

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلحري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي: الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - التعرف على قانون احتمال .

- سير الحصة

الملاحظات	المدة	النسبة (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المرحلة
		الإطلاق: ★ التهيئة النفسية: تذكير: ① مصطلحات: ★ نقول عن تجربة إنها عشوائية إذا كانت كل إمكانياتها معلومة لكن عندما نجرب لا نستطيع تحديد أي إمكانية منها ستتحقق . مثلا : رمي قطعة نقدية (الوجه أو الظهر) ، رمي زهرة نرد (الأرقام الستة) ، السحب من كيس (ظهور إحدى الكريات) . ★ نقوم بتجربة عشوائية و نحصل على نتيجة ، نرمز لمجموعة النتائج الممكنة بالرمز Ω و نسميها مجموعة الإمكانيات (الخارج) أو المجموعة الشاملة . ★ كل عنصر من Ω يسمى إمكانية و كل جزء منها يسمى حادثة (حدث) . ★ Ω تسمى كذلك الحادثة الأكيدة و $\emptyset$ تسمى الحادثة المستحيلة . ★ اتحاد الحادثتين A و B هي الحادثة $A \cup B$ تسمى كذلك الحادثة A أو B . ★ تقاطع الحادثتين A و B هي الحادثة $A \cap B$ تسمى كذلك الحادثة A و B . ★ عندما تكون الحادثة $A \cap B = \emptyset$ نقول إن الحادثتين A و B غير متلائمتين . ★ نسمي حادثة عكسية للحادثة A ، المجموعة المتممة للحادثة A في Ω و نرمز لها بـ : $\bar{A}$. ② قانون الاحتمال : تعريف: Ω مجموعة مخارج لتجربة عشوائية إمكانياتها $x_1, x_2, \dots, x_n$ و p دالة ترفق بكل عنصر x_i من Ω عددا حقيقيا موجبا p_i . نقول عن p إنه قانون احتمال على Ω إذا وفقط إذا كان : $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ ③ نمذجة لتجربة عشوائية : • عندما يكون عدد مخارج تجربة عشوائية متنها نعرف على مجموعة المخارج $\Omega = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ قانون احتمال و ذلك بإعطاء متتالية أعداد $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ تحقق : $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ و $p_i \geq 0$. • عند القيام بتحقيق تجربة عشوائية ، نقوم باختيار : مجموعة الامكانيات Ω و قانون احتمال p معرف على Ω . نمذجة تجربة عشوائية هو اختيار ال ثنائية (Ω, p) التي تسمى فضاء احتمالي منته .	الإطلاق:
	10 د		
	10 د		بناء المفاهيم:

الملاحظات	المادة	التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراجع
	10 د	ملاحظات: * احتمال حادثة A هو مجموع احتمالات كل المخارج التي تنتمي إلى A. * في حالة تساوي الأعداد p_i نقول إن الاحتمال متساوي التوزيع ، و يتول حساب احتمال حادثة A أي : $p(A)$ إلى مسألة عد . * بعض العبارات التي تدل على تساوي الاحتمالات : لكل الامكانيات نفس الاحتمال أو نفس الحظ ، قطعة (نقد أو نرد) غير مزيفة ، سحب عشوائيا ، كريات لا نفرق بينها باللمس ... مبرهنة: في حالة تساوي احتمال على Ω يكون لدينا من أجل كل حادثة A : $p(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega}$ مثال: نرمي زهرة نرد غير مزيفة ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 . لدينا : مجموعة المخارج هي : $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ بما أن : زهرة النرد غير مزيفة (أي أن كل الوجوه لها نفس احتمال الظهور) فهذا يعني أنه من أجل كل عدد طبيعي i من 1 إلى n فإن : $p_i = \frac{1}{6}$. ومنه : احتمال الحادثة A : الحصول على رقم زوجي هو : $\frac{3}{6}$ خواص: ① $p(\emptyset) = 0$ و $p(\Omega) = 1$. ② $0 \leq p(A) \leq 1$: حادثة لدينا ③ A و B حادثتان كيفيتان لدينا : ④ $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$. ⑤ $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$: الحادثة العكسية للحادثة A لدينا تمرين تطبيقي : يحتوي كيس على 15 كرية مرقمة من 1 إلى 15 نسحب كرية واحدة و نسجل رقمها . ① عين المجموعة الشاملة Ω . ② عين الحادثة A : الحصول على رقم مضاعف للعدد 5 . ③ عين الحادثة B : الحصول على رقم مضاعف للعدد 3 . ④ عين الحوادث $A \cap B$ و $\overline{A}$ و $\overline{B}$ ثم استنتج الحادثتين $\overline{A \cap B}$ و $\overline{A \cap B}$. ⑤ احسب $p(A)$ ، $p(B)$ ، $p(A \cap B)$ و $p(A \cup B)$ ثم استنتج $p(\overline{A})$ ، $p(\overline{B})$ و $p(\overline{A \cap B})$ حل التمرين 03 صفحة 218 حل التمرين 41 و 42 و 44 صفحة 223	بناء المفاهيم:
	20 د		نقوم

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلجيري كمال

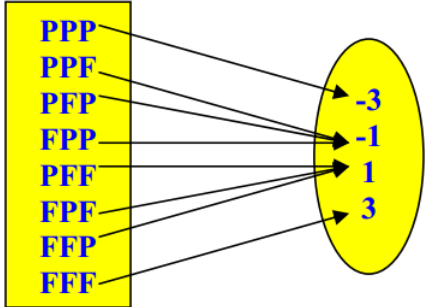
المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - تعيين قانون احتمال متغير عشوائي .

- سير الحصة

المراحل	النسب (الأنشطة المراقبة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإطلاق:	* التهيئة النفسية: تذكير: لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية حيث: $\Omega = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ و Ω ليس احتمال على Ω. * أمل قانون الاحتمال هو العدد E حيث: $E = \sum_{i=1}^n x_i p_i$. * تباين قانون الاحتمال هو العدد V حيث: $V = \sum_{i=1}^n (x_i - E)^2 p_i$. * الانحراف المعياري لقانون الاحتمال هو العدد $\sigma = \sqrt{V}$. ① المتغير العشوائي: مثال تمهيدي: نرمي قطعة نقدية متوازنة 3 مرات متتالية و نسجل النتيجة وجه F و ظهر P. مجموعة المخارج هي: $\Omega = \{PPP, PPF, PFP, PFF, FPP, FPF, FFP, FFF\}$. نعتبر اللعبة التالية: يرمي اللاعب دينارا واحدا كلما ظهر (وجه F) و يخسر دينارا واحدا كلما ظهر (ظهر P).	10 د	
بناء المفاهيم:	* نعتبر الدالة X التي ترفق بكل نتيجة الربح (أو الخسارة) المناسب لها. يسمى X المتغير العشوائي المعرف على Ω 	15 د	
	تعريف: المجموعة الشاملة لتجربة عشوائية. نسمي متغيرا عشوائيا كل دالة عددية معرفة على Ω. ② قانون احتمال متغير عشوائي: في المثال السابق نبحث عن احتمال الحادثة: يكون الربح دينارا واحدا مثلا: نعتبر عن هذه الحادثة بالكتابة ($X = 1$), و تتحقق هذه الحادثة لما تتحقق الحادثة A حيث: $A = \{PFF, FFP, FPF\}$.	15 د	

المراحل	التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المهمة	ملاحظات										
	<table><tr><td>الربح x</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>P(X = x)</td><td>$\frac{1}{8}$</td><td>$\frac{3}{8}$</td><td>$\frac{3}{8}$</td><td>$\frac{1}{8}$</td></tr></table> لكن $p(A) = \frac{3}{8}$ نكتب : $p(X = 1) = \frac{3}{8}$ الجدول التالي يمثل قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X . تعريف: قانون احتمال لمتغير عشوائي X هو الدالة المعرفة على I (مجموعة قيم X) والتي ترفق بكل قيمة x_i من I العدد $p(X = x_i)$. الأمثلة الرياضية: (Ω, p) فضاء احتمالي ، X متغير عشوائي على Ω قيمه (x_i) واحتمالاتها (p_i) حيث : i عدا طبيعي غير معدوم . ★ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو العدد الحقيقي المعرفة $E(X) = \sum_{i=1}^n p_i x_i$ بـ : مثال : الأمثلة الرياضية للمتغير العشوائي X المعرفة في المثال السابق هو العدد : $E(X) = (-3) \times \frac{1}{8} + (-1) \times \frac{3}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = 0$ ملاحظة : ★ إذا كان $E(X) = 0$ نقول عن اللعبة إنها عادلة . الأنكشاف المعباري : (Ω, p) فضاء احتمالي ، X متغير عشوائي على Ω قيمه (x_i) واحتمالاتها (p_i) وأمله الرياضي $E(X)$. الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X هو الجذر التربيعي للتباين $V(X)$ و نرمز إليه بـ : $\sigma(X)$ $V(X) = \sum_{i=1}^n p_i (x_i - E(X))^2 = E(X^2) - (E(X))^2$ حيث : مثال : (المثال السابق) $\sigma(X) = \sqrt{3} \text{ و } V(X) = 9 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 9 \times \frac{1}{8} - 0^2 = 3$ بناء المفاهيم:	الربح x	-3	-1	1	3	P(X = x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	10 د	10 د
الربح x	-3	-1	1	3									
P(X = x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$									

بناء المفاهيم:

ملاحظات عامة حول الحصة:

الملاحظات	المادة	التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المرحلة										
		خواص الأمل الرياضي والتباين لمتغير عشوائي : مبرهنة: X و Y متغيران عشوائيان معرفان على نفس الوضعية و a عدد حقيقي . لدينا : $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ و $E(aX) = aE(X)$ حيث $E(aX)$ و $E(X + Y)$ هما الأملان الرياضياتيان لكل من aX و $X + Y$. ينتج من المبرهنة السابقة الخواص التالية : خواص: X متغير عشوائي و a ، b عددا حقيقيان . $E(X + b) = E(X) + b$ ① $V(X) = E(X - E(X))^2 = E(X^2) - (E(X))^2$ ② $\sigma(aX) = a \sigma(X)$ و $V(aX) = a^2 V(X)$ ③ $\sigma(X + b) = \sigma(X)$ و $V(X + b) = V(X)$ ④ تمرين تطبيقي «①» : نرمي قطعة نقد متوازنة ثلاث مرات متتالية في الهواء ، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل رمية عدد مرات ظهور الوجه . ① اكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X . ② احسب الأمل الرياضي للمتغير X . ③ احسب التباين والانحراف المعياري للمتغير X . الحل : ❖ نعين عدد الحالات الممكنة باستعمال شجرة الامكانيات : لدينا : $\Omega = \{FFF, FFP, FPF, FPP, PFF, PFP, PPF, PPP\}$ و عليه : عدد الحالات الممكنة هو : 8 ❖ قيم X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ① قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X : ❖ الحادثة $X = 0$ هي عدم ظهور الوجه ومنه : $P(X = 0) = \frac{1}{8}$ ❖ الحادثة $X = 1$ هي ظهور الوجه مرة واحدة ومنه : $P(X = 1) = \frac{3}{8}$ ❖ الحادثة $X = 2$ هي ظهور الوجه مرتين ومنه : $P(X = 2) = \frac{3}{8}$ ❖ الحادثة $X = 3$ هي ظهور الوجه ثلاث مرات ومنه : $P(X = 3) = \frac{1}{8}$ تجمع النتائج في الجدول التالي : <table border="1"> <tr> <td>x_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$P(X=x_i)$</td> <td>$\frac{1}{8}$</td> <td>$\frac{3}{8}$</td> <td>$\frac{3}{8}$</td> <td>$\frac{1}{8}$</td> </tr> </table>	x_i	0	1	2	3	$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	د 10 د 25
x_i	0	1	2	3									
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$									

بناء المفاهيم:

ملاحظات عامة حول الحصة:

الملاحظات	المادة	التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل								
	د 25	② حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X : $E(X) = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$ ③ حساب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X : $V(X) = 0^2 \times \frac{1}{8} + 1^2 \times \frac{3}{8} + 2^2 \times \frac{3}{8} + 3^2 \times \frac{1}{8} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ ❖ التباين : $\frac{3}{4}$ ❖ الانحراف المعياري : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \simeq 0.87$ تمرين تطبيقي «2» : يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء و 4 كريات حمراء و 10 كريات سوداء لا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا كرية من الكيس فيرجح الساحب دينارا واحدا إذا كانت الكرية سوداء ، يرجح ثلاثة دنانير إذا كانت حمراء و 10 دنانير إذا كانت الكرية بيضاء . نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة الربح المحتمل في اللعبة . ① عين القيم الممكنة لـ X . ② عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X . ③ احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X . ④ احسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X . الحل : ① القيم الممكنة لـ X : 1 ، 3 ، 10 ② قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X : ❖ الحادثة $X = 1$ هي سحب كرية سوداء و منه : $P(X = 1) = \frac{10}{17}$ ❖ الحادثة $X = 3$ هي سحب كرية حمراء و منه : $P(X = 3) = \frac{4}{17}$ ❖ الحادثة $X = 10$ هي سحب كرية بيضاء و منه : $P(X = 10) = \frac{3}{17}$ تجمع النتائج في الجدول التالي : <table border="1"> <tr> <td>x_i</td><td>1</td><td>3</td><td>10</td></tr> <tr> <td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{10}{17}$</td><td>$\frac{4}{17}$</td><td>$\frac{3}{17}$</td></tr> </table> ③ حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X : $E(X) = 1 \times \frac{10}{17} + 3 \times \frac{4}{17} + 10 \times \frac{3}{17} = \frac{52}{17}$ ④ حساب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X : ❖ التباين : $V(X) = 1^2 \times \frac{10}{17} + 3^2 \times \frac{4}{17} + 10^2 \times \frac{3}{17} - \left(\frac{52}{17}\right)^2 = \frac{3178}{289}$ ❖ الانحراف المعياري : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \frac{\sqrt{3178}}{17} \simeq 3.32$ حل التمرين 38 صفحة 222	x_i	1	3	10	$P(X=x_i)$	$\frac{10}{17}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{3}{17}$	بناء المفاهيم: نقوبم
x_i	1	3	10								
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{17}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{3}{17}$								

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلجري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - تنظيم معطيات من أجل عدها باستعمال المبدأ الأساسي للعد .

- سير الحصة

الملاحظات	الأمثلة	التفسير (الأنشطة المراقبة لكل مرحلة)	الأمثلة
مناقشة النشاط من طرف التلاميذ	10 د	* التهيئة النفسية: نشاط: ما هو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها من الأرقام : 2 ، 3 ، 5 إذا كانت هذه الأعداد تتكون من : ① رقمين ② رقمين مختلفين ③ ثلاثة أرقام مختلفة العد (القوائم ، الترتيبات ، التباديل) : ① القوائم : تعريف: مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي ($p \geq 1$) . نسمي قائمة ذات p ($p \geq 1$) عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا من E . حيث : عدد القوائم ذات p عنصرا من E هو : n^p	الإطلاق:
	15 د	التفسير: * لكل عنصر من عناصر القائمة توجد n إمكانية ، إذن عدد القوائم ذات p عنصرا من E هو : $n \times n \times n \times \dots \times n$ (p مرة) أي هو : n^p أمثلة: * عدد الطرائق الممكنة لتلوين مكعب بثلاثة ألوان مختلفة هو : 3^6 طريقة . * عدد الطرائق الممكنة لسحب كرتين على التوالي مع الإعادة من كيس يحتوي على 12 كرية هو : 12^2 طريقة . ② الترتيبات : تعريف: مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي ($1 \leq p \leq n$) . نسمي ترتيبة p عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا متميزة مثنى مثنى من E . عدد ترتيبات p عنصرا من E هو العدد الطبيعي : A_n^p حيث : $A_n^p = n(n-1)(n-2)\dots(n-p+1)$	بناء المفاهيم:

الملاحظات	المادة	التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراجع
		التفسير: * لتكوين ترتيبية توجد n إمكانية للعنصر الأول ثم $(n-1)$ للعنصر الثاني و أخيرا $(n-p+1)$ للعنصر الأخير الذي رتبته p. ملاحظة: الترتيبية هي قائمة عناصرها متميزة مثلى مثلى . أمثلة: * عدد اللجان الممكن تكوينها في قسم يتكون من 30 تلاميذا تضم رئيس و نائب و أمين هو : $A_{30}^3 = 30 \times 29 \times 28 = 24360$ طريقة . * عدد الطرائق الممكنة لتوزيع 7 سيارات على 9 أماكن فارغة في موقف السيارات هو : $A_9^7 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 4 \times 4 \times 3 = 181440$ طريقة . * عدد الطرائق الممكنة لسحب كرتين على التوالي دون الإعادة من كيس يحتوي على 12 كرية هو : $A_{12}^2 = 12 \times 11$ طريقة . 3 التنبؤات :	
	15 د		
	10 د	تعريف: نسمي تبديلية لعناصر المجموعة E كل ترتيبية n عنصرا من E . عدد تبديلات مجموعة ذات n عنصرا هي العدد الطبيعي : A_n^n حيث : $A_n^n = n(n-1)(n-2) \dots \times 2 \times 1$ نرمز لهذا العدد بن : $n!$ أي : $n! = n(n-1)(n-2) \dots \times 2 \times 1$ و يقرأ : n عاملي .	بناء المفاهيم:
		مثال: $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ * اصطلاح: $0! = 1$ مثال: * عدد الطرائق الممكنة لترتيب 5 أشخاص للدخول على إحدى المصالح الإدارية هو : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ طريقة . ملاحظة: يمكن كتابة عدد الترتيبات ذات p عنبر من مجموعة بها n عنصر كما يلي : $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$ مثلا: $A_8^5 = \frac{8!}{3!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$	
	10 د	تمرين تطبيقي : يتكون رقم الهواتف النقالة لشبكة موبيليس من 10 أرقام حيث أول رقمين فيها هما 06 ثابتين . ① ما هو عدد الخطوط الممكن تكوينها ؟ ② ما هو عدد الخطوط الممكن تكوينها بحيث الأرقام الثمانية الأخيرة متميزة مثلى مثلى ؟	نفوهم

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلجري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - تنظيم معطيات من أجل عدها باستعمال المبدأ الأساسي للعد .

- سير الحصة

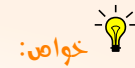
الملاحظات	الأمثلة	التفسير (الأنشطة المراقبة لكل مرحلة)	الأمثلة
	20 د	* التهيئة النفسية: التوفيقات - دكتور ثانوي الحد : ① التوفيقات : تعريف: مجموعة منتهية عدد عناصرها n (عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي حيث $(0 \leq p \leq n)$. نسمي توفيق ذات p عنصرا من عناصر E كل جزء من E ذي p عنصرا من عناصر E . نرمز لعدد التوفيق ذات p عنصرا من مجموعة ذات n عنصر بـ : C_n^p أو $\binom{n}{p}$ و المعروف بـ : $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ مثلا: $C_{10}^2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} = 45$ أمثلة: * عدد الطرائق الممكنة لاختيار تلميذين من بين 28 تلميذا هو : $C_{28}^2 = \frac{28!}{2!(28-2)!} = 378$ * عدد الطرائق الممكنة لسحب 3 كريات في آن واحد من كيس يحتوي على 12 كرية هو : C_{12}^3 طريقة . ملاحظة : * عدد أجزاء E ذات n عنصرا هو 1 لأن E هي الجزء الوحيد الذي يشمل n عنصرا و منه : $C_n^n = \frac{n!}{n!(0)!} = 1$ * لدينا كذلك : $C_n^1 = n$ و $C_n^0 = 1$ تطبيق: يلتقي عشرة أصدقاء في حفل ، يصادف كل منهم الأشخاص التسعة الآخرين مرة واحدة فقط . كم عدد المصافحات التي جرت في الحفل ؟ حل التطبيق: إذا الأول تصافح مع الثاني فالثاني تصافح مع الأول . إذن هناك مصافحتين بين كل صديقين و عليه عدد المصافحات هو : $C_{10}^2 = 45$ مصافحة .	الإنطلاق: بناء المفاهيم:
	15 د		

التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)

ملاحظات

المدة

المرحلة



- خواص:
- ① من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(0 \leq p \leq n)$ لدينا : $C_n^p = C_n^{n-p}$
- ② من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(1 \leq p \leq n-1)$.
لدينا : $C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p$

p \ n	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

ملاحظة :

* تمكنا الخاصية الثانية من حساب C_n^p إذا علمنا C_{n-1}^{p-1} و C_{n-1}^p كما هو مبين في الشكل المقابل (مثلث باسكال)

بناء المفاهيم:

② مبرهنات ثنائيات الكس :

مبرهنة: من أجل كل عددين حقيقيين a و b من أجل كل عدد طبيعي

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^n C_n^p a^{n-p} b^p \quad \text{لدينا } n \text{ غير معدوم}$$

البرهان: (نستعمل الاستدلال بالتراجع)

مثال:

$$(x+1)^5 = \sum_{p=0}^5 C_5^p x^{5-p} (1)^p = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$$

③ طرائق التعلم :

الطريقة/المطلوب	تشكيل أعداد	تشكيل لجان	سحب من كيس	مجموعات
قائمة	الأرقام يمكن أن تتكرر	//	على التوالي مع الإعادة	//
ترتيبة	الأرقام لا تتكرر	المهام محددة	على التوالي دون إعادة	//
توفيقية	//	المهام غير محددة	في آن واحد	أجزاء مجموعة

تمرين تطبيقي: يحتوي كيس على 32 كرية لا نفرق بينها عند اللمس

نسحب 8 كريات عشوائيا .

ما هو عدد الطرائق الممكنة إذا كان :

① السحب في آن واحد .

② السحب على التوالي و دون إرجاع .

③ السحب على التوالي مع الإرجاع .

نقوم

حل التمرين 15 و 16 صفحة 219

حل التمرين 30 و 34 صفحة 221

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلحري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - توظيف الاحتمالات الشرطية لحل مسائل .

- سير الحصة

المراحل	التهيئة (النشاطات المرصودة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات																
الإطلاق:	★ التهيئة النفسية: الاحتمالات الشرطية : مناقشة النشاط 6 صفحة 201: <table><tr><th>المجموع</th><th>ألمانية (D)</th><th>إنجليزية (A)</th><th>اللغة الحية</th></tr><tr><td>180</td><td>50</td><td>130</td><td>بنون (G)</td></tr><tr><td>220</td><td>80</td><td>140</td><td>بنات (F)</td></tr><tr><td>400</td><td>130</td><td>270</td><td>المجموع</td></tr></table> ① احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتا هو : $p(F) = \frac{220}{400} = \frac{11}{20}$ ② احتمال أن يكون التلميذ المختار يدرس الألمانية هو : $p(D) = \frac{130}{400} = \frac{13}{40}$ ③ احتمال أن يكون التلميذ المختار يدرس الألمانية علما أنه بنت هو : $p_F(D) = \frac{80}{220} = \frac{4}{11}$ ④ حساب : $\frac{p(D \cap F)}{p(F)}$ لدينا : $p(D \cap F) = \frac{80}{400} = \frac{1}{5}$ و منه : $\frac{p(D \cap F)}{p(F)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{11}{20}} = \frac{4}{11}$ المقارنة : $p_F(D) = \frac{p(D \cap F)}{p(F)}$ الاحتمال الشرطي : (Ω, p) فضاء احتمالي ، A و B حادثان حيث $p(A) \neq 0$. تعريف: احتمال الحادثة B علما أن A (أي الحادثة A محققة) هو العدد $p_A(B)$ المعروف بـ : $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$ مثال : نرمي قطعة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 . - ما هو احتمال الحصول على رقم فردي علما أنه مضاعف للعدد 3 ؟ حل : نضع : A : الحصول على عدد مضاعف لـ 3 ، B : الحصول على عدد فردي نجد : $A = \{3, 6\}$ ، $B = \{1, 3, 5\}$ ، $A \cap B = \{3\}$ و بالتالي : $p(A) = \frac{2}{6}$ و $p(A \cap B) = \frac{1}{6}$ ومنه : $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{1}{2}$ لاحظ أن : الأرقام التي هي من مضاعفات 3 في التجربة هي : 3 ، 6 ، احتمال الحصول على عدد فردي منها هو : $\frac{1}{2}$	المجموع	ألمانية (D)	إنجليزية (A)	اللغة الحية	180	50	130	بنون (G)	220	80	140	بنات (F)	400	130	270	المجموع	15 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
المجموع	ألمانية (D)	إنجليزية (A)	اللغة الحية																
180	50	130	بنون (G)																
220	80	140	بنات (F)																
400	130	270	المجموع																
بناء المفاهيم:		15 د																	

الملاحظات	المادة	التفسير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل
		ملاحظات : * يجب أن نفرق بين العبارتين : (B و A) و (B علما أن A) الأولى تعني : تحقق الحادثين A و B في آن واحد . الثانية تعني : تحقق B يتبع تحقق A و A محققة سلفا . * عند تساوي الاحتمال يكون : $p_A(B) = \frac{\text{عدد عناصر المجموعة } A \cap B}{\text{عدد عناصر المجموعة } A}$ بناء المفاهيم: تمرين تطبيقي : يحتوي كيس على 5 كرات سوداء مرقمة بـ 2, 1, 1, 1, 1 و 3 كرات بيضاء مرقمة بـ 2, 1, 1 . نسحب من الكيس كرتين في آن واحد . ① احسب احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما 2 ② احسب احتمال الحصول على كرتين سوداوين مجموع رقميهما 2 ③ احسب احتمال الحصول على كرتين سوداوين علما أن مجموع رقميهما 2 حل التمرين التطبيقي : • عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هو : $C_8^2 = 28$ ① لتكن الحادثة A : الحصول على كرتين مجموع رقميهما 2 $p(A) = \frac{C_6^2}{28} = \frac{15}{28}$ إذن : ② لتكن الحادثة B : الحصول على كرتين سوداوين و لتكن الحادثة $A \cap B$: الحصول على كرتين سوداوين و مجموع رقميهما 2 $p(A \cap B) = \frac{C_4^2}{28} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$ إذن : ③ لدينا : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$	
	د 5		
	د 25		

نقوبم

حل التمرين 47 و 50 و 52 صفحة 224

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلجيري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

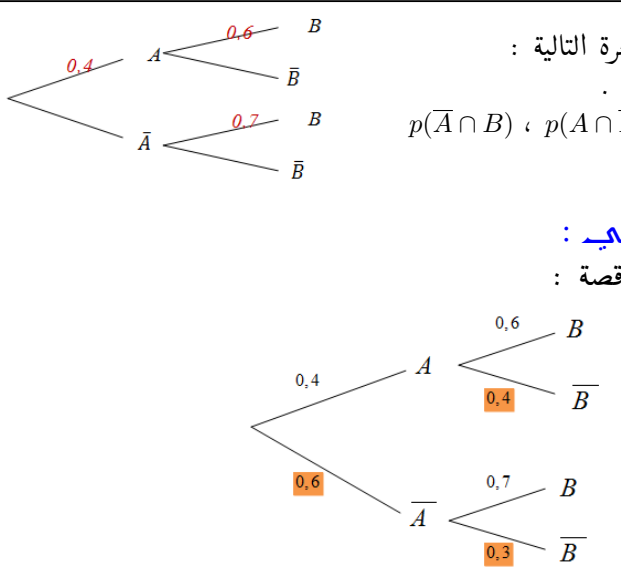
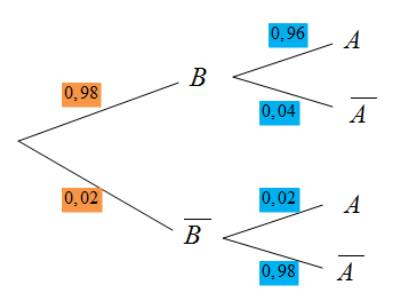
المستوى والشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - توظيف شجرة الاحتمالات لحل مسائل في الاحتمالات الشرطية .

- سير الحصة

المراحل	النهاس (الأنشكة المراهقة لكل مرحلة)	المهمة	ملاحظات
الإطلاق:	* التهيئة النفسية: شجرة الاحتمالات : فواعد استعمال شجرة الاحتمالات : * فرع يبدأ من البداية حتى نهاية طرف الشجرة يمثل تقاطعات كل الحوادث الموجودة في مساره . * مجموع الاحتمالات المكتوبة على الفروع المرسومة من نفس العقدة يساوي 1 . * احتمال الحادثة المثلة بطرق تساوي جداء الاحتمالات المكتوبة في فروع هذا المسار . * كل عقدة من الشجرة تمثل مرحلة من التجربة . * مثلا : على مسار A ، B ، C نكتب الاحتمالات : $p(A)$ ، $p_A(B)$ ، $p_{A \cap B}(C)$ و هذا المسار يمثل الحادثة $A \cap B \cap C$. مثال :	15 د	
بناء المفاهيم:	لدينا مايلي : $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$ $p(A \cap \bar{B}) = p(A) \times p_A(\bar{B})$ $p(\bar{A} \cap B) = p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B)$ $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(\bar{B})$ $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$ $p(\bar{B}) = p(A \cap \bar{B}) + p(\bar{A} \cap \bar{B})$	10 د	

الملاحظات	المعدة	التفسير (النشطة المراقبة لكل مرحلة)	المراحل
	د 10	مثال تطبيقي: إليك الشجرة التالية : ① عين الاحتمالات الناقصة . ② احسب $p(\bar{A} \cap B)$ ، $p(A \cap \bar{B})$ ، $p(A \cap B)$ و $p(\bar{A} \cap \bar{B})$ حل المثال التطبيقي : ① تعيين الاحتمالات الناقصة :  ② حساب الاحتمالات : $p(A \cap \bar{B}) = 0.4 \times 0.4 = 0.16 \quad p(A \cap B) = 0.4 \times 0.6 = 0.24$ $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0.6 \times 0.3 = 0.18 \quad p(\bar{A} \cap B) = 0.6 \times 0.7 = 0.42$ ملاحظة : ★ غالبا ما يكون حساب الاحتمال $p(A \cap B)$ مباشرة صعب لذلك يكفي معرفة $p_A(B)$ أو $p_B(A)$ لحسابه . لدينا : $p(A \cap B) = p(A) \cdot p_A(B)$ و $p(A \cap B) = p(B) \cdot p_B(A)$ تمرين تطبيقي : في ورشة عمل ، 2% من القطع المصنوعة معيبة . قررنا المراقبة التالية : • إذا كانت القطعة جيدة ، فإن احتمال قبولها هو : 0,96 • إذا كانت القطعة معيبة ، فإن احتمال رفضها هو : 0,98 نختار عشوائيا قطعة و نفرض أن كل الاختيارات متساوية الاحتمال . - ما هو احتمال أن تكون القطعة جيدة و مرفوضة ؟ حل التمرين التطبيقي :  نرمز للحادثة A : القطعة مقبولة نرمز للحادثة B : القطعة جيدة و نستعمل شجرة الاحتمالات : $p(B \cap \bar{A}) = p(B) \cdot p_B(\bar{A}) = 0.98 \times 0.04 = 0.0392$	بناء المفاهيم:
	د 10		
	د 15		نقوم

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلجري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - التعرف على استقلال أو ارتباط حدثين .

- سير الحصة

المراحل	النسب (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإطلاق:	* التهيئة النفسية: الحوادث المستقلة والمتغيرات العشوائية المستقلة : ① التوابيرث المستقلة : (Ω, p) فضاء احتمالي ، A و B حدثان .	10 د	
	تعريف: نقول عن الحادثين A و B إنهما مستقلتان إذا فقط إذا كان تحقق إحداها لا يغير من احتمال تحقق الأخرى .		
	مبرهنة: نقول عن الحادثين A و B إنهما مستقلتان إذا فقط إذا كان : $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$		
	نتيجة: إذا كان $p(A) \neq 0$ فإن : $p_A(B) = p(B)$		
بناء المفاهيم:	مثال «1» : نرمي قطعة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 و نعتبر الحادثين . A : نحصل على عدد زوجي B : نحصل على عدد أولي . - هل الحادثان A و B مستقلتان ؟ حل : $p(A) = \frac{1}{2}$ و $p(B) = \frac{1}{2}$ و $p(A \cap B) = p(\{2\}) = \frac{1}{6}$ بما أن : $\frac{1}{6} \neq \frac{1}{4}$ فالحدثان A و B غير مستقلتين . مثال «2» : نرمي قطعة نقد غير مزيفة مرتين على التوالي و نعتبر الحادثين . A : نحصل على الوجه في الرمية الأولى B : نحصل على الوجه في الرمية الثانية . - هل الحادثان A و B مستقلتان ؟	15 د	

الملاحظات	المادة	التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل
		حل : $p(A \cap B) = p((F, F)) = \frac{1}{4} \text{ و } p(B) = \frac{1}{2} \text{ و } p(A) = \frac{1}{2}$ بما أن : $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ فالحدثان A و B مستقلتان . ملاحظات : ★ في حالة استقلال الحوادث يكون احتمال قائمة النتائج هو جداء احتمالات كل النتائج (يحدث هذا عموما في التجارب العشوائية المكررة) . ★ إذا كانت A و B حادثتين مستقلتين فإن $\bar{A}$ و $\bar{B}$ مستقلتين . ★ A و B مستقلتان لا يستلزم عموما أن A و B غير متلائمتين . ★ إذا كان A و B حادثتين غير متلائمتين مع : $p(A) \neq 0$ و $p(B) \neq 0$ فإن A و B غير مستقلتين ($p(A \cap B) = 0$ و $p(A) \times p(B) \neq 0$) ② المتغيرات العشوائية المستقلة : تعريف : X و Y متغيران معرفان على نفس مجموعة الامكانيات E . لتكن $x_1, x_2, \dots, x_n$ قيم المتغير X و $y_1, y_2, \dots, y_n$ قيم المتغير Y . نقول إن X و Y مستقلان عندما تكون الحادثتان $(X = x_i)$ و $(Y = y_i)$ مستقلتان من أجل كل i و j حيث : $(1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m)$. ملاحظة : ★ متغيران عشوائيان مرتبطان بتجربتين مختلفتين مستقلتان . تمرين تطبيقي «1» : صندوق به 3 قريصات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و 3 قريصات صفراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 نسحب عشوائيا قريصة واحدة من الصندوق ، ليكن X المتغير العشوائي حيث $X = 1$ القريصة المسحوبة بيضاء و إلا $X = 0$. و ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحبة برقم القريصة المسحوبة . ① عرف قانون الاحتمال لكل من X و Y . ② برهن أن X و Y مستقلان . تمرين تطبيقي «2» : في مسابقة يجيب مترشح عن عدد من الاسئلة و يشار للجواب الصحيح بالعدد 1 و للخطيء بالعدد 0 . نعتبر الحادثتين : A : ليس للأجوبة نفس الإشارة B : جواب واحد على الأكثر له إشارة 0 . ① إذا كان عدد الأسئلة اثنين ، هل A و B مستقلتان ؟ ② إذا كان عدد الأسئلة ثلاثة ، هل A و B مستقلتان ؟	بناء المفاهيم: نقوم
	10 د		
	25 د		

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلجيري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالث علوم تجريبية

المحتوى المعرفي: الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: - تطبيق دستور الاحتمالات الكلية لحل مسائل تتعلق بالسحب من أكثر من كيس .

- سير الحصة

المراحل	النسب (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإطلاق:	* التهيئة النفسية: الاحتمالات الكلية : ① تجزئة لمجموعة : * نسمي تجزئة مجموعة أجزاء لهذه المجموعة كلها ليست خالية ، منفصلة متني متني (لا يوجد جزءان لهما عنصر مشترك) واتحادهما المجموعة الكلية . ① $A_i \neq \emptyset$ ② $A_i \cap A_j = \emptyset$ ③ $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$ ② مبرهنات الاحتمالات : * لتكن $A_1, A_2, \dots, A_n$ حوادث احتمالاتها غير معدومة تشكل تجزئة للمجموعة الشاملة Ω . لدينا من أجل كل حادثة B : $p(B) = p(A_1 \cap B) + p(A_2 \cap B) + \dots + p(A_n \cap B)$ مع : $p(A_k \cap B) = p(A_k) \cdot p_{A_k}(B)$ من أجل كل k حيث $1 \leq k \leq n$. لاحظ أن : $\{A_k \cap B; 1 \leq k \leq n\}$ تشكل تجزئة للحادثة B . ملاحظة : * قانون الاحتمالات الكلية يمكن ترجمته على شجرة الاحتمالات كما يلي : احتمال الحادثة E هو مجموع احتمالات المسارات المؤدية للحادثة E . مثال : تلميذ في قسم نهائي علوم تجريبية يعبر نفس الاهتمام للمواد العلمية أو الأدبية . إذا كان احتمال نجاحه في اختبار المواد العلمية في شهادة البكالوريا هو $\frac{1}{3}$ و احتمال نجاحه في باقي المواد هو $\frac{1}{4}$. - ما هو احتمال نجاحه في البكالوريا ؟ حل : نضع : A : النجاح في البكالوريا ، B : النجاح في المواد العلمية C : النجاح في المواد الأدبية . نجد من المعطيات : $p(B) = p(C) = \frac{1}{2}$ ، $p_B(A) = \frac{1}{3}$ ، $p_C(A) = \frac{1}{4}$ و بالتالي : $p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap C) = p_B(A) \cdot p(B) + p_C(A) \cdot p(C) = \frac{7}{24}$	15 د	
بناء المفاهيم:		15 د	

الملاحظات	المادة	التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل
		تمرين تطبيقي «1» : (A) ، (B) ، (C) ثلاث صناديق حيث : الصندوق (A) يحتوي على 3 كريات حمراء و 5 كريات سوداء . الصندوق (B) يحتوي على كرتين حمراوين و كرية سوداء . الصندوق (C) يحتوي على كرتين حمراوين و 3 كريات سوداء . نأخذ عشوائيا أحد الصناديق و نسحب منه عشوائيا كرية واحدة . ① ما هو احتمال سحب كرية حمراء من الصندوق (A) ؟ ② ما هو احتمال سحب كرية حمراء ؟ ③ إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق (A) ؟ بناء المفاهيم: الحل : نرمز للكرية الحمراء بـ : R و للكرية السوداء بـ : N و ننشئ شجرة الاحتمالات ① احتمال سحب كرية حمراء من الصندوق (A) هو : $p(A \cap R) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$ ② احتمال سحب كرية حمراء هو : $p(R) = p(A \cap R) + p(B \cap R) + p(C \cap R)$ هناك ثلاث مسارات تؤدي إلى كرية حمراء و عليه $p(R) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{173}{360}$ ③ إذن : $p_R(A) = \frac{p(A \cap R)}{p(R)} = \frac{173}{45}$ تمرين تطبيقي «2» : يتكون مصنع لانتاج الثلاثات من 3 أقسام حيث تساهم بـ 30% ، 60% ، 10% على الترتيب في الانتاج الكلي للمصنع و احتمالات أن تكون الثلاثة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في الأقسام الثلاثة هي : 0,75 ، 0,85 ، 0,90 على الترتيب . ❖ ما هو احتمال أن تكون الثلاثة المصنوعة في هذا المصنع صالحة للاستعمال ؟ الحل : نضع : F : الثلاثة صالحة للاستعمال في هذا المصنع C_i : الثلاثة أنتجت في القسم i مع : $i \in \{1, 2, 3\}$ لدينا : $p(F) = p(C_1 \cap F) + p(C_2 \cap F) + p(C_3 \cap F)$ و عليه : $p(F) = p_{C_1}(F)p(C_1) + p_{C_2}(F)p(C_2) + p_{C_3}(F)p(C_3)$ أي : $p(F) = 0,75 \times 0,3 + 0,85 \times 0,6 + 0,90 \times 0,1 = 0,822$ نفوهم حل التمرين 65 صفحة 228	
	د 20		
	د 10		