



ديسمبر 2021

المستوى: الثالثة علوم تجريبية

المدة : ساعتين.

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين 1 (6 ن)

توجد اجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التعليل.

(1) حل المعادلة $4e^{2x} - e^x - 3 = 0$ في $\mathbb{R}$ هو :

(أ) 2 (ب) 0 (ج) 1

(2) حل المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ الذي يحقق $f(0) = 1$ هو الدالة f حيث :(أ) $-e^{-3x}$ (ب) e^{-3x} (ج) e^{3x} (3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - (x+1)e^x$ هي :(أ) $+\infty$ (ب) $-\infty$ (ج) 0التمرين 2 (14 ن)(I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$ (1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.(2) احسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .(II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

(2) بين ان (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلته.(3) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فإن $f'(x) = g(x)$ (4) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.(5) بين ان (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاها α و β حيث : $-3.5 < \alpha < -3$ و $0.5 < \beta < 1$ (6) ارسم (Δ) و (C_f) .

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة

$$3 - xe^{2x} - m = 0$$

(III) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$

(ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فإن $h(x) = f(\frac{1}{x})$

(ب) احسب $h'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

بالتوفيق.

التصحيح النموذجي

العلامة	الحل	رقم التمرين
	(1) حل المعادلة $4e^{2x} - e^x - 3 = 0$ في $\mathbb{R}$ هو : (ب) 1 (2) حل المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ الذي يحقق $f(0) = 1$ هو الدالة f حيث : (ب) e^{-3x} (3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - (x + 1)e^x$ هي : (ب) $-\infty$	التمرين 1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1 \quad (1-$$

ب) دراسة اتجاه تغيرات g و تشكيل جدول التغيرات:

$$g'(x) = (-4x - 4)e^{2x}$$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g(x)$	+	+	+	0	- - -

* من جدول الإشارة نستنتج أن: g متزايدة تماماً على $[-\infty; -1]$ و متناقصة تماماً على $[-1; +\infty[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$			
$g(x)$	1	$\frac{e^2 + 1}{e^2}$	$-\infty$

$$g(0) = 0 \quad (2$$

جدول إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
إشارة $g(x)$	+	+	+	0	- - -

$$f(x) = x + 3 - xe^{2x} \quad (3$$

أ) النهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
 ب) بما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-xe^{2x}) = 0$ فإن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\square)$ معادلته $y = x + 3$ عند $(-\infty)$.
 4) لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى $(\square)$ ندرس إشارة الفرق $D(x) = f(x) - y = -xe^{2x}$ حسب الجدول:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
إشارة $D(x)$	+	+	-
الوضعية	(C_f) يقع فوق $(\square)$ $\triangle$ يقطع $A(0;3)$ (C_f) يقع تحت $(\square)$		

5-1) $f'(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x} = g(x)$
 إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

ب) f متزايدة تماما على $]-\infty; 0]$ و متناقصة تماما على $[0; +\infty[$.

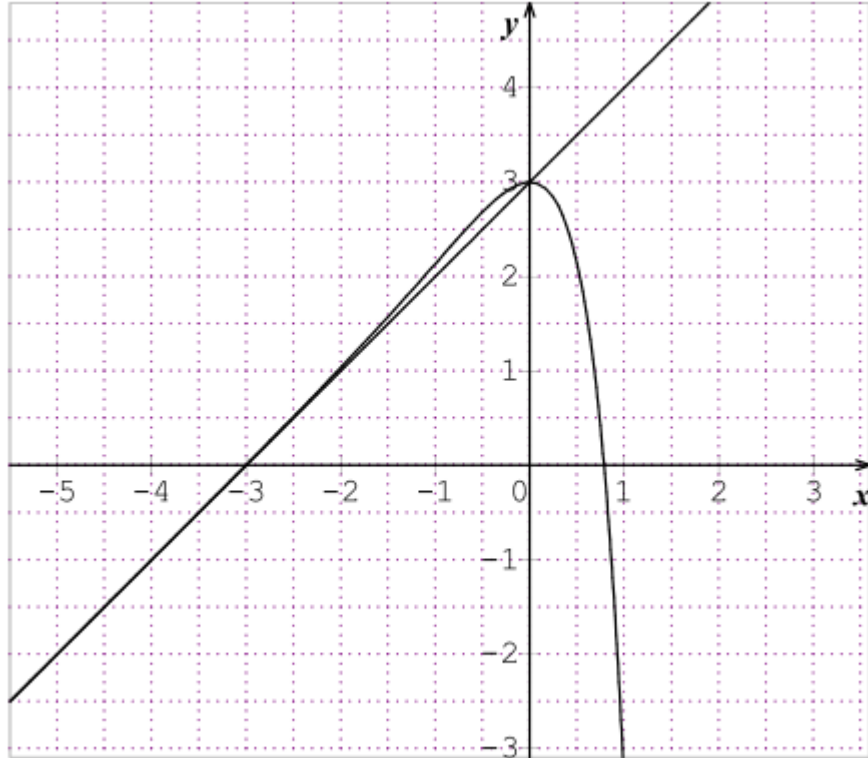
جدول تغيرات f .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$-\infty$	3	$+\infty$

(6) بما أن f مستمرة و متزايدة تماما على $[-3.5; -3]$ و $f(-3.5)f(-3) < 0$ و بما أن f مستمرة و متناقصة تماما على $[0.5; 1]$ و $f(0.5)f(1) < 0$ فإنه يوجد عدنان حقيقيان α و β وحيدان من $[-3.5; -3]$ و $[0.5; 1]$ على الترتيب بحيث: $f(\alpha) = 0$ و $f(\beta) = 0$ و ذلك حسب مبرهنة القيم المتوسطة.

وعليه المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $A(\alpha; 0)$ و $B(\beta; 0)$.

(7) رسم $(\square)$ و (C_f)



$$h(x) = \frac{1+3x - e^{\frac{2}{x}}}{x} \quad (8)$$

122

$$.h'(x) = -\frac{1}{x^2} \cdot g\left(\frac{1}{x}\right) : \text{ا} \quad h'(x) = -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) \quad (\text{ب})$$

جدول إشارة $h'(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	- - - -		+ + + +

من جدول إشارة $h'(x)$ نستنتج أن h متناقصة تماماً على $]-\infty; 0[$ و متزايدة تماماً على $]0; +\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	- - -		+ +
$h(x)$	3  $-\infty$		$-\infty$  3