n) محدا رتبته.

5. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

- الصفحة - 4/1 -

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 5$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. عيّن نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.
 2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 3. عيّن معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة $A(-1; 6)$.
 4. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فان : $f(x) - (-12x - 6) = (x + 1)^3$.
 5. حدّد الوضع النسبي للمماس (T) و المنحني (C_f) .
 - ماذا تمثل النقطة $A(-1; 6)$ بالنسبة الى المنحني (C_f) ؟
 6. أرسم (T) و (C_f) .
 7. حلّ ، بيانيا المتراجحة : $f(x) \leq -12x - 6$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الوحيد الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة لكل سؤال من الأسئلة التالية :

1. اذا كان $a = 2018$ فان : ① $a \equiv 3[8]$ ② $a \equiv 2[8]$ ③ $a \equiv 1[8]$.

2. اذا كان $b \equiv 7[8]$ فان : ① $b^{1439} \equiv 7[8]$ ② $b^{1439} \equiv 1[8]$ ③ $b^{1439} \equiv 2[8]$.

3. نرمي زهر النرد مرتين و نسجل في كل مرة مجموع الرقمين المتحصل عليهما ، مجموعة القيم

الممكنة هي : ① $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

② $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

4. احتمال الحادثة A : "الحصول على عدد من مضاعفات 3" للتجربة السابقة يساوي :

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{11}$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(v_n) متتالية عددية معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = 5^{2n+1}$.

1. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان : $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 5^2$.

2. أستنتج طبيعة المتتالية (v_n) ، يطلب تعيين الأساس و الحد الأول .

3. أ- حلّ العدد 3125 الى جداء عوامل أولية .

ب- أستنتج أن العدد 3125 حدا من حدود المتتالية (v_n) ، عيّن دليله و رتبته .

4. أحسب المجموع S حيث : $S = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

- f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{-x+2}{x+2}$.
- (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -2$: $f(x) = a + \frac{b}{x+2}$
 2. أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وأستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلته
ب/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ وأستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلته
 3. أحسب $f'(x)$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f .
 4. شكّل جدول تغيرات الدالة f .
 5. أ/ جدّ فاصلتي النقطتين من (C_f) التي يكون عندها معامل توجيه المماس يساوي -4 .
ب/ أكتب معادلة المماسين (T_1) و (T_2) عند هاتين النقطتين .
 6. جدّ احداثيي نقطتي تقاطع (C_f) مع حاملتي محوري الاحداثيات .
 7. أرسم (T_1) ، (T_2) و (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

الموضوع الأول

التمارين	عناصر الإجابة	
	مجزأة	العلامة
الأول	1	1
06	1	1
	1	1
	0.5	0.5
	0.5	0.5
	1.5	1.5
الثاني	1	1

نعلم أن $u_n = u_p + (n-p) \times r$ و $u_3 = u_2 + (3-2) \times r = 10 + r$ منه $u_5 = u_2 + (5-2) \times r = 10 + 3r$ و $u_4 = u_2 + (4-2) \times r = 10 + 2r$ بالتعويض في المساواة $u_3 + u_4 + u_5 = 54$ نجد : $30 + 6r = 54$ ومنه نجد $r = 4$
 3. تعيين u_0 : لدينا $u_2 = u_0 + (2-0) \times r$ معناه $10 = u_0 + 2 \times 4$ اذن : $u_0 = 2$
 التحقق أن : $u_n = 4n + 2$ بما أن (u_n) متتالية حسابية فانه من أجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$: $u_n = u_0 + n \times r$ بالتعويض عن قيمتي u_0 و r نجد : $u_n = 4n + 2$.
 4. نبين أن العدد 2018 حدا من حدود المتتالية (u_n) :
 يكفي أن نبين أن المعادلة $u_n = 2018$ تقبل حلا في المجموعة $\mathbb{N}$ لدينا $u_n = 2018$ تكافئ $4n + 2 = 2018$ ومنه $n = 504$ وهو المطلوب
رتبة الحد u_{504} هي 505 .
 5. حساب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ لدينا $S_n = \frac{n-0+1}{2}(u_0 + u_n) = \frac{n+1}{2}(2 + 4n + 2)$ ومنه $S_n = \frac{n+1}{2}(4n+4) = \frac{2(n+1)(2n+2)}{2} = (n+1)(2n+2)$

الثالث
 1. حساب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$:
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
 2. دراسة اتجاه تغير الدالة f :
 من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ لدينا $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$
 -إشارة الدالة المشتقة : $\Delta = 144$ ، $x_1 = -3$ ، $x_2 = 1$

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$		+	0 -	0 +

الموضوع الثاني

العلامة	عناصر الإجابة		التمرين
	مجزأة	المجموع	
06	1.5	1. إذا كان $a = 2018$ فإن : ② $a \equiv 2[8]$	الأول
	1.5	التبرير: $2018 = 8 \times 252 + 2$	
	1.5	2. إذا كان $b \equiv 7[8]$ فإن : ① $b^{1439} \equiv 7[8]$	
	1.5	التبرير: $b \equiv 7[8]$ تكافئ $b \equiv -1[8]$ ومنه $b^{1439} \equiv -1[8]$ ومنه $b^{1439} \equiv 7[8]$	
06	1.5	3. نرمي زهر النرد مرتين و نسجل في كل مرة مجموع الرقمين المتحصل عليهما ، مجموعة القيم الممكنة هي: ① $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$	الثاني
	1.5	التبرير: الجدول المقابل يبين أرقام زهري النرد و مجموع الرقمين المتحصل عليهما .	
	1.5	4. احتمال الحادثة A : "الحصول على عدد من مضاعفات 3" للتجربة السابقة	
	1.5	يساوي : ② $\frac{1}{3}$	
06	1.5	التبرير: من الجدول السابق واضح أن عدد الحالات الملائمة للحادثة A هو 12	الثاني
	1.5	و منه : $P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$	
	1.5	متتالية عددية معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = 5^{2n+1}$	
	1.5	1. نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 5^2$	
06	1.5	لدينا $v_{n+1} = 5^{2(n+1)+1} = 5^{2n+3}$	الثاني
	1.5		
	1.5		
	1.5		

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

الدالة f متزايدة على المجالين $]-\infty; -3]$ و $[1; +\infty[$.

الدالة f متناقصة على المجال $[-3; 1]$

جدول تغيرات f :

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	22	-10	$+\infty$

0.5

3. معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة $A(-1; 6)$:

1

$$y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$$

$$y = -12x - 6, \quad f'(-1) = -12 \quad \text{و} \quad f(-1) = 6$$

4. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن :

$$f(x) - (-12x - 6) = (x+1)^3$$

$$f(x) - (-12x - 6) = x^3 + 3x^2 - 9x - 5 + 12x + 6 \quad \text{لدينا}$$

1

$$f(x) - (-12x - 6) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \dots\dots\dots (1) \quad \text{أي}$$

$$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \dots\dots\dots (2) \quad \text{و لدينا أيضا}$$

$$f(x) - (-12x - 6) = (x+1)^3 \quad \text{من المساويتين (1) و (2) نستنتج}$$

5. تحديد الوضع النسبي للمماس (T) و المنحني (C_f) :

$$f(x) - (-12x - 6) = (x+1)^3 \quad \text{يكفي دراسة إشارة المقدار}$$

إشاته من إشارة $x+1$

1

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$
الوضعية	(T) تحت (C_f)	(C_f) يس (T)	(T) فوق (C_f)

0.5

النقطة $A(-1; 6)$ تمثل نقطة انعطاف بالنسبة الى المنحني (C_f)

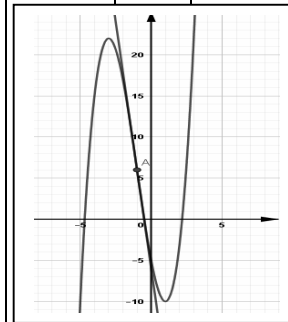
6. رسم (T) و (C_f) :

7. الحل البياني للمتراجحة : $f(x) \leq -12x - 6$:

بيانيا حلول المتراجحة هي فواصل المقط من (C_f) الواقعة تحت (T)

و هي : $]-\infty; -1]$ 1

1.5



x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	$\swarrow -1$		$\searrow +\infty$

4. جدول تغيرات الدالة f :

5. أ/ إيجاد فاصلتي النقطتين من (C_f) التي يكون عندها معامل توجيه المماس يساوي -4 :

يكفي حل المعادلة $f'(x_0) = -4$ والتي تكافئ $\frac{-4}{(x_0+2)^2} = -4$

أي أن $(x_0+2)^2 = 1$ و منه $x_0+2 = 1$ أو $x_0+2 = -1$ و منه $x_0 = -1$ أو $x_0 = -3$

ب/ كتابة معادلة المماسين (T_1) و (T_2) عند هاتين النقطتين :

$(T_1) \dots\dots\dots y = -4x - 1$ و $(T_2) \dots\dots\dots y = -4x - 17$

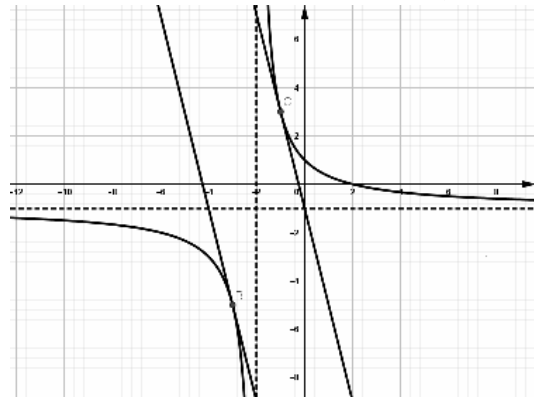
6. إيجاد احداثي تقاطع (C_f) مع حاملتي محوري الاحداثيات :

مع حامل محور الفواصل : نحل المعادلة $f(x) = 0$ أي $\frac{-x+2}{x+2} = 0$

ومنه $-x+2=0$ اذن : $x=2$ احداثي نقطة التقاطع هي $(2;0)$

مع حامل محور الترتيب نضع $x=0$ نجد $f(0)=1$ احداثي نقطة التقاطع هي $(0;1)$

7. رسم (T_1) ، (T_2) و (C_f) .



و منه $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{5^{2n+3}}{5^{2n+1}} = 5^{(2n+3)-(2n+1)} = 5^{2n+3-2n-1} = 5^2$

2. استنتاج طبيعة المتتالية (v_n) : لدينا $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 5^2$ معناه $v_{n+1} = 5^2 v_n$

و منه المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 5^2 = 25$ و حدها الأول $v_0 = 5$

3. أ- تحليل العدد 3125 الى جداء عوامل أولية : $3125 = 5^5$

ب- أستنتج أن العدد 3125 حدا من حدود المتتالية (v_n) :

يكفي أن نبين أن المعادلة $v_n = 3125$ تقبل حلا في المجموعة $\mathbb{N}$

$v_n = 3125$ تكافئ $5^{2n+1} = 5^5$ و منه $2n+1 = 5$ أي $n = 2$

و منه $v_2 = 3125$ الدليل هو 2 الرتبة 3

أحسب المجموع S حيث : $S = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5$

$S = v_0 \times \frac{q^{5-0+1} - 1}{q - 1} = 5 \times \frac{(25)^{5-0+1} - 1}{25 - 1} = \frac{5}{24} (5^{12} - 1)$

الثالث

f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$ كما يلي :

$f(x) = \frac{-x+2}{x+2}$

1. عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -2$:

$f(x) = a + \frac{b}{x+2}$

لدينا $f(x) = a + \frac{b}{x+2} = \frac{ax+2a+b}{x+2}$

بالمطابقة نجد : $\begin{cases} a = -1 \\ 2a + b = 2 \end{cases}$ أي $\begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$

2. أ/ النهايات $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$

نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = -1$ موازي لحامل محور الفواصل

ب/ النهايات $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$

نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x = -2$ موازي لحامل محور الترتيب

3. حساب $f'(x)$: من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -2$: $f'(x) = \frac{-4}{(x+2)^2}$

استنتاج اتجاه تغير الدالة f : الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$