



تمارين متنوعة - المستوى الرابع متوسط

المقطع الرابع : الانسحاب ، الأشعة والمعالم



التمرين الأول

ليكن ABC مثلث كفي.

1. عين النقط M ، N و K حيث $\vec{AN} = -\vec{AB}$ ، $\vec{CM} = \vec{AC}$ و $\vec{AK} = \vec{AN} + \vec{AM}$ على الترتيب.
2. انشئ ممثلاً للشعاع $\vec{u}$ حيث $\vec{u} = \vec{CM} + \vec{BC}$
3. بين أن الرباعي $AKMB$ متوازي أضلاع.
4. احسب المجموع الشعاعي : $\vec{v} = \vec{AN} + \vec{AB} + \vec{NK}$

التمرين الثاني

ليكن EFG مثلث كفي. النقطة M صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{FG}$

1. انشئ الشكل بدقة.
2. انشئ نقطة K تحقق $\vec{GE} + \vec{GF} = \vec{GK}$
3. بين أن E منتصف $[K]$.
4. احسب المجموع الشعاعي $\vec{u}$ حيث $\vec{u} = \vec{FG} - \vec{ME} + \vec{FE} + \vec{EK}$

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. على ورقة ميليمتريه، علم النقط $A(-2; 2)$ ، $B(3; 1)$ و $C(0; -1)$.
2. احسب مركبتي الشعاع $\vec{A}$ ثم استنتج الطول AB .
3. عين حسابيا احداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.
4. جد احداثيتي النقطة M مركز تناظر الرباعي $ABCD$.

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدته 1 cm

1. علم النقط $A(2; -1)$ ، $B(-2; 3)$ و $C(-2; -1)$.
2. انشئ النقطتين D و L حيث: $\vec{AB} = \vec{CD}$ و $\vec{DB} = -\vec{LB}$
3. احسب الطول AD ثم جد احداثيات النقطة I منتصف القطعة $[AD]$.
4. بين أن الرباعي $ALBC$ مربع.
5. احسب $\tan \widehat{BAC}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{BAC}$.



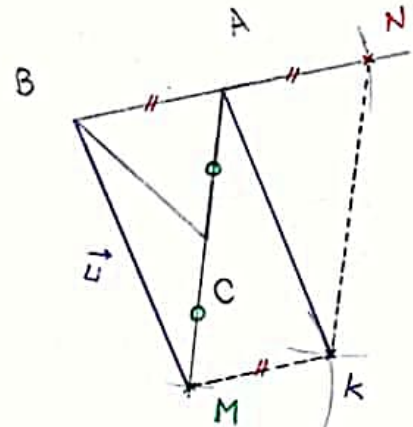
حل التمرين الأول :

$$\vec{AN} = -\vec{AB} = \vec{BA}$$

$$\vec{CM} = \vec{AC} \Rightarrow \vec{AC} = \vec{CM}$$

معناه C منتصف [AM]

$$\vec{AN} + \vec{AM} = \vec{AK} \quad (\text{قاعدة متوازي أضلاع})$$



$$\vec{U} = \vec{CM} + \vec{BC} = \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{BA}$$

③ إثبات أن AKMB متوازي أضلاع :

لما أن } من المعطيات : $\vec{BA} = \vec{AN}$ (1) -----

و معناه ANKM $\vec{AN} + \vec{AM} = \vec{AK}$

(2) ----- $\vec{MK} = \vec{AN}$ متوازي أضلاع أي :

اذن من (1) و (2) نجد أن $\vec{BA} = \vec{MK}$

فإن AKMB متوازي أضلاع .

(4) حساب المجموع الشعاعي :

$$\vec{V} = \vec{AN} + \vec{AB} + \vec{AK}$$

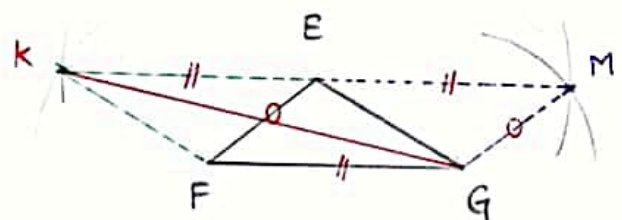
$$= \vec{AN} + \vec{NK} + \vec{AB}$$

$$= \vec{AK} + \vec{AB}$$

$$= \vec{AM}$$

قاعدة متوازي أضلاع

حل التمرين الثاني :



③ إثبات أن E منتصف [KM]

لما أن } متوازي أضلاع E بالاشعاع الذي تساعده $\vec{FG}$

$$(1) \text{ --- } \vec{FG} = \vec{EM} \quad \text{معناه}$$

$$\vec{GE} + \vec{GF} = \vec{GE} + \vec{GM} = \vec{GE} + \vec{GE} = \vec{GE}$$

$$(2) \text{ --- } \vec{FG} = \vec{KE} \quad \text{متوازي أضلاع أي } GEKF$$

$$\vec{KE} = \vec{EM} \quad \text{اذن من (1) و (2) نجد :}$$

فإن E منتصف [KM]

(4) حساب المجموع الشعاعي $\vec{U}$:

$$\vec{U} = \vec{FG} - \vec{ME} + \vec{FE} + \vec{EK}$$

$$= \vec{FG} + \vec{EM} + \vec{FK}$$

$$= \vec{KE} + \vec{EM} + \vec{FK}$$

$$= \vec{KM} + \vec{FK}$$

$$= \vec{FK} + \vec{KM}$$

$$= \vec{FM}$$

حسب علاقة ثال

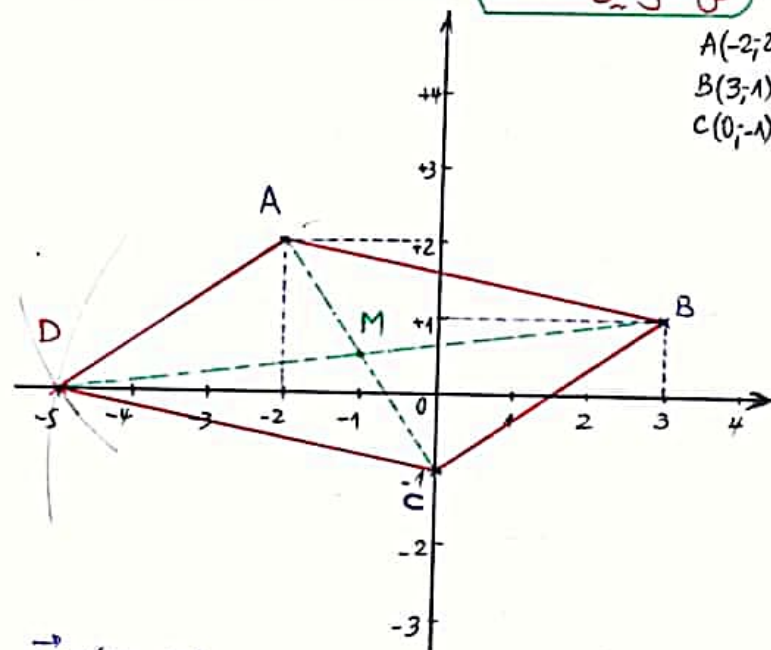
$$\vec{U} = \vec{FM}$$

حل التمرين الثالث :

$$A(-2; 2)$$

$$B(3; 1)$$

$$C(0; -1)$$



$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

② حساب مركبتي الشعاع $\vec{AB}$:

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 - (-2) \\ 1 - 2 \end{pmatrix} = \vec{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$AB = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26} \quad \text{حساب الطول AB}$$

③ ABCD متوازي أضلاع معناه $\vec{BA} = \vec{CD}$

$$\vec{AB} = \vec{DC} \quad \text{أو}$$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} = \vec{DC} \begin{pmatrix} 0 - x_D \\ (-1) - y_D \end{pmatrix} \quad \begin{cases} -x_D = 5 \\ -y_D = -1 + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_D = -5 \\ y_D = 0 \end{cases}$$

$$D(-5; 0) \quad \text{اذن}$$

(4) M مركز تناظر الرباعي ABCD
معناه M منتصف أحد القطرين :

M منتصف [AC]

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{-2+0}{2}; \frac{-1+2}{2}\right)$$

$$M\left(-1; \frac{1}{2}\right)$$

$$AB = \sqrt{(-4)^2 + (4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{4^2 \times 2}$$

$$AB = 4\sqrt{2}$$

$$AB^2 = (4\sqrt{2})^2 = 16 \times 2 = 32 \quad \dots (1)$$

$$AC^2 + CB^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32 \quad \dots (2)$$

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 = 32$$

اذن حسب الخاصية العكسية لثلاثية فيثاغورس
فإن ACB قائم في C.

ومنه (CB) $\perp$ (AC)

نتخلص ان ALBC مربع

(5) حساب $\tan \widehat{BAC}$

بما ان ABC قائم في C

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{اذن}$$

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

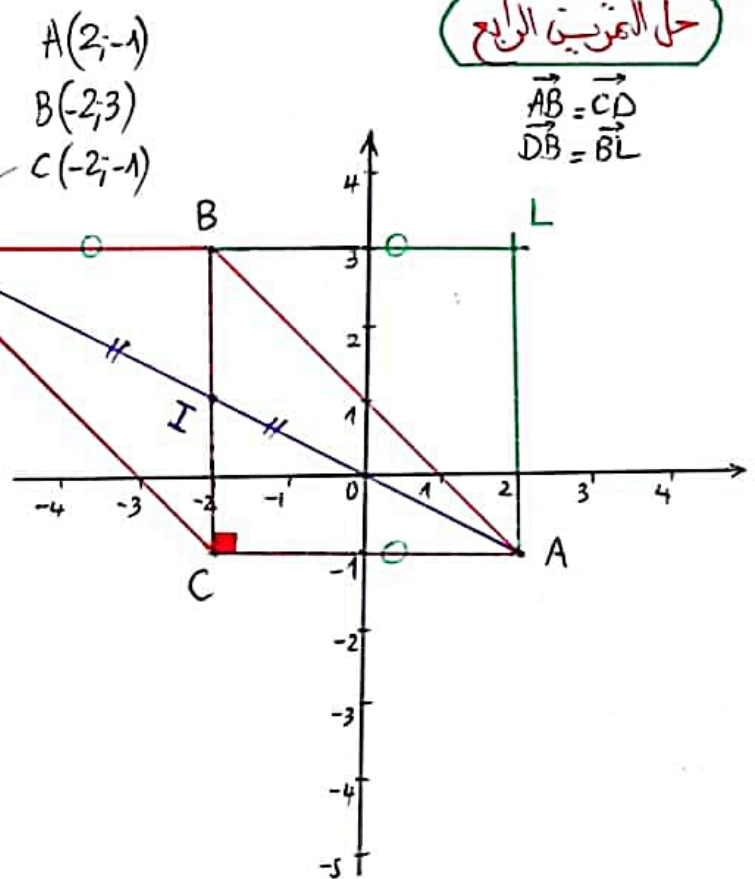
$$\widehat{BAC} = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45^\circ$$

[في مثلث متساوي الساقين زاويتا
القاعدة لهما نفس القياس .]

حل التعيين الرابع

$$\vec{AB} = \vec{CD}$$

$$\vec{DB} = \vec{BL}$$



(3) حساب الطول AD , $\vec{AB} = \vec{CD}$

$$\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \vec{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix} \vec{CD} \begin{pmatrix} x_D + 2 \\ y_D + 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_D + 2 = -4 \\ y_D + 1 = 4 \end{cases} \begin{cases} x_D = -6 \\ y_D = 3 \end{cases} \quad D(-6; 3)$$

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(-6-2)^2 + (3+1)^2}$$

$$= \sqrt{(-8)^2 + 4^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

I منتصف [AD] : $I\left(\frac{x_A + x_D}{2}; \frac{y_A + y_D}{2}\right)$

$$I\left(\frac{-6+2}{2}; \frac{-1+3}{2}\right) I\left(-2; 1\right)$$

(4) اثبات ان ALBC مربع .

لدينا . $\vec{AB} = \vec{CD}$ معناه

$$(1) \quad \vec{CA} = \vec{DB}$$

و
اذن $\vec{CA} = \vec{BL}$ معناه ALBC متوازي اضلاع .

يكفي اثبات ان فيه ضلعين متساويين متتاليين ومتوازيين .

$$AC = \sqrt{(-4)^2 + 0^2} = \sqrt{16} = 4 \quad CB = \sqrt{0^2 + 4^2} = \sqrt{16} = 4$$

معناه CB = AC = 4 متساوي الضلعين