

مذكرة رقم 01 : الدالة التآلفية

مذكرة رقم 02 : الدالة مربع

مذكرة رقم 03 : الدالة مقلوب

مذكرة رقم 04 : الدالة جذر تربيعي

مذكرة رقم 05 : الدائرة المثلثية

مذكرة رقم 06 : الدالة جيب تمام و الدالة جيب

سنة أولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا



إعداد الأستاذة : نرجس مرواني

السنة الدراسية 2020 – 2021

للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي :

merouaninardjiss@gmail.com

profmerouani

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات

0770349020

المستوى : 01 ج م ع ت
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال المرجعية
المحتوى المعرفي : الدالة التآلفية.

ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 - 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المتنوعات : ألقاب : : عموميات على الدوال و بعض خواص الدالة التآلفية و الدالة الخطية.
الخصائص : : حساب نسبة التزايد، تحديد اتجاه تغير و التمثيل البياني للدالة $x \mapsto ax + b$.
الأمثلة : : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

الوقت	س ا صة	ا ر ا ح ل
30 د	نشاط مقترح : $\leq$ دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$، نعتبر x_1 و x_2 عددين من I حيث $x_1 < x_2$. ① بين أنه إذا كان العدد $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ سالبا تماما فإن الدالة f متناقصة تماما على المجال I. ② بين أنه إذا كان العدد $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ موجبا تماما فإن الدالة f متزايدة تماما على المجال I. $\leq$ نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = -3x + 4$. ① بفرض x_1 و x_2 عنصرين من D_f حيث $x_1 < x_2$، أحسب العددين $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ و $\frac{g(x_2) - g(x_1)}{x_2 - x_1}$ ثم استنتج اتجاه تغير كل من الدالتين f و g. ② في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ أنشئ التمثيل البياني لكل الدالة.	الانطلاق
30 د	1 نسبة تزايد دالة تعريف f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$، نعتبر العددين x_1 و x_2 من I حيث $x_1 < x_2$. نسمي العدد $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ بنسبة تزايد الدالة f بين العددين x_1 و x_2. مبرهنة f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$، نعتبر العددين x_1 و x_2 من I حيث $x_1 < x_2$. تكون الدالة f متزايدة تماما على I إذا و فقط إذا كان العدد $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ موجبا تماما. تكون الدالة f متزايدة تماما على I إذا و فقط إذا كان العدد $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ سالبا تماما.	البناء و الترسيع

نسمي دالة تآلفية كل دالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $f(x) = ax + b$ حيث a و b عددين حقيقيين.

مثال

الدالة $f : x \mapsto 5x + 2$ هي دالة تآلفية حيث $a = 5$ و $b = 2$

البناء
و
التزيين

⚠ ملاحظة هامة

- إذا كان $b = 0$ فإن $f : x \mapsto ax$ تسمى دالة خطية.
- إذا كان $a = 0$ فإن $f : x \mapsto b$ تسمى دالة ثابتة.

① الخاصية المميزة للدوال التآلفية:

مبرهنة

تكون الدالة f تآلفية ، إذا وفقط إذا كانت النسبة $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ ثابتة من أجل كل عددين حقيقيين مختلفين x_1 و x_2 .

مثال

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 4x - 1$
من أجل x_1 و x_2 عددين مختلفين من $\mathbb{R}$ فإن :
$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{4x_1 - 1 - (4x_2 - 1)}{x_1 - x_2} = \frac{4(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = 4$$

بما أن النسبة $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ ثابتة فإن الدالة f تآلفية.

② اتجاه تغير الدالة التآلفية:

مبرهنة

- f دالة تآلفية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = ax + b$ حيث a و b عددين حقيقيين.
- ❖ إذا كان $a = 0$ فإن f ثابتة على $\mathbb{R}$.
 - ❖ إذا كان $a < 0$ فإن f متناقصة تماماً على $\mathbb{R}$.
 - ❖ إذا كان $a > 0$ فإن f متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$.

③ جدول تغيرات الدالة التآلفية:

إذا كان $a > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

إذا كان $a < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

4 التمثيل البياني للدالة التآلفية:

مبرهنة

التمثيل البياني لدالة تآلفية معرفة بالعلاقة $f(x) = ax + b$ في معلم $(O, \vec{i}; \vec{j})$ هو المستقيم (D) الذي معامل توجيهه a ويشمل النقطة ذات الإحداثيات $(0; b)$ حيث $y = ax + b$ هي المعادلة المبسطة للمستقيم (D) .

نطبيق

f دالة تآلفية معرفة على $\mathbb{R}$ حيث $f(x) = ax + b$

1 عيّن a و b اذا علمت أن : $f(1) = 2$ و $f(3) - f(-1) = -2$

2 أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

3 في المستوي المنسوب الى المعلم $(O, \vec{i}; \vec{j})$ أرسم التمثيل البياني للدالة f .

التقويم

المستوى : 01 ج م ع ت
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال المرجعية
المحتوى : المعرفي : الدالة مربع.

ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 - 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المفاهيم : **القياسات** : عموميات على الدوال و بعض خواص الدالة التآلفية و الدالة الخطية.
الضوابط : تحديد اتجاه تغير و التمثيل البياني للدالة $x \mapsto x^2$.
المهارات : الكآب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

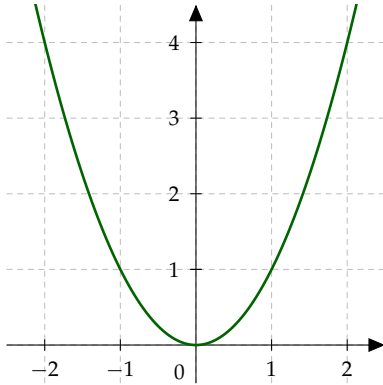
الوقت	س ا صة	أ ر ا ح ل																		
30 د	نشاط مقترح : f لتكن الدالة المعرفة بـ : $f(x) = x^2$، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. ① عين مجموعة تعريف الدالة D_f. ② أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجالين $[0; +\infty[$ و $] -\infty; 0]$. ③ شكل جدول تغيرات الدالة ثم استنتج القيمة الحدية الصغرى لها. ④ أكمل الجدول التالي : <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> ◀ إنطلاقا من الجدول أنشئ التمثيل البياني للدالة f على المجال $[0; +\infty[$. ⑤ أدرس شفعية الدالة f ثم فسر النتائج بيانيا. ◀ أكمل التمثيل البياني للدالة على المجال $] -\infty; 0]$. 1 الدالة مربع تعريف الدالة مربع هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ و التي ترفق بكل عدد حقيقي x مربعه x^2 و من أجل كل عدد حقيقي x نكتب $f(x) = x^2$ ① اتجاه تغير الدالة مربع : مبرهنة الدالة مربع متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $] -\infty; 0]$ ② جدول تغيرات الدالة مربع : <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>x^2</td> <td></td> <td>0</td> <td></td> </tr> </table> نما سبق نتحصل على جدول التغيرات كالتالي :	x	0	1	2	3	$f(x)$					x	$-\infty$	0	$+\infty$	x^2		0		الانطلاق البناء و الترسيع
x	0	1	2	3																
$f(x)$																				
x	$-\infty$	0	$+\infty$																	
x^2		0																		

③ شفعية الدالة مربع :

خاصية

من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا $(-x) \in \mathbb{R}$ و عليه $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة لمبدأ المعلم حيث : $(-x)^2 = x^2$ أي $f(-x) = f(x)$ ومنه نستنتج أن الدالة مربع زوجية أي تمثيلها البياني متناظر بالنسبة لمحور الترتيب.

④ التمثيل البياني للدالة مربع :



مبرهنة

التمثيل البياني لدالة مربع هو مجموعة النقط $M(x, y)$ حيث : $y = x^2$
التمثيل البياني للدالة مربع هو قطع مكافئ معادلته $y = x^2$ وذروته مبدأ المعلم

تطبيق 06 ص 106

تطبيق 02

عين جبريا ثم بيانيا (إعتمادا على منحنى الدالة مربع) حصرا للعدد x^2 في كل حالة :

① $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ ② $-4 \leq x \leq -2$ ③ $x \in [-3, 1]$

2 توظيف الدالة مربع لدراسة اتجاه تغير الدالة $f : x \mapsto (x + a)^2 + b$

طريقة:

لدراسة اتجاه تغير الدالة $f : x \mapsto (x + a)^2 + b$

نحدد إشارة الدالة التآلفية $x \mapsto x + a$ على المجالين $[-a; +\infty[$ و $]-\infty; -a]$.

نحدد اتجاه تغير الدالة $x \mapsto (x + a)^2$ على المجالين $[-a; +\infty[$ و $]-\infty; -a]$ ثم نستنتج اتجاه تغير f .

تمثيل المنحنى البياني للدالة f

نبين أن النقطة $M(x, y)$ من (C_f) إذا وفقط إذا كانت النقطة $N(x + a, y - b)$ من منحنى الدالة مربع.

نرسم (C_f) حيث (C_f) هو صورة منحنى الدالة مربع بالإنسحاب الذي شعاعه $(-a; b)$.

تطبيق

لتكن الدالة g المعرفة بـ : $f : x \mapsto (x - 1)^2 + 1$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم م.م $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 أدرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2 بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $g(x) - g(1) \geq 0$. ماذا تستنتج؟

3 إشرح كيفية رسم (C_g) ثم أنشئه بعناية.

المستوى : 01 ج م ع ت
 ميدان التعلم : تحليل
 الوحدة : الدوال المرجعية
 المحتوى : المعارف : الدالة مقلوب.

ثانوية : أحمد رضا حوحو
 السنة الدراسية : 2020 - 2021
 يوم :
 المدة : 02 ساعة

المفاهيم : **القياس** : عموميات على الدوال و بعض خواص الدالة التآلفية و الدالة الخطية.
الصفاء : تحديد إتجاه تغير و التمثيل البياني للدالة $x \rightarrow \frac{1}{x}$.
الأمثلة : الكأب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

الوقت	س صة	أراحل								
30 د	نشاط مقترح : f لتكن الدالة المعرفة بـ : $f(x) = \frac{1}{x}$، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. ① عين مجموعة تعريف الدالة D_f. ② أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$ ثم شكل جدول تغيراتها. ③ أكمل الجدول التالي : <table><tr><td>x</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> ◀ إنطلاقا من الجدول أنشئ التمثيل البياني للدالة f على المجال $]0; +\infty[$. ④ أدرس شفعية الدالة f ثم فسر النتائج بيانيا. ◀ أكمل التمثيل البياني للدالة على المجال $]-\infty; 0[$.	x	$\frac{1}{2}$	1	2	$f(x)$				الانطلاق
	x	$\frac{1}{2}$	1	2						
$f(x)$										
10 د	1 الدالة مقلوب تعريف الدالة مقلوب هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ و التي ترفق بكل عدد حقيقي x مقلوبه $\frac{1}{x}$ و من أجل كل عدد حقيقي x نكتب $f(x) = \frac{1}{x}$ مبرهنة الدالة مقلوب متناقصة تماما على المجال $]0; +\infty[$ و كذلك متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0[$ ② جدول تغيرات الدالة مقلوب : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$\frac{1}{x}$</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> مما سبق نحصل على جدول التغيرات كالتالي :	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$\frac{1}{x}$				البناء و الترسيع
x	$-\infty$	0	$+\infty$							
$\frac{1}{x}$										

③ شفعية الدالة مقلوب :

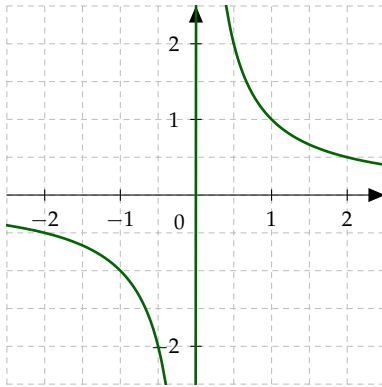
نتيجة

من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ لدينا $(-x) \in \mathbb{R}^*$ و عليه $\mathbb{R}^*$ متناظرة بالنسبة لمبدأ المعلم حيث : $\frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}$ أي $f(-x) = -f(x)$ و منه نستنتج أن الدالة مقلوب فردية أي تمثيلها البياني متناظر بالنسبة لمبدأ المعلم.

④ التمثيل البياني للدالة مقلوب :

مبرهنة

التمثيل البياني لدالة مقلوب هو مجموعة النقط $M(x, y)$ حيث : $y = \frac{1}{x}$
التمثيل البياني للدالة مربع هو قطع زائد معادلته $y = \frac{1}{x}$



تطبيق

عين جبريا ثم بيانيا (إعتمادا على منحنى الدالة مقلوب) حصرا للعدد $\frac{1}{x}$ في كل حالة :
① $-2 \leq x < -\frac{1}{2}$ ② $2 \leq x \leq 4$

2 توظيف الدالة مقلوب لدراسة اتجاه تغير الدالة $f : x \mapsto \frac{1}{x+a} + b$

طريقة:

لدراسة اتجاه تغير الدالة $f : x \mapsto b + \frac{1}{x+a}$

نحدد إشارة الدالة التآلفية $x \mapsto x+a$ وإشارتها على المجالين : $[-a; +\infty[$ و

نحدد اتجاه تغير الدالة $x \mapsto \frac{1}{x+a}$ على المجالين $[-a; +\infty[$ و $-\infty; -a]$ ثم نستنتج جدول تغيرات f ولتمثيل (C) منحنى الدالة f نرسم (P) الممثل للدالة مقلوب

نبين أن $M(x, y)$ من (C) إذا وفقط إذا كانت النقطة $N(x+a, y-b)$ من (P) نعين شعاع الإنسحاب الذي يسمح بالمرور من (P) إلى (C) وهكذا نستنتج (C)

تطبيق

لتكن الدالة h المعرفة بـ : $h : x \mapsto \frac{x+3}{x+2}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في معلم م.م $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 عين D_f

2 بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $f(x) = \frac{1}{x+2} + 1$

3 أدرس اتجاه تغير الدالة h و شكل جدول تغيراتها.

4 إشرح كيفية رسم (C_h) ثم أنشئه بعناية.

ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 - 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 01 ج م ع ت
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال المرجعية
المحتوى المعرفي : الدالة جذر تربيعي.

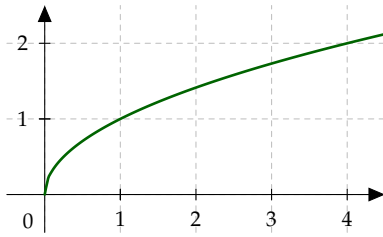
المفاهيم : **القياسات** : عموميات على الدوال و بعض خواص الدالة التآلفية و الدالة الخطية.
الضوابط : تحديد اتجاه تغير و التمثيل البياني للدالة $\sqrt{x}$: $x \rightarrow$
المهارات : الكآب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

الوقت	س ا صة	ا ر ا ح ل																	
	نشاط مقترح : f لتكن الدالة المعرفة بـ : $f(x) = \sqrt{x}$، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. 1 عين مجموعة تعريف الدالة D_f. 2 أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها. 3 أكمل الجدول التالي : <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> ◀ إنطلاقا من الجدول أنشئ التمثيل البياني للدالة f على المجال $[0; 4]$. 1 الدالة جذر تربيعي تعريف الدالة جذر تربيعي هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^+$ و التي ترفق بكل عدد حقيقي x موجب جذره التربيعي $\sqrt{x}$ و من أجل كل عدد حقيقي x موجب نكتب $f(x) = \sqrt{x}$ 1 اتجاه تغير الدالة جذر تربيعي : سبغة الدالة جذر تربيعي متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ 2 جدول تغيرات الدالة جذر تربيعي : <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$\sqrt{x}$</td><td>0</td><td></td></tr></table> مما سبق نتحصل على جدول التغيرات كالتالي :	x	0	1	2	4	$f(x)$					x	0	$+\infty$	$\sqrt{x}$	0			الإنطلاق <
x	0	1	2	4															
$f(x)$																			
x	0	$+\infty$																	
$\sqrt{x}$	0																		

3 التمثيل البياني للدالة جذر تربيعي:

مبرهنة

التمثيل البياني لدالة جذر تربيعي هو مجموعة النقط
حيث $M(x, y)$: $y = \sqrt{x}$



د20

تطبيق

عين جبريا ثم بيانيا (إعتمادا على منحنى الدالة مربع) حصرا للعدد x^2 في كل حالة :
① $0 \leq x < 4$ ② $2 \leq x \leq 4$

2 دراسة اتجاه تغير الدالة $f : x \mapsto \sqrt{x+a} + b$

طريقة:

لدراسة اتجاه تغير الدالة $f : x \mapsto \sqrt{x+a} + b$
نحدد إشارة الدالة التالفة $x \mapsto x+a$ على المجال $[-a; +\infty[$.
نحدد اتجاه تغير الدالة $x \mapsto \sqrt{x+a}$ على المجال $[-a; +\infty[$ ثم نستنتج اتجاه تغير الدالة f .
لتمثيل المنحنى البياني للدالة f
نبين أن النقطه $M(x, y)$ من (C_f) إذا و فقط إذا كانت النقطه $N(x+a, y-b)$ من منحنى الدالة جذر تربيعي.
نرسم (C_f) حيث (C_f) هو صورة منحنى الدالة جذر تربيعي بالإنسحاب الذي شعاعه $(-a; b)$.

تطبيق

تطبيق :

لتكن الدالة h المعرفة بـ : $h : x \mapsto \sqrt{x+2} + 1$ ، (C_h) تمثيلها البياني في معلم م.م $(O; \vec{i}; \vec{j})$

د20

1 أدرس اتجاه تغير الدالة h و شكل جدول تغيراتها.

2 إشرح كيفية رسم (C_h) ثم أنشئه بعناية.

المستوى : 01 ج م ع ت
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال المرجعية
المحتوى : المعرفي : الدائرة المثلثية.

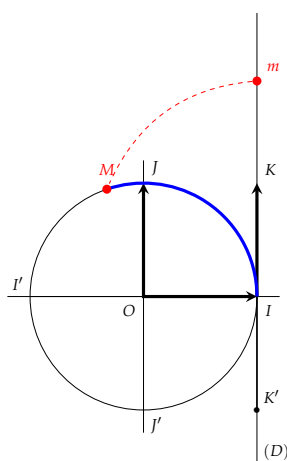
ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 - 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المفاهيم : المقادير :
المفاهيم : المقادير :
المفاهيم : المقادير :

الوقت	س ا صة	أ ر ا ح ل
30 د	نشاط 04 ص 84 1 الدائرة المثلثية تعريف نقول عن دائرة (C) إنها موجهة إذا اخترنا عليها اتجاها للحركة، حيث الاتجاه المباشر (الموجب) هو الاتجاه المخالف لاتجاه دوران عقارب الساعة و الاتجاه غير المباشر (السالب) هو الاتجاه الموافق لاتجاه دوران عقارب الساعة. $(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي، الدائرة الموجهة التي مركزها O ونصف قطرها 1 تسمى دائرة مثلثية.	الإطلاق البناء و الترسيخ
30 د	1 قياس زاوية بالراديان : تعريف (C) دائرة مثلثية، M نقطة من الدائرة (C)، نسمي قياسا بالراديان للزاوية الموجهة $(\vec{OI}; \vec{OM})$ العدد الحقيقي x حيث x هو طول القوس $\widehat{IM}$ و نكتب $(\vec{OI}; \vec{OM}) = x \text{ rad}$ 2 العلاقة بين قياس زاوية بالراديان وبالدرجة : هناك تناسب بين قياس الزاوية بالدرجة و قياسها بالراديان ، وعليه فإن زاوية قياسها 180° تكافئ زاوية قياسها $\pi \text{ rad}$ $180^\circ \longrightarrow \pi \text{ rad}$ $d^\circ \longrightarrow \alpha \text{ rad}$ مثال قياس الزاوية 45° بالراديان هو $180^\circ \longrightarrow \pi \text{ rad}$ $45^\circ \longrightarrow \alpha \text{ rad}$ $\alpha = \frac{45\pi}{180} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ تطبيق 50 ص 110 :	

3. المستقيم العردي و الدائرة المثلثية:

نشاط مقترح:



(C) دائرة مثلثية مرفقة بالمعلم $(O, \vec{i}; \vec{j})$ ، مماس للدائرة (C) في النقطة I
نقوم بلف المستقيم (D) حول الدائرة (C)، حيث نلف نصف المستقيم $[IK)$
على الدائرة (C) في الاتجاه المباشر و نلف نصف المستقيم $[IK')$
على الدائرة (C) في الاتجاه غير المباشر
نقطة m من (D) فاصلتها x في المعلم الخطي $(A; I)$.

1 على كم نقطة من (C) تنطبق m .

2 كل عدد حقيقي x كم نقطة تقابله من (C) .

3 كل نقطة من (C) هي صورة لكم عدد حقيقي .

ملاحظات

1 طول القوس $\widehat{IM}$ هو طول القطعة $[IM]$ وهو $|x|$.

2 عندما تتحرك m على (D) انطلاقا من I في اتجاه الشعاع $\vec{IK}$ تتحرك M على (C) في الاتجاه المباشر (هنا x موجب)

3 عندما تتحرك m على (D) انطلاقا من I في الاتجاه المعاكس للشعاع $\vec{IK}$ تتحرك M على (C) في الاتجاه غير المباشر (هنا x سالب)

4 كل موضع للنقطة M من الدائرة المثلثية (C) يقابله لانهاية من الأعداد الحقيقية x من الشكل :
 $x = \alpha + 2k\pi$ حيث $\alpha = (\vec{OI}; \vec{OM})$ و $k \in \mathbb{Z}$

مثال

صورة العدد الحقيقي 0 على الدائرة (C) هي النقطة I

صورة العدد الحقيقي $\frac{\pi}{2}$ على الدائرة (C) هي النقطة J

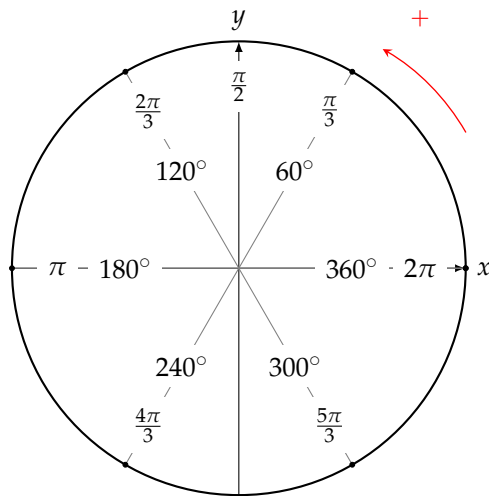
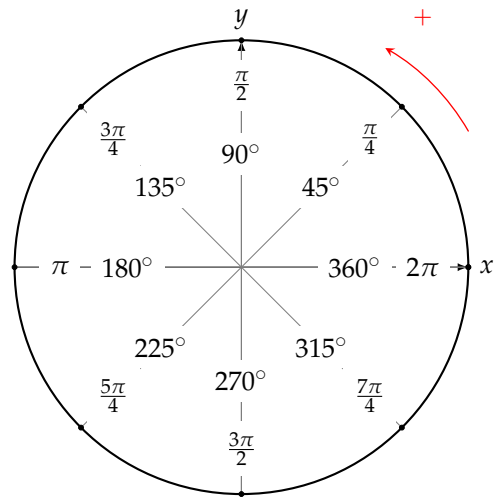
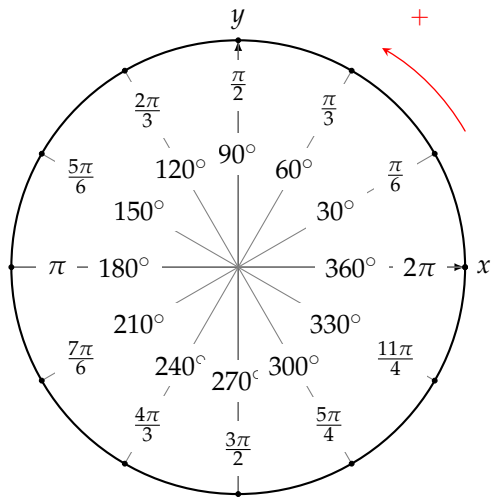
صورة العدد الحقيقي $-\frac{\pi}{2}$ على الدائرة (C) هي النقطة J'

صورة العدد الحقيقي π على الدائرة (C) هي النقطة I'

4. التعليم على الدائرة المثلثية:

وضع أقياس الزوايا الشهيرة:

90	60	45	30	قيس الزاوية بالدرجة
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	قيس الزاوية بالراديان



30د

وضع أقياس مستنتجة من أقياس الزوايا الشهيرة:

طريقة:

نعين الصورة النقطة M لعدد حقيقي x على الدائرة المثلثية كالآتي:
 • إذا كان $x > 0$ ، M تقطع قوساً طوله x في الاتجاه المباشر.
 • إذا كان $x < 0$ ، M تقطع قوساً طوله $|x|$ في الاتجاه غير المباشر
 • في حالة $|x| > 2\pi$ باستعمال القسمة نكتب x على الشكل $x = |k| \times 2\pi + \alpha$ حيث k هو عدد الدورات و α عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]-\pi; \pi]$.

مثال تطبيقي :

نريد تعليم النقط A, B, C و D صور الأعداد التالية على الدائرة المثلثية: $\frac{7\pi}{4}, \frac{35\pi}{4}, -\frac{2017\pi}{6}, -\frac{16\pi}{3}$ على الترتيب.

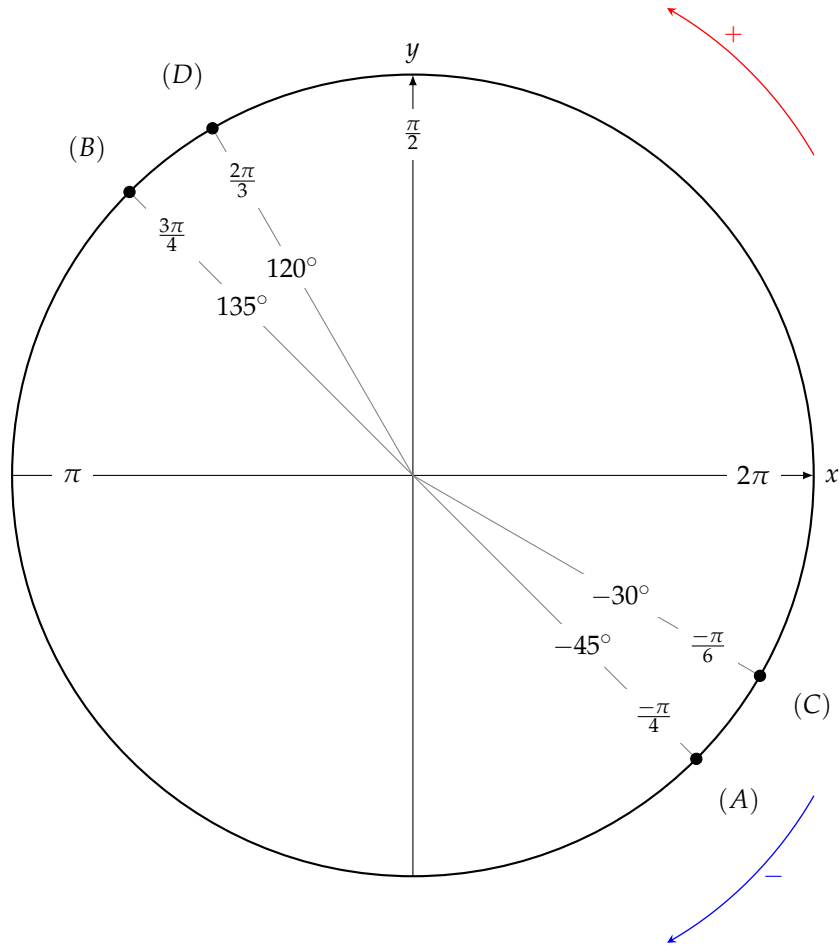
الـ:

$$\begin{aligned} -\frac{16\pi}{3} &= -\frac{18\pi + 2\pi}{3} \\ &= -\frac{18\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} \\ &= -6\pi + \frac{2\pi}{3} \\ &= -3 \times 2\pi + \frac{2\pi}{3} \\ &\text{هي صورة } D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{2017\pi}{6} &= \frac{-2016\pi - \pi}{6} \\ &= \frac{-2016\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \\ &= -336\pi - \frac{\pi}{6} \\ &= -186 \times 2\pi - \frac{\pi}{6} \\ &\text{هي صورة } C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{35\pi}{4} &= \frac{32\pi + 3\pi}{4} \\ &= \frac{32\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} \\ &= 8\pi + \frac{3\pi}{4} \\ &= 4 \times 2\pi + \frac{3\pi}{4} \\ &\text{هي صورة } B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{7\pi}{4} &= \frac{8\pi - \pi}{4} \\ &= \frac{8\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \\ &= 2\pi - \frac{\pi}{4} \\ &\text{هي صورة } A \end{aligned}$$

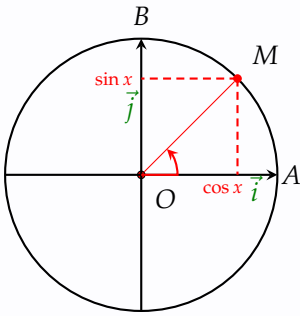


تطبيق 51 ص 110 :

ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 - 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 01 ج م ع ت
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الدوال المراجعة
المحتوى : المعارف : الدالة جيب و جيب التمام.

المفاهيم : القابلية : عموميات على الدوال.
الصفاء : المفاهيم : تحديد اتجاه تغير و التمثيل البياني للدالة جيب و الدالة جيب التمام .
الأمثلة : المفاهيم : الكتاب المدرسي، أنترنت، الأدوات الهندسية و السبورة.

الوقت	س ا حنة	أ راحل
د 20	نشاط 03 ص 84 1 جيب تمام و جيب عدد حقيقي : تعريف  (C) دائرة مثلثية مركزها O لتكن A و B نقطتين من الدائرة (C) حيث $(O; \overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$ معلم متعاقد و متجانس مباشر، نضع $\overrightarrow{OA} = \vec{i}$ و $\overrightarrow{OB} = \vec{j}$ لكل عدد حقيقي x صورة M على الدائرة (C) حيث x هو القيس بالراديان للزاوية الموجبة $(\vec{i}; \overrightarrow{OM})$ ◀ جيب تمام العدد x هو فاصلة النقطة M ونرمز له بـ : $\cos x$ ◀ جيب العدد x هو ترتيب النقطة M ونرمز له بـ : $\sin x$	الإنطلاق البناء و الترسيع
د 30	نتيجة إذا كان x قيسا بالراديان للزاوية الموجبة $(\vec{i}; \overrightarrow{OM})$ فإن كل عدد من الشكل $x + 2k\pi$ حيث k عدد صحيح نسبي هو كذلك قيس بالراديان للزاوية الموجبة $(\vec{i}; \overrightarrow{OM})$ أي x و $x + 2k\pi$ لهما نفس الصورة M على الدائرة و بالتالي نستنتج $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$ و $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$ ملاحظة هامة إذا كان $\cos x \neq 0$ فإن الظل هو العدد الحقيقي x الذي نرمز له بـ : $\tan x$ حيث $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ 2 حساب جيب تمام و جيب عدد حقيقي : مبرهنة من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ $-1 \leq \cos \leq 1$ $-1 \leq \sin \leq 1$	

x عدد حقيقي صورته على الدائرة المثلثية $M(\cos x; \sin x)$ هي (C)
 ◀ حسب نظرية فيثاغورس نجد $OM^2 = OA^2 + OB^2$ حيث $OM = 1$ ومنه $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
 ◀ بما أن $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ معناه أن $\cos^2 x \leq 1$ أي $|\cos x| \leq 1$ و عليه $-1 \leq \cos \leq 1$
 بنفس الطريقة نجد $-1 \leq \sin \leq 1$

③ جيب تمام و جيب أقياس الشهيرة:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

تطبيق 01 :

أحسب جيب تمام و جيب الأعداد التالية : $\frac{19\pi}{3}$ ، $\frac{9\pi}{4}$ ، $\frac{13\pi}{2}$

نشاط :

x عدد حقيقي صورته على الدائرة المثلثية هي M

① مثل على الدائرة (C) صورة العدد $(-x)$ ، ماذا تلاحظ ؟.

◀ عين جيب تمام و جيب العدد $(-x)$

② مثل على الدائرة (C) صورة العدد $x + \pi$ ، ماذا تلاحظ ؟.

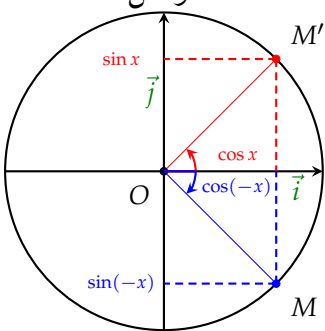
◀ عين جيب تمام و جيب العدد $x + \pi$

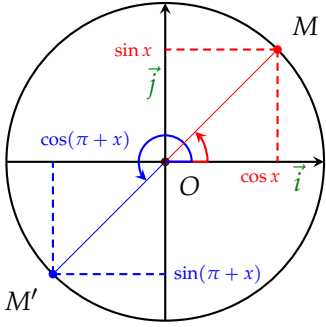
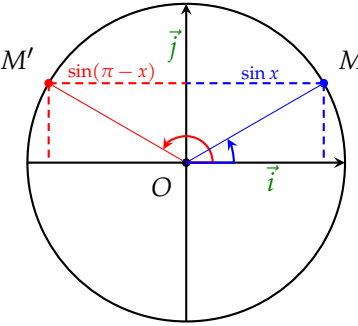
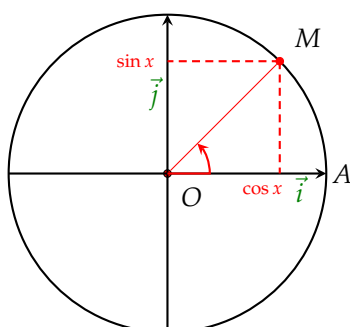
③ مثل على الدائرة (C) صورة العدد $x - \pi$ ، ماذا تلاحظ ؟.

◀ عين جيب تمام و جيب العدد $x - \pi$

④ جيب تمام و جيب أقياس مستنتجة من أقياس زوايا شهيرة:

M و M' صورتا العددين x و x' على الدائرة المثلثية

العلاقة المثلثية المستنتجة	الحالة
$\begin{cases} \cos(-x) = \cos x \\ \sin(-x) = -\sin x \end{cases}$	M و M' متناظرتان بالنسبة لمحور الفواصل  $x' = -x$ (1)

$\begin{cases} \cos(\pi + x) = -\cos x \\ \sin(\pi + x) = -\sin x \end{cases}$	M و M' متناظرتان بالنسبة لمبدأ لمعلم 	$x' = \pi + x$ (2)
$\begin{cases} \cos(\pi - x) = -\cos x \\ \sin(\pi - x) = \sin x \end{cases}$	M' و M متناظرتان بالنسبة لمحور الترتيب 	$x' = \pi - x$ (3)
$\begin{cases} \cos(x + 2\pi k) = \cos x \\ \sin(x + 2\pi k) = \sin x \end{cases}$	M' و M منطقتان 	$x' = x + 2\pi k$ (4)

تطبيق 52 ص 110

1 الدالة جيب تمام

تعريف

الدالة جيب تمام هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ والتي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد الحقيقي $\cos x$

ملاحظات

- 1 مما سبق نعلم أن $\cos(-x) = \cos x$ و عليه الدالة جيب تمام زوجية أي منحناها البياني متناظر بالنسبة لمحور الترتيب
- 2 من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$ نقول أن الدالة $\cos$ دالة دورية دورها هو 2π

① اتجاه تغير الدالة جيب تمام:

خاصية

① على المجال $[0, \frac{\pi}{2}]$:

العددان الحقيقيان x و x' ينتميان إلى المجال $[0, \frac{\pi}{2}]$ ، صورتاهما M و M' تتغيران على الربع الأول حيث إذا كان $x < x'$ فإن $\cos x > \cos x'$ و منه نستنتج أن الدالة " $\cos$ " متناقصة تماماً على $[0, \frac{\pi}{2}]$

① على المجال $[\frac{\pi}{2}, \pi]$:

العددان الحقيقيان x و x' ينتميان إلى المجال $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ ، صورتاهما M و M' تتغيران على الربع الثاني حيث إذا كان $x < x'$ فإن $\cos x > \cos x'$ و منه نستنتج أن الدالة " $\cos$ " متناقصة تماماً على $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

① على المجال $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$:

العددان الحقيقيان x و x' ينتميان إلى المجال $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$ ، صورتاهما M و M' تتغيران على الربع الثالث حيث إذا كان $x < x'$ فإن $\cos x < \cos x'$ و منه نستنتج أن الدالة " $\cos$ " متزايدة تماماً على $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$.

① على المجال $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$:

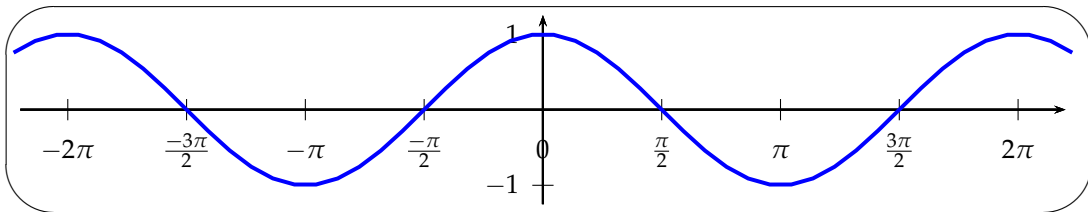
العددان الحقيقيان x و x' ينتميان إلى المجال $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ ، صورتاهما M و M' تتغيران على الربع الرابع حيث إذا كان $x < x'$ فإن $\cos x < \cos x'$ و منه نستنتج أن الدالة " $\cos$ " متزايدة تماماً على $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$.

د30

② جدول تغيرات الدالة جيب تمام:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1

③ التمثيل البياني للدالة جيب تمام:



2 الدالة جيب

تعريف

الدالة جيب هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ والتي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد الحقيقي $\sin x$

ملاحظات

① مما سبق نعلم أن $\sin(-x) = -\sin x$ و عليه الدالة جيب تمام فردية أي منحناها البياني متناظر بالنسبة لمبدأ المعلم.

② من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$ نقول أن الدالة $\sin$ دالة دورية دورها 2π هو

① اتجاه تغير الدالة جيب:

خاصية

① على المجال $[0, \frac{\pi}{2}]$:

العددان الحقيقيان x و x' ينتميان إلى المجال $[0, \frac{\pi}{2}]$ ، صورتاهما M و M' تتغيران على الربع الأول حيث إذا كان $x < x'$ فإن $\sin x < \sin x'$ ومنه نستنتج أن الدالة "sin" متزايدة تماما على $[0, \frac{\pi}{2}]$

① على المجال $[\frac{\pi}{2}, \pi]$:

العددان الحقيقيان x و x' ينتميان إلى المجال $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ ، صورتاهما M و M' تتغيران على الربع الثاني حيث إذا كان $x < x'$ فإن $\sin x > \sin x'$ ومنه نستنتج أن الدالة "sin" متناقصة تماما على $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

① على المجال $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$:

العددان الحقيقيان x و x' ينتميان إلى المجال $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$ ، صورتاهما M و M' تتغيران على الربع الثالث حيث إذا كان $x < x'$ فإن $\sin x > \sin x'$ ومنه نستنتج أن الدالة "sin" متناقصة تماما على $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$.

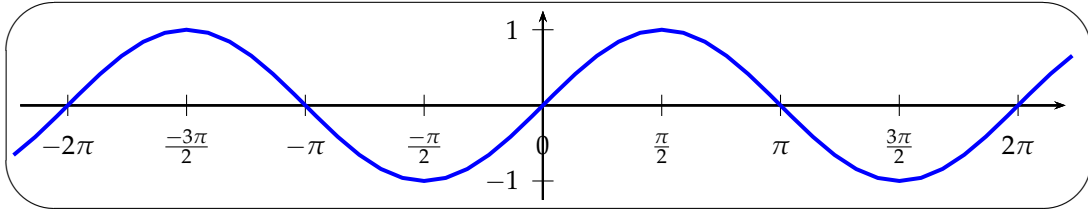
① على المجال $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$:

العددان الحقيقيان x و x' ينتميان إلى المجال $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ ، صورتاهما M و M' تتغيران على الربع الرابع حيث إذا كان $x < x'$ فإن $\sin x < \sin x'$ ومنه نستنتج أن الدالة "sin" متزايدة تماما على $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$.

② جدول تغيرات الدالة جيب تمام:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0

③ التمثيل البياني للدالة جيب تمام:



تطبيق 54 - 55 ص 110