

حل تمارين الرياضيات للكتاب المدرسي السنة 4 متوسط

للأمانة العلمية: هذا العمل عبارة عن تحويل قرص الرفيق في الرياضيات إلى كتاب قابل للطباعة. أرجو الدعاء بظهر الغيب لصانعه وشكرا (:

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تطبيقات

التطبيق 1

3 قاسم لـ 15 ، 9 مضاعف لـ 3
1 قاسم لـ 76 ، 55 قاسم لـ 550

التطبيق 2

أ- 3553 قاسم لـ 17 خطأ
ب- 19 قاسم لـ 3553 صحيح
ج- 3553 مضاعف 11 صحيح
قواسم 3553 هي 1 ، 11 ، 17 ، 19 ، 3553 ، 187 ، 209 ، 323

التطبيق 3

قواسم 32 هي 1 ، 2 ، 4 ، 8 ، 16
قواسم 14 هي 1 ، 2 ، 7
قواسم 5×17 هي 1 ، 5 ، 17
قواسم $2 \times 11 \times 13$ هي 1 ، 2 ، 11 ، 13 ، 22 ، 26

التطبيق 4

أ- القواسم المشتركة للأعداد 20 ، 60 ، 70 هي : 1 ، 2 ، 5 ، 10
ب- القواسم المشتركة للعددين 30 ، 45 هي : 1 ، 3 ، 5 ، 15
ج- القواسم المشتركة للعددين 36 ، 56 هي : 1 ، 2 ، 4

التطبيق 5

1- نعم 3 قاسم مشترك للعددين a,b
2- نعم 10×3 قاسم مشترك للعددين c,b
3- $7^3 \times 3^4$ ليس قاسم مشترك للعددين c,b

التطبيق 6

أ- 1 يقسم 0 (صحيح)
ب- 3 يقسم 15 (صحيح)
ت- 0 يقسم 15 (خطأ)
ث- 9 قابل للقسمة على 4 (خطأ)
ج- 12 قاسم 16 (خطأ)
ح- 27 قابل للقسمة على 9 (صحيح)
خ- 14 يقسم 14 (صحيح)
د- 17 مضاعف 17 (صحيح)
ذ- 5 يقسم 35 (صحيح)
ر- 35 مضاعف 5 (صحيح)

التطبيق 7

أ- $\text{PGCD}(2175, 1044) = 87$
ب- $\text{PGCD}(11484, 3564) = 396$
ت- $\text{PGCD}(928, 580) = 116$

التطبيق 8

$\frac{49}{86}$ كسر غير قابل للاختزال
 $\frac{6}{12}$ كسر قابل للاختزال
 $\frac{150}{70}$ كسر غير قابل للاختزال
 $\frac{15}{7}$ كسر غير قابل للاختزال
 $\frac{15}{35}$ كسر قابل للاختزال
 $\frac{105}{9}$ كسر قابل للاختزال
 $\frac{21}{3^2}$ كسر قابل للاختزال

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تطبيقات

التطبيق 9

$$\begin{aligned} \frac{1978}{732} &= \frac{989}{366} & \text{أ-} & \frac{444}{888} = \frac{1}{2} \\ \frac{315}{399} &= \frac{15}{19} & & \frac{704}{204} = \frac{176}{51} \\ \frac{201}{101} &= - & \text{ب-} & \frac{310}{651} = \frac{10}{21} \\ \frac{91}{77} &= \frac{13}{11} & & \frac{520}{240} = \frac{13}{6} \\ & & & \frac{104}{136} = \frac{13}{17} \end{aligned}$$

التطبيق 10

$$\begin{aligned} \frac{25+35+50}{40+70} &= \frac{110}{110} = 1 & -1 \\ \frac{18+21}{102+45} &= \frac{39}{147} = \frac{13}{49} \\ \frac{12+24}{8+18} &= \frac{36}{26} = \frac{18}{13} \\ \frac{70-45}{35-20} &= \frac{25}{15} = \frac{5}{3} & -2 \\ \frac{52-36}{44-22} &= \frac{16}{22} = \frac{8}{11} \end{aligned}$$

التطبيق 11

$$\begin{aligned} \frac{693}{845} &= 1 & -1 & \frac{19}{285} = \frac{1}{15} \\ \frac{798}{285} &= \frac{14}{5} & & \frac{99396}{63108} = \frac{2761}{1753} \\ \frac{79800}{28500} &= \frac{14}{5} & -2 & \frac{99396}{63108} = \frac{2761}{1753} \\ \frac{63108}{36} &= 1753 & & \frac{798 \times 5}{285 \times 3} = \frac{70}{15} \end{aligned}$$

التطبيق 12

- أ- العددان 21 و 55 أوليان فيما بينهما
ب- العددان 63 و 110 أوليان فيما بينهما
ت- العددان 78 و 285 ليس أوليان فيما بينهما
ث- العددان 15 و 10 ليس أوليان فيما بينهما

التطبيق 13

العددان 2a و 4b أوليان فيما بينهما

التطبيق 14

- أ- لا يوجد عددين زوجيين أوليين فيما بينهما
ب- 3 و 5 أوليين فيما بينهما
ج- لا يوجد مضاعفين للعدد 3 أوليين فيما بينهما

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تمارين

التمرين 1

تمرين 1:

أ) 12855 (ب) 7845 (ج) ^{خطأ} (38) (د) 315

التمرين 2

الرقم الذي يكمل العدد 3.0 حتى يقبل القسمة على 9 هو 6

الرقم الذي يكمل العدد 12.7 حتى يقبل القسمة على 9 هو 8

التمرين 3

1. بما أن 14 يقسم 42 فإن 14 يقسم كل

مضاعف لـ 42 أي يقسم $42x$

بما أن 14 يقسم 56 فإن 14 يقسم كل مضاعف لـ 56 أي يقسم $56y$

بما أن 14 يقسم $42x$ يقسم $56y$ فهو يقسم مجموعهما $42x + 56y$

2. بما أن 14 يقسم $42x$ و يقسم $56y$ فهو يقسم فرقهما $42x - 56y$

التمرين 4

1. بما أن العوامل 2 , 7 , 11 في تحليل b توجد في تحليل a فإن b قاسم لـ a

$$= \frac{2 \times 11 \times 125 \times 7}{1} = 19250$$

$$q = \frac{a}{b} = \frac{2^4 \times 5^3 \times 11^2 \times 7^4}{11 \times 7^2 \times 2^3}$$

(2) - بما أن العوامل 3، 8، 10 في تحليل b توجد في تحليل a فإن b قاسم a

$$q = \frac{a}{b} = \frac{3^5 \times 10^3 \times 8^4}{3^4 \times 8^3 \times 10^2} = \frac{240}{1} = 240$$

التمرين 5

قواسم 36 هي 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18، 36

قواسم 56 هي : 1، 2، 4، 7، 8، 14، 28، 56

قواسم 24 هي 1، 2، 3، 4، 6، 8، 12، 24

القواسم المشتركة هي 1، 2، 4

التمرين 6

$$\frac{x}{y} = \frac{264}{432} = \frac{11}{18}$$

التمرين 7

$$A = \frac{\frac{2}{3} + \frac{7}{3} \times \frac{1}{5}}{\frac{7}{2} - \frac{5}{2} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{2}{3} + \frac{7}{15}}{\frac{7}{2} - \frac{5}{8}} = \frac{\frac{10}{15} + \frac{7}{15}}{\frac{28}{8} - \frac{5}{8}}$$

$$= \frac{\frac{17}{15}}{\frac{23}{8}} = \frac{17}{15} \times \frac{8}{23} = \frac{136}{345}$$

$$B = \frac{1}{\frac{4}{9} + \frac{2}{5}} = \frac{1}{\frac{20}{45} + \frac{18}{45}} = \frac{1}{\frac{38}{45}} = \frac{45}{38}$$

$$C = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{14}{7}} = \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{28}$$

$$D = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{14}{7}} = 3 \times \frac{14}{7} = \frac{42}{7}$$

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تمارين

التمرين 8

$$87 : x = 3 \quad \text{أ-}$$

$$x = 29 \quad \text{منه } x = 87 : 3$$

$$84 : 14 = x$$

$$x = 6$$

$$x = 6 \quad \text{منه } x = 18 : 3 \quad \text{منه } x = 18$$

$$3x - 3 = 120 \quad \text{منه } 3(x-1) = 120 \quad \text{ب-}$$

$$x = \frac{123}{3} \quad \text{منه } 3x = 123 \quad \text{منه } 3x = 120 + 3$$

$$4x + 8 = 48 \quad \text{منه } 4(x+2) = 48$$

$$4x = 40 \quad \text{منه } 4x = 48 - 8$$

$$x = 10 \quad \text{منه } x = \frac{40}{4}$$

$$24x = 144 \quad 432 - \text{منه } 12(36 - 2x) = 144 \quad \text{ج-}$$

$$24x = 288 \quad \text{منه } 24x = 432 - 144$$

$$x = 12 \quad \text{منه } x = \frac{288}{24}$$

التمرين 9

$$5^7 = 5^3 \times 5^4 \quad \text{منه } 5^3 \text{ قاسم لـ } 5^7 \text{ و } 5^4 \text{ قاسم لـ } 5^7$$

$$7 = 6 + 1, \quad 7 = 7 + 0, \quad 7 = 5 + 2, \quad 7 = 3 + 4$$

قواسم 57 هي 1, 5, 5², 5³, 5⁴, 5⁵, 5⁶, 5⁷

التمرين 10

$$402 = x \times 5 + 12 \quad \text{قسمة 402 على x الباقي 12 معناه}$$

$$488 = x \times 5 + 8 \quad \text{قسمة 488 على x الباقي 8 معناه}$$

$$\left. \begin{array}{l} 402 - 12 = x \times 5 \\ 488 - 8 = x \times 5 \end{array} \right\} \text{منه } \left. \begin{array}{l} 402 = x \times 5 + 12 \\ 488 = x \times 5 + 8 \end{array} \right\} \text{لدينا :}$$

$$\left. \begin{array}{l} 390 = x \times 5 \\ 480 = x \times 5 \end{array} \right\} \text{منه}$$

$$\text{PGCD } 480, 390 \text{ منه } x \text{ قاسم مشترك للعددين}$$

$$(390, 480) = 30$$

$$x = 30 : \text{ إذن}$$

التمرين 11

$$A = 5 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 3 \times \frac{1}{5} - 2$$

$$= 5 \times \frac{1}{25} - \frac{3}{5} - 2$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{3}{5} - \frac{10}{5} = -\frac{12}{5}$$

$$B = \left(-5 \times \frac{1}{5} + 1\right) \left(\frac{1}{5} + 2\right)$$

$$= (-1 + 1) \left(\frac{1}{5} + \frac{10}{5}\right)$$

$$= 0 \times \frac{11}{5} = 0$$

$$C = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 2 \times \frac{1}{5} + 1$$

$$= \frac{1}{25} + \frac{2}{5} + 1 = \frac{1}{25} + \frac{10}{25} + \frac{25}{25}$$

$$= \frac{36}{25}$$

$$A = 5 \times \left(\frac{-4}{3}\right)^2 - 3 \times \frac{-4}{3} - 2 \quad x = \frac{-4}{3}$$

$$= 5 \times \frac{16}{9} + 4 - 2 = \frac{80}{9} + \frac{18}{9} = \frac{98}{9}$$

$$B = \left(-5 \times \frac{-4}{3} + 1\right) \left(\frac{-4}{3} + 2\right)$$

$$= \left(\frac{20}{3} + \frac{3}{3}\right) \left(\frac{-4}{3} + \frac{6}{3}\right)$$

$$= \frac{23}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{46}{9}$$

$$C = -\left(\frac{-4}{3}\right)^2 + 2 \times \frac{-4}{3} + 1$$

$$= -\frac{16}{9} - \frac{8}{3} + 1 = -\frac{16}{9} - \frac{24}{9} + \frac{9}{9}$$

$$= -\frac{31}{9}$$

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تمارين

التمرين 15

قسمة 280 على x الباقي 8 معناه $280 = x \times n + 8$
حيث n حاصل قسمة 280 على x
قسمة 3470 على x ، الباقي 5 معناه $3470 = x \times n' + 5$
حيث n' حاصل قسمة 3470 على x

لدينا $\left. \begin{array}{l} 280 - 8 = x \times n \\ 3470 - 5 = x \times n' \end{array} \right\}$ منه $\left. \begin{array}{l} 280 = x \times n + 8 \\ 3470 = x \times n + 5 \end{array} \right\}$

$\left. \begin{array}{l} 1. \dots\dots\dots 272 = x \times n \\ 2. \dots\dots\dots 3465 = x \times n \end{array} \right\}$

من (1) و (2) نستنتج أن x هو قاسم مشترك للعددين 272 و 3465
وبما أن x أكبر عدد فإن $x = \text{PGCD}(272, 3465)$
 $\text{PGCD}(272, 3465) = 1$
إذن $x = 1$

التمرين 16

$b = 1,2 \times 10^{-2}$, $a = 6,5 \times 10^8$, $C = 0,5 \times 10^{-5}$
 $a \times c = 6,5 \times 10^8 \times 0,5 \times 10^{-5}$
 $= 100002000000 \times 0,000\ 000\ 0001$
 $= 100002 \times 10^6 \times 1 \times 10^9$
 $10^9 \times 10^6 \times 10^5 \times = 1.00002$
 $= 1.00002 \times 10^{20}$

التمرين 17

المسافة بين الأرض والشمس :

$d = 23400 \times 6400 = 149760000 \text{ Km}$
 $V = \frac{d}{t}$
منه $t = 499.2$, $t = \frac{149760000}{300000}$, $t = \frac{d}{v}$

$$x = 5 \times 10^{-3}$$

$$A = 5 \times (5 \times 10^{-3})^2 - 3 \times (5 \times 10^{-3}) - 2$$

$$= 5 \times 25 \times 10^{-6} - 15 \times 10^{-3} - 2$$

$$A = 125 \times 10^{-6} - 15 \times 10^{-3} - 2$$

$$= 0.000125 - 0.015 - 2$$

$$= -2.014857$$

$$B = (-5 \times 5 \times 10^{-3} + 1)(5 \times 10^{-3} + 2)$$

$$= (-25 \times 10^{-3} + 1)(5 \times 10^{-3} + 2)$$

$$= (-0.025 + 1)(0.005 + 2)$$

$$= 0.975 \times 2.005 = 1.954875$$

$$C = (5 \times 10^{-3})^3 + 2 \times 5 \times 10^{-3} + 1$$

$$= 25 \times 10^{-6} + 10 \times 10^{-3} + 1$$

$$= 0,000025 + 0,01 + 1$$

$$= 1,010025$$

التمرين 13

$$A = \frac{72 \times 45}{27} = 120$$

$$B = \frac{36 \times 45 \times 96}{24 \times 36} = 180$$

$$C = \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6^2}{2 \times 5^2 \times 3^2 \times 4 \times 11} = \frac{2}{55}$$

$$D = \frac{2^3 \times 5 \times 3^2}{25 \times 2^2 \times 3} = \frac{6}{5}$$

التمرين 14

أ - $\text{PGCD}(1275, 1428) = 51$
ب - $\text{PGCD}(43351, 21957) = 563$

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تمارين

التمرين 18

نرمز للعددين بـ : y, x

$$x + y = 81$$

بما أن 27 قاسم مشترك للعددين فإن :

$$x = 27 \times n, y = 27 \times n$$

(n, n' عدنان طبيعيان غير معدومين)

$$27 \times n + 27 \times n' = 81$$

$$27 \times (n + n') = 81$$

$$n' + n = \frac{81}{27}$$

$$n' = 2, n = 1$$

بالتعويض نجد :

$$x = 27 \times 1 = 27$$

$$y = 27 \times 2 = 54$$

التمرين 19

$$\text{PGCD} (378 ; b) = 54$$

$$\text{PGCD} (378 ; 54) = 54$$

$$\text{PGCD} (178 ; 108) = 54$$

$$\text{PGCD} (378 ; 162) = 54$$

التمرين 20

$$\text{PGCD} (70, 70) = 70 \quad \text{أ :}$$

$$\text{PGCD} (20 ; 100) = 20 \quad \text{ب :}$$

$$\text{PGCD} (60 ; 50) = 10 \quad \text{ج :}$$

$$\text{PGCD} (45 ; 50) = 5 \quad \text{د :}$$

التمرين 21

أ : 13 و 6 أوليان فيما بينهما

ب : 64 و 48 ليسا أوليان فيما بينهما

ج : 7 و 17 أوليان فيما بينهما

د : 12 و 130 ليسا أوليان فيما بينهما

هـ : 35 و 31 أوليان فيما بينهما

د : 33 و 9 ليسا أوليان فيما بينهما

التمرين 22

$$\text{PGCD} (231 ; 7) = 7$$

$$\text{PGCD} (77 ; 21) = 7$$

التمرين 23

$$A = 4 \times 10^{-5} + 15,6 \times 10^{-5}$$

$$= (4 + 15,6) \times 10^{-5}$$

$$= 19,6 \times 10^{-5}$$

$$= 0,000196$$

$$B = 2 \times 10^{-2+4} - 2 \times 10^2$$

$$= 2 \times 10^2 - 2 \times 10^2$$

$$= 0$$

$$C = [(4,5 + (5,5)10^{21}) \times [(1,2 + 0,8)10^{31}]]$$

$$= 10 \times 10^{21} \times 10^{31} = 20 \times 10^{21+31} = 20 \times 10^{52} = 2 \times 10^{53}$$

التمرين 24

أ- 9 قاسم 54 ، 45 قاسم 4455 ، 12 مضاعف

4 ، 35 قاسم 70

ب- 48 مضاعف 4 ، 45 مضاعف 5 ، 56

قاسم 56 .

التمرين 25

$$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}, \frac{108}{36} \neq \frac{3}{2}, \frac{54}{228} \neq \frac{6}{25}$$

$$\frac{45339}{49657} = \frac{252}{276}, \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{48125}{23375} \neq \frac{88263}{160181}$$

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - تمارين

التمرين 26

$$D = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{5}{2}}}}$$

$$= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{2}{5}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{10}{12}}$$

$$= 1 + \frac{1}{2 + \frac{5}{12}} = 1 + \frac{1}{\frac{24}{12} + \frac{5}{12}}$$

$$= 1 + \frac{1}{\frac{29}{12}} = 1 + \frac{12}{29}$$

$$= \frac{29}{29} + \frac{12}{29} = \frac{41}{29} \cong 1,4137$$

نلاحظ أن : $A > B > C > D$

$$\frac{21a^2}{42a} = \frac{a}{2}, \frac{12b}{144ab^2} = \frac{1}{12ab} \quad \text{أ-}$$

$$\frac{13a}{52a^2} = \frac{1}{4a}$$

$$\frac{75a^2}{105ab^2} = \frac{5a}{7b^2}, \frac{54ab}{27a^2b^2} = \frac{2}{ab} \quad \text{ب-}$$

$$\frac{8}{12ab} = \frac{2}{3ab}$$

التمرين 27

$$A = 1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$B = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{\frac{4}{2} + \frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{\frac{5}{2}}$$

$$= 1 + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5} = 1,4$$

$$C = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{4}{2} + \frac{1}{2}}}}$$

$$= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{5}{2}}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{5}}$$

$$= 1 + \frac{1}{\frac{10}{5} + \frac{2}{5}} = 1 + \frac{1}{\frac{12}{5}}$$

$$= 1 + \frac{5}{12} = \frac{12}{12} + \frac{5}{12} = \frac{17}{12} \cong 1.4166$$

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة - مسائل

المسألة 1

$$\text{PGCD}(60, 48, 36) = 12$$

إذن $x = 12$

المسألة 2

$$\text{PGCD}(72, 48) = 24$$

عدد باقات الزهور هو 24
 $48 = 24 \times 2$, $72 = 24 \times 3$
 عدد الورود في كل باقة 2
 عدد القرنفل في كل باقة هو 3

المسألة 3

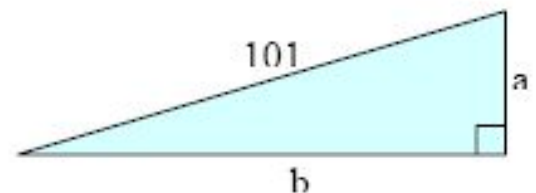
$$\text{PGCD}(301, 210) = 7$$

إذن عدد الأقلام في كل علبة هو 7
 $301 = 7 \times 43$
 إذن عدد علب الأقلام الحمراء هو 43
 $210 = 7 \times 30$
 إذن عدد علب الأقلام الخضراء هو 30

المسألة 4

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{11} + \frac{1}{9} = \frac{9}{99} + \frac{11}{99} = \frac{20}{99}$$

$\frac{20}{99}$ غير قابل للاختزال إذن $b = 99$, $a = 20$



طول الوتر عدد طبيعي

المسألة 5

$$15 = x \times n' , 18 = x \times n$$

منه x قاسم مشترك للعددين 15 , 18
 أكبر قيمة للعدد x :
 $x = \text{PGCD}(18, 15) = 3$
 $3 \times 6 = 18$

إذن استعملنا هذا الدن 6 مرات لملأ الدن رقم (1)
 $3 \times 5 = 15$

إذن استعملنا هذا الدن 5 مرات لملأ الدن رقم (2)

المسألة 6

$$\text{PGCD}(165, 135) = 15$$

(1) إذن عدد العلب هو 15
 $165 = 15 \times 11$ (2)
 إذن عدد الكريات البيضاء في كل علبة هو 11
 $135 = 15 \times 9$

إذن عدد الكريات الحمراء في كل علبة هو 9

المسألة 7

$$\text{PGCD}(102, 78) = 6$$

أكبر عدد من الرفوف هو 6
 $102 = 6 \times 17$
 يوضع 15 كتاب التكنولوجيا في كل رف .
 $78 = 6 \times 13$

يوضع 13 كتاب الرياضيات في كل رف
 $13 \times 1,5 = 19,5 \text{ cm}$
 $17 \times 1 = 17 \text{ cm}$
 $19,5 + 17 = 36,5 \text{ cm}$
 طول كل رف هو 36,5cm

المسألة 8

$$\text{PGCD}(98, 70, 42) = 14$$

(1) إذن أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين هي 14 سم

(2) $7 + 5 + 3 = 15$

$98 = 14 \times 7$

$70 = 14 \times 5$

$42 = 14 \times 3$

إذن عدد الأشجار هو 15

الحساب على الجدور - تطبيقات

التطبيق 1

49 هو مربع للعدد 7

3 هو الجذر التربيعي للعدد 9

1 هو مربع للعدد 1

0 هو الجذر التربيعي للعدد 0

0,81 هو مربع للعدد 0,9

0,01 هو الجذر التربيعي للعدد 0,0001

$\frac{64}{9}$ هو مربع للعدد $\frac{8}{3}$

1,21 هو مربع للعدد 1,1

0,04 هو مربع للعدد 0,2

$\frac{2}{3}$ هو الجذر التربيعي للعدد $\frac{4}{9}$

التطبيق 2

(أ)

$$\sqrt{64} = 8 ; \sqrt{10^6} = 1000 ; \sqrt{16} = 4 ; \sqrt{\frac{16}{36}} = \frac{4}{6}$$

(ب)

$$\sqrt{0,01} = 0,1 ; \sqrt{6400} = 80 ; \sqrt{9 \times 10^{-4}} = 0,3$$

التطبيق 3

$\sqrt{0}$ صحيح

$\sqrt{1}$ صحيح

$\sqrt{-36}$ خطأ لأن (-36) عدد سالب و العدد السالب ليس له جذر تربيعي في الأعداد الحقيقية.

$\sqrt{1,44}$ صحيح

$\sqrt{\pi - 4}$ خطأ لأن $\pi - 4$ عدد سالب

$\sqrt{(-2)^3}$ خطأ لأن $(-2)^3$ عدد سالب

$\sqrt{-9^2}$ خطأ لأن -9^2 عدد سالب

$\sqrt{(-6)^2}$ صحيح

التطبيق 4

6 هو الجذر التربيعي للعدد 36

0,49 هو مربع للعدد 0,7

144 هو مربع للعدد 12

1,3 هو الجذر التربيعي للعدد 1,69

9 هو الجذر التربيعي للعدد 81

10 هو مربع للعدد $\sqrt{10}$

10 هو الجذر التربيعي للعدد 100

التطبيق 5

الأعداد التي جذرها التربيعي ليس عددا طبيعيا هي :

$$2^3 ; \pi ; 500$$

التطبيق 6

أعداد طبيعية	أعداد نسبية	أعداد ناطقة	أعداد حقيقية
-7	-7	-7	-7
12	$\frac{18}{3}$	$\frac{18}{3}$	$\frac{18}{3}$
$\frac{18}{3}$	7	7	$-\sqrt{10}$
3	-3	-3	$\sqrt{5}$
12	12	15	$\frac{22}{7}$
		9	$\frac{7}{7}$
		12	7
			-3
			$\frac{15}{9}$
			12

التطبيق 7

$$\sqrt{15} \approx 3,87$$

التطبيق 8

$$\sqrt{17,2} \approx 4,14 ; \sqrt{39} \approx 6,24$$

$$\sqrt{49} = 7,00 ; \sqrt{6,3} \approx 2,50$$

$$\sqrt{5} \approx 2,23 ; \sqrt{7} \approx 2,64$$

$$\sqrt{31+15} \approx 6,78 ; \sqrt{31+15} \approx 20,56$$

$$2\sqrt{5} - 2 \approx 2,46 ; \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0,57$$

التطبيق 9

$$x^2 = 13 \text{ منه } x = \sqrt{13} \text{ أو } x = -\sqrt{13}$$

$$7x^2 = 343 \text{ منه } x^2 = \frac{343}{7} = 49 \text{ منه } x = \sqrt{49} = 7 \text{ أو } x = -\sqrt{49} = -7$$

$$x^2 = 16 \text{ منه } x = \sqrt{16} = 4 \text{ أو } x = -\sqrt{16} = -4$$

$$x^2 = 0 \text{ ومنه } x = 0$$

$$x^2 - \frac{121}{49} = 0 \text{ ومنه } \left(x + \frac{11}{7}\right)\left(x - \frac{11}{7}\right) = 0$$

$$\begin{cases} x = -\frac{11}{7} \\ x = \frac{11}{7} \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} x + \frac{11}{7} = 0 \\ x - \frac{11}{7} = 0 \end{cases}$$

$$-5x^2 = 20 \text{ ومنه } x^2 = \frac{20}{-5} = -4 \text{ ليس للمعادلة حل.}$$

الحساب على الجدور - تطبيقات

التطبيق 14

$$\sqrt{\frac{12}{25}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$5\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 10 \times 2 = 20$$

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$$

$$\sqrt{\frac{8}{9}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}} \times \sqrt{\frac{10}{7}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} \times \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{6} \times \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times 2\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1}{9} \times \sqrt{\frac{81}{64}} = \frac{1}{9} \times \frac{9}{8} = \frac{1}{8}$$

التطبيق 15

$$\frac{(\sqrt{5})^2}{\sqrt{6}} = \frac{5}{\sqrt{6}}$$

$$3(\sqrt{2})^2 = 3 \times 2 = 6$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{5}{6}$$

$$-(\sqrt{7})^2 = -7$$

$$3(\sqrt{6})^2 \frac{\sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{5}$$

$$(-2\sqrt{5})^2 \times 2(\sqrt{5})^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$\frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{6^2}} = \frac{5}{6}$$

التطبيق 10

مساحة الشكل (1) : $S_1 = x^2$

مساحة المثلث ABM :

$$S_2 = 6 \times 4 - 2 \times \frac{4 \times 3}{2}$$

$$= 24 - 12$$

$$= 12$$

$$S_1 = S_2$$

ومنه $x^2 = 12$ منه $x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3}$

التطبيق 11

$$\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = 4 \quad ; \quad \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

$$\sqrt{\frac{1}{27}} \times \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9} \quad ; \quad \sqrt{8} \times \sqrt{2} = 4$$

$$\sqrt{50} \times \sqrt{2} = 10 \quad ; \quad \sqrt{1,8} \times \sqrt{0,2} = 0,6$$

التطبيق 12

$$\sqrt{0,0361} = 0,19$$

$$\sqrt{36100} = 190$$

$$\sqrt{3,61} = 1,9$$

التطبيق 13

$$\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{63} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 3 \times 7 = 21$$

$$\sqrt{8} \times \sqrt{18} = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6 \times 2 = 12$$

$$6\sqrt{72} \times \sqrt{50} = 6 \times 6\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 180 \times 2 = 360$$

$$\sqrt{\frac{11}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{11}} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{11}} \times \sqrt{2} = 2$$

الحساب على الجدور - تطبيقات

التطبيق 16

التطبيق 19

$$a = \sqrt{54} - \sqrt{6} + \sqrt{24} = 3\sqrt{6} - \sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} b &= 3\sqrt{20} + 4\sqrt{80} - 3\sqrt{5} \\ &= 3 \times 2\sqrt{5} + 4 \times 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} + 16\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\ &= 19\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$c = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{75}}{6} + \frac{\sqrt{8}}{15} = \frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{5\sqrt{3}}{6} + \frac{2\sqrt{2}}{15}$$

$$\begin{aligned} c &= \frac{6\sqrt{3}}{30} - \frac{25\sqrt{3}}{30} + \frac{4\sqrt{2}}{30} \\ &= \frac{-19\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}{30} \end{aligned}$$

$$d = 5\sqrt{12} - 4\sqrt{12} - \sqrt{12} = 0$$

$$\begin{aligned} e &= 6\sqrt{\frac{72}{9}} + 15\sqrt{\frac{18}{25}} - 14\sqrt{\frac{8}{49}} \\ &= 6 \times \frac{6\sqrt{2}}{3} + 15 \times \frac{3\sqrt{2}}{5} - 14 \times \frac{2\sqrt{2}}{7} \\ &= 12\sqrt{2} + 9\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \\ &= 17\sqrt{2} \end{aligned}$$

التطبيق 20

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{27} \times 2 + 5\sqrt{3} \times 2 + \frac{2\sqrt{12} \times 3,14}{2} \\ &= 3\sqrt{3} \times 2 + 10\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \times 3,14 \\ &= 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + 6,28\sqrt{3} \\ &= 22,28\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{20} &= 2\sqrt{5} & ; & \quad \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \\ \sqrt{63} &= 3\sqrt{7} & ; & \quad \sqrt{175} = 5\sqrt{7} \\ \frac{2\sqrt{27}}{3} &= 2 \frac{3\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} \\ \sqrt{5^2 \times 7 \times 2^2} &= 10\sqrt{7} \\ \sqrt{3^2 \times 10} &= 3\sqrt{10} \end{aligned}$$

التطبيق 17

$$\begin{aligned} \sqrt{36ab^2} &= 6b\sqrt{a} \\ \sqrt{5^2(a+b)^2} &= 5(a+b) = 5a + 5b \\ \sqrt{2a^2b^2} &= ab\sqrt{2} \\ \sqrt{4a^2b} &= 2a\sqrt{b} \end{aligned}$$

التطبيق 18

$$\begin{aligned} a &= 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \\ b &= -6\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = -13\sqrt{2} \\ c &= 9\sqrt{2} - 14\sqrt{7} - 4\sqrt{2} + 21\sqrt{7} = 5\sqrt{2} + 7\sqrt{7} \end{aligned}$$

الحساب على الجدور - تطبيقات

التطبيق 23

$$5\sqrt{3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = \sqrt{75}$$

$$\frac{\sqrt{24}}{2} = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{4}} = \sqrt{6}$$

$$\frac{3\sqrt{108}}{6} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{108}}{\sqrt{36}} = \sqrt{27}$$

$$4\sqrt{4,5} = \sqrt{16} \times \sqrt{4,5} = \sqrt{72}$$

التطبيق 21

$$(3\sqrt{5} + 4) = 4 + 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 2 + \sqrt{2}$$

$$4\sqrt{7} - (6\sqrt{7} + 2) = 4\sqrt{7} - 6\sqrt{7} - 2 = -2 - 2\sqrt{7}$$

$$-5\sqrt{3}(4\sqrt{3} + 2) = -60 - 10\sqrt{3}$$

$$(6\sqrt{3} - 2) - \sqrt{3}(2 + 6\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3} - 18$$

$$= -20 + 4\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{2}) = 7 - 2 = 5$$

$$(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) = 27 - 8 = 19$$

$$(\sqrt{28} + \sqrt{7} - \sqrt{32})(\sqrt{63} - 2\sqrt{8})$$

$$= (2\sqrt{7} + \sqrt{7} - 4\sqrt{2})(3\sqrt{7} - 4\sqrt{2})$$

$$= (3\sqrt{7} - 4\sqrt{2})(3\sqrt{7} - 4\sqrt{2})$$

$$= 63 - 24\sqrt{14} + 16$$

$$= 79 - 24\sqrt{14}$$

التطبيق 22

$$\frac{6}{\sqrt{98}} = \frac{6\sqrt{98}}{\sqrt{98} \times \sqrt{98}} = \frac{6 \times 7\sqrt{2}}{98} = \frac{42\sqrt{2}}{98}$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{15}}{6}$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sqrt{\frac{25}{12}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$\sqrt{\frac{12}{27}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1 + \sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{(1 + \sqrt{6}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{18}}{3}$$

الحساب على الجذور - تمارين

التمرين 1

التمرين 3

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{45}{49}} &= \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{5}}{7} = \frac{3\sqrt{5}}{7} \\ \sqrt{\frac{28}{25}} &= \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{7}}{5} = \frac{2\sqrt{7}}{5} \\ \sqrt{\frac{72}{16}} &= \frac{\sqrt{36} \times \sqrt{2}}{4} = \frac{6\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{\frac{121}{81}} &= \frac{11}{9} \\ \sqrt{\frac{5}{49}} &= \frac{\sqrt{5}}{7} \\ \sqrt{\frac{7}{25}} &= \frac{\sqrt{7}}{5} \\ \sqrt{\frac{36}{16}} &= \frac{6}{4} = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

التمرين 4

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{20} + 2\sqrt{5} - \sqrt{45} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = \sqrt{5} \\ B &= 4\sqrt{2} - \sqrt{8} - \sqrt{18} = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -\sqrt{2} \\ C &= \sqrt{28} - \frac{1}{2}\sqrt{63} - \frac{3}{4}\sqrt{7} = 2\sqrt{7} - \frac{1}{2} \times 3\sqrt{7} - \frac{3}{4}\sqrt{7} \\ &= \frac{8\sqrt{7}}{4} - \frac{6\sqrt{7}}{4} - \frac{3\sqrt{7}}{4} \\ &= -\frac{\sqrt{7}}{4} \\ D &= \sqrt{\frac{16}{28}} - \sqrt{\frac{112}{49}} + \sqrt{\frac{25}{7}} = \frac{4}{2\sqrt{7}} - \frac{4\sqrt{7}}{7} + \frac{5}{\sqrt{7}} \\ &= \frac{4\sqrt{7}}{14} - \frac{4\sqrt{7}}{7} + \frac{5\sqrt{7}}{7} \\ &= \frac{6\sqrt{7}}{14} = \frac{3\sqrt{7}}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}n=0: \quad \sqrt{3 \times 0 + 1} &= \sqrt{1} = 1 \\ n=1: \quad \sqrt{3 \times 1 + 1} &= \sqrt{4} = 2 \\ n=5: \quad \sqrt{3 \times 5 + 1} &= \sqrt{16} = 4 \\ n=8: \quad \sqrt{3 \times 8 + 1} &= \sqrt{25} = 5 \\ n=16: \quad \sqrt{3 \times 16 + 1} &= \sqrt{49} = 7 \\ n=21: \quad \sqrt{3 \times 21 + 1} &= \sqrt{64} = 8\end{aligned}$$

التمرين 2

$$\begin{aligned}\sqrt{96} &= \sqrt{16} \times \sqrt{6} = 4\sqrt{6} \\ \sqrt{28} &= \sqrt{4} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7} \\ \sqrt{54} &= \sqrt{9} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{6} \\ \sqrt{60} &= \sqrt{4} \times \sqrt{15} = 2\sqrt{15} \\ \sqrt{48} &= \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{1800} &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} \times \sqrt{100} \\ &= 3 \times 10 \times \sqrt{2} = 30\sqrt{2} \\ \sqrt{700} &= \sqrt{7} \times \sqrt{100} = 10\sqrt{7} \\ \sqrt{4300} &= \sqrt{43} \times \sqrt{100} = 10\sqrt{43} \\ \sqrt{1000} &= \sqrt{100} \times \sqrt{10} = 10\sqrt{10}\end{aligned}$$

الحساب على الجذور - تمارين

التمرين 6

(أ)

$$\sqrt{6} \times \sqrt{30} = \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

$$\sqrt{72} \times \sqrt{8} = \sqrt{9} \times \sqrt{8} \times \sqrt{8} = 3 \times 8 = 24$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt{12} = \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{10} \times \sqrt{50} = \sqrt{10} \times \sqrt{10} \times \sqrt{5} = 10\sqrt{5}$$

$$\sqrt{15} \times \sqrt{75} = \sqrt{15} \times \sqrt{15} \times \sqrt{5} = 15\sqrt{5}$$

$$\sqrt{32} \times \sqrt{96} = \sqrt{32} \times \sqrt{32} \times \sqrt{3} = 32\sqrt{3}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{35} = \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = 5\sqrt{7}$$

$$\sqrt{20} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \sqrt{10}$$

$$3\sqrt{12} \times \sqrt{18} \times \sqrt{24} = 3 \times 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 36 \times 3 \times 2 = 216$$

(ب)

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{45} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times 3\sqrt{5} = 3 \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{10} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \sqrt{30}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{1,4} \times \sqrt{16,9} \times \sqrt{0,7} &= \sqrt{0,7} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{10}} \times \sqrt{0,7} \\ &= 0,7 \times \frac{13 \times \sqrt{2}}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{9,1}{\sqrt{5}} = \frac{9,1\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

$$\sqrt{0,4} \times \sqrt{1,44} \times \sqrt{0,25} = 0,2 \times 1,2 \times 0,5 = 0,12$$

$$\begin{aligned} E &= (5\sqrt{12} + 8\sqrt{27} + \sqrt{75}) - (2\sqrt{48} + \sqrt{147}) \\ &= 5\sqrt{12} + 8\sqrt{27} + \sqrt{75} - 2\sqrt{48} - \sqrt{147} \\ &= 5 \times 2\sqrt{3} + 8 \times 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2 \times 4\sqrt{3} - 7\sqrt{3} \\ &= 24\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{\frac{7}{3}} + 3\sqrt{\frac{28}{27}} - 4\sqrt{\frac{63}{75}} \\ &= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} + \frac{3 \times 2\sqrt{7}}{3\sqrt{3}} - \frac{4 \times 3\sqrt{7}}{5\sqrt{3}} \\ &= \frac{15\sqrt{7}}{5\sqrt{3}} - \frac{12\sqrt{7}}{5\sqrt{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{7}}{5\sqrt{3}} = \frac{1}{5}\sqrt{21} \end{aligned}$$

التمرين 5

(1)

$$A = \sqrt{98} + \sqrt{32} - \sqrt{8} = 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

$$B = \sqrt{162} - \sqrt{72} + \sqrt{18} = 9\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

(2)

$$\frac{2AB}{A+B} = \frac{2 \times 9\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}}{9\sqrt{2} + 5\sqrt{2}} = \frac{18 \times 2}{14\sqrt{2}} = \frac{36}{14\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{7}$$

$$\sqrt{A \times B} = \sqrt{9 \times \sqrt{2} \times 5\sqrt{2}} = \sqrt{45 \times 2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

$$\frac{B+A}{2} = \frac{9\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}{2} = \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$$

الحساب على الجذور - تمارين

التمرين 8

$$6\sqrt{7}(11\sqrt{7} - \sqrt{7}) = 66 \times 7 - 42\sqrt{7}$$

$$= 462 - 42\sqrt{7}$$

$$\sqrt{3}(2\sqrt{3} - 1) = 2 \times 3 - \sqrt{3}$$

$$= 6 - \sqrt{3}$$

$$(3\sqrt{3} + 2\sqrt{2})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) = (3\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{2})^2$$

$$= 27 - 8 = 19$$

$$(3\sqrt{6} - 1)(3\sqrt{6} - 1) = (3\sqrt{6})^2 - 6\sqrt{6} + 1$$

$$= 54 - 6\sqrt{6} + 1$$

$$= 55 - 6\sqrt{6}$$

$$(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1) = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1$$

$$= 3 + 2\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$= 5 - 3 = 2$$

التمرين 9

$$\sqrt{2^2} = 2$$

$$\sqrt{3^6} = \sqrt{(3^3)^2} = 3^3 = 27$$

$$\sqrt{5^8} = \sqrt{(5^4)^2} = 5^4 = 625$$

$$\sqrt{10^{-8}} = \sqrt{\frac{1}{10^8}} = \sqrt{\frac{1}{(10^4)^2}} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000}$$

$$\sqrt{7^{-4}} = \sqrt{\frac{1}{7^4}} = \sqrt{\frac{1}{(7^2)^2}} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

$$\sqrt{10^{-6}} = \sqrt{\frac{1}{10^6}} = \sqrt{\frac{1}{(10^3)^2}} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

التمرين 7

$$a = 5\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{1}{6}} - 2\sqrt{54}$$

$$= 5\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}} - 2 \times 3\sqrt{6}$$

$$= \frac{5\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{6\sqrt{6} \times \sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

$$= -\frac{20}{\sqrt{6}} = -\frac{20 \times \sqrt{6}}{6}$$

$$= -\frac{10\sqrt{6}}{3}$$

$$b = \sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{25}{12}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{5}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} + \frac{2}{2\sqrt{3}} - \frac{5}{2\sqrt{3}}$$

$$= 0$$

$$c = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{10} - 5\sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$= 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2} \times \sqrt{5} - \frac{5}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{3\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5}} - \frac{5}{\sqrt{5}}$$

الحساب على الجدور - تمارين

التمرين 10

$$\begin{aligned} A &= (2x+1)(x-4) \\ &= [2(\sqrt{2}-1)+1][(\sqrt{2}-1)-4] \\ &= (2\sqrt{2}-2+1)(\sqrt{2}-5) \\ &= (2\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-5) \\ &= 4-10\sqrt{2}-\sqrt{2}+5 \\ &= -11\sqrt{2}+9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1 \\ &= \frac{1}{9}(-\sqrt{3})^2 - \frac{2}{3}(-\sqrt{3}) + 1 \\ &= \frac{1}{9} \times 3 + \frac{2\sqrt{3}}{3} + 1 \\ &= \frac{2\sqrt{3}+4}{3} \end{aligned}$$

التمرين 14

$$\begin{aligned} T=0^\circ : V &= 20\sqrt{273+0} = 20\sqrt{273} = 330 \\ T=16^\circ : V &= 20\sqrt{273+16} = 20\sqrt{289} = 340 \\ T=25^\circ : V &= 20\sqrt{273+25} = 20\sqrt{298} = 345 \\ T=-17^\circ : V &= 20\sqrt{273-17} = 20\sqrt{256} = 320 \end{aligned}$$

التمرين 15

$$\begin{aligned} (1) \quad \left(\sqrt{72} + \frac{\sqrt{72}}{2}\right) \times 2 &= \left(6\sqrt{2} + \frac{6\sqrt{2}}{2}\right) \times 2 \\ &= \left(\frac{12\sqrt{2}}{2} + \frac{6\sqrt{2}}{2}\right) \times 2 \\ &= \frac{18\sqrt{2}}{2} \times 2 \\ &= 18\sqrt{2} \end{aligned}$$

(2)

$$\frac{\frac{\sqrt{72}}{2} \times \frac{\sqrt{72}}{2}}{2} = \frac{72}{4} = \frac{72}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{72}{8} = 9$$

$$\begin{aligned} \sqrt{9 \times 10^{-6}} &= \sqrt{9} \times \sqrt{\frac{1}{10^6}} = \frac{3}{1000} \\ \sqrt{16 \times 10^{-4}} &= \sqrt{16} \times \sqrt{\frac{1}{10^4}} = 4 \times \frac{1}{\sqrt{(10^2)^2}} \\ &= 4 \times \frac{1}{10^2} = \frac{4}{100} \\ \sqrt{142 \times 10^{-2}} &= \sqrt{142} \times \sqrt{\frac{1}{10^2}} = \frac{\sqrt{142}}{10} \\ \sqrt{3 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2} &= \sqrt{3 \times \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sqrt{[(-5) \times 3]^2} &= \sqrt{(-15)^2} = \sqrt{225} = 15 \\ \sqrt{(\sqrt{3}-1)} &= \sqrt{3}-1 \end{aligned}$$

التمرين 11

إجابة (3)	إجابة (2)	إجابة (1)	العبارة
$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{5}}$ صحيح	$\frac{\sqrt{5}}{5}$ صحيح	$\sqrt{5}$	$a = \frac{1}{\sqrt{5}}$
$\frac{\sqrt{14}}{2}$ صحيح	$\frac{7}{2}$	$\sqrt{3,5}$ صحيح	$b = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$
$\sqrt{5}$ صحيح	$\frac{5}{\sqrt{5}}$ صحيح	1	$c = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{15}}$

التمرين 12

$$\begin{aligned} x^2 - 5 &= 3 \\ x^2 &= 3 + 5 = 8 \\ \text{و منه } x &= -\sqrt{8} = -2\sqrt{2} \text{ أو } x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

الحساب على الجدور - تمارين

التمرين 16

$$AB^2 = AD^2 + DB^2 = 16 + 64 = 80$$

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 16 + 4 = 20$$

$$AB^2 + AC^2 = 80 + 20 = 100 \dots\dots\dots (1)$$

$$CB^2 = (2 + 8)^2 = 10^2 = 100 \dots\dots\dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $AB^2 + AC^2 = CB^2$
و منه ABC مثلث قائم في A (حسب عكس نظرية فيثاغورث) .

الطريقة (1):

$$\frac{(2+8) \times 4}{2} = \frac{10 \times 4}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

الطريقة (2):

$$\frac{8 \times 4}{2} + \frac{2 \times 4}{2} = \frac{32}{2} + \frac{8}{2} = 16 + 4 = 20$$

التمرين 17

$$\sqrt{37} \approx 6$$

$$\sqrt{103} \approx 10$$

$$\sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{40} \approx 6,32$$

$$\sqrt{5+4} \approx 6,24$$

$$\frac{26}{2+\sqrt{5}} = 6,14$$

التمرين 18

(1)

$$L \times l = 1320$$

$$2l \times l = 1320$$

$$2l^2 = 1320$$

$$l^2 = \frac{1320}{2} = 660$$

$$l = \sqrt{660} \approx 25,69$$

$$L = 2l = 2 \times 25,69 = 51,38$$

$$l = 25,7 \quad L = 51,4 \quad (2)$$

التمرين 19

$$L \times l = 9548$$

$$L \times \frac{4}{7}L = 9548$$

$$\frac{4}{7}L^2 = 9548$$

$$L^2 = 9548 \times \frac{7}{4} = 16709$$

$$L = \sqrt{16709} \approx 129,2m$$

$$l = \frac{4}{7}L = \frac{4}{7} \times 129,2 \approx 73,8m$$

التمرين 20

(1)

$$x = 0 : \sqrt{(x-1)^2} = \sqrt{(0-1)^2} = \sqrt{(-1)^2} = 1$$

$$x = 3 : \sqrt{(3-1)^2} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$x = -5 : \sqrt{(-5-1)^2} = \sqrt{(-6)^2} = 6$$

(2)

$$x = -7 : \sqrt{(-7-1)^2} = \sqrt{(-8)^2} = 8$$

$$x = 1 : \sqrt{(1-1)^2} = 0$$

التمرين 21

$$x = \sqrt{72} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$y = \sqrt{98} = \sqrt{49} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$x \times y = 6\sqrt{2} \times 7\sqrt{2} = 42 \times 2 = 84$$

$$x + y = 6\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$$

$$x^2 - y^2 = (6\sqrt{2})^2 - (7\sqrt{2})^2 = 36 \times 2 - 49 \times 2 \\ = 72 - 98 = -26$$

الحساب على الجدور - تمارين

التمرين 22

(1)

$$A = \sqrt{18} - \sqrt{20} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

$$B = \sqrt{98} - \sqrt{5} = 7\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

(2)

$$\begin{aligned} A \times B &= (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})(7\sqrt{2} - \sqrt{5}) \\ &= 21 \times 2 - 3\sqrt{10} - 14\sqrt{10} + 2 \times 5 \\ &= 42 - 17\sqrt{10} + 10 \\ &= 52 - 17\sqrt{10} \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} S &= (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) + (7\sqrt{2} - \sqrt{5}) - (-4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}) \\ &= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{2} - \sqrt{5} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{5} \\ &= 14\sqrt{2} - 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

(4)

$$S \approx 14 \times 1,41 - 6 \times 2,23 \approx 19,74 - 13,38 \approx 6,36$$

التمرين 23

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{48} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{27} - 5\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{3} - 2 \times 4\sqrt{2} + 3 \times 3\sqrt{3} - 5\sqrt{2} \\ &= 13\sqrt{3} - 13\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$B = 3\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{9}} = 3 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = 2$$

التمرين 24

$$a = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{2}) \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{7 - \sqrt{14}}{7}$$

$$b = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7} + \sqrt{2}) \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{7 + \sqrt{14}}{7}$$

$$a + b = \frac{7 - \sqrt{14}}{7} + \frac{7 + \sqrt{14}}{7} = \frac{14}{7} = 2$$

$$a \times b = \frac{7 - \sqrt{14}}{7} \times \frac{7 + \sqrt{14}}{7} = \frac{49 - 14}{49} = \frac{35}{49} = \frac{5}{7}$$

التمرين 25

(1)

$$x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{2}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10} - 2}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\begin{aligned} Z = x - y &= \frac{\sqrt{10} - 2}{2} - \frac{\sqrt{10}}{10} \\ &= \frac{5\sqrt{10} - 10}{10} - \frac{\sqrt{10}}{10} \end{aligned}$$

$$= \frac{4\sqrt{10} - 10}{10}$$

$$= \frac{2\sqrt{10} - 5}{5}$$

$$Z = \frac{2 \times 3,16 - 5}{5} \approx \frac{6,32 - 5}{5} \approx 0,264$$

التمرين 26

(1)

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{2}}{x}$$

$$x\sqrt{5} = \sqrt{2} \times \sqrt{20}$$

$$x = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{4} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{2}$$

(2)

$$\frac{x}{\sqrt{7}} = 3 - \sqrt{7}$$

$$x = \sqrt{7}(3 - \sqrt{7}) = 3\sqrt{7} - 7$$

الحساب على الجدور - تمارين

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 2$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 2 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2} - \sqrt{2}\right)\left(x - \frac{3}{2} + \sqrt{2}\right) = 0$$

و منه

$$\begin{cases} x - \frac{3}{2} - \sqrt{2} = 0 \\ x - \frac{3}{2} + \sqrt{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} + \sqrt{2} \\ x = \frac{3}{2} - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{3}{2} - \sqrt{2}$$

(4)

$$(2x+5)^2 = 81$$

$$(2x+5)^2 - 81 = 0$$

$$(2x+5-9)(2x+5+9) = 0$$

$$(2x-4)(2x+14) = 0$$

و منه

$$\begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ 2x + 14 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4}{2} = 2 \\ x = -\frac{14}{2} = -7 \end{cases}$$

(5)

$$x^2 + 25 = 0$$

$$x^2 = -25$$

إذن لا يوجد حل لهذه المعادلة لأن مربع عدد حقيقي هو عدد موجب.

(6)

$$(x-1)^2 = -3$$

إذن لا يوجد حل لهذه المعادلة لأن مربع عدد حقيقي هو عدد موجب.

(3)

$$\frac{\sqrt{15}}{x} = \frac{-3\sqrt{5}}{-\sqrt{6}}$$

$$-3\sqrt{5} \times x = -\sqrt{15} \times \sqrt{6}$$

$$x = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}}{3\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

(4)

$$\frac{2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{2}}{x}$$

$$2\sqrt{2} \times x = (3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$$

$$2\sqrt{2} \times x = 7$$

$$x = \frac{7}{2\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{7}{4}\sqrt{2}$$

التمرين 27

(1)

$$x^2 - 45 = 55$$

$$x^2 = 55 + 45 = 100$$

$$x = -\sqrt{100} = -10 \quad \text{أو} \quad x = \sqrt{100} = 10 \quad \text{و منه}$$

(2)

$$(x+1)^2 = 4$$

$$(x+1)^2 - 4 = 0$$

$$(x+1-2)(x+1+2) = 0$$

$$(x-1)(x+3) = 0$$

و منه

$$\begin{cases} x - 1 = 0 & x = 1 \\ x + 3 = 0 & x = -3 \end{cases}$$

(3)

الحساب على الجدور - تمارين

التمرين 28

$$(2\sqrt{3} + 3)(\sqrt{5} + 1) = (2\sqrt{15} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{5} + 3)$$

التمرين 29

$$(x + 6)(x + 6) = 121$$

$$(x + 6)^2 = 121$$

$$x + 6 = 11$$

$$x = 11 - 6 = 5cm$$

التمرين 30

$$(x - 7)(x - 7) = 289$$

$$(x - 7)^2 = 289$$

$$x - 7 = 17$$

$$x = 17 + 7 = 24cm$$

التمرين 31

(1)

$$x\sqrt{3} - \sqrt{3} = 1 - x$$

$$x\sqrt{3} + x = \sqrt{3} + 1$$

$$x(\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3} + 1$$

$$x = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = 1$$

(2)

$$x - 1 = \sqrt{2} - x\sqrt{2}$$

$$x + x\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2}$$

$$x(1 + \sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = 1$$

التمرين 32

الشكل (1):

$$a \times 2a \times 6 = 588$$

$$12a^2 = 588$$

$$a^2 = \frac{588}{12} = 49$$

$$a = 7$$

الشكل (2):

$$\frac{a \times a \times 15}{3} = 1000$$

$$5a^2 = 1000$$

$$a^2 = \frac{1000}{5} = 200$$

$$a = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

الحساب على الجدور - مسائل

المسألة 1

(1)

$$x + 6 = 3x\sqrt{3} + 4$$

$$x - 3x\sqrt{3} = 4 - 6$$

$$x(1 - 3\sqrt{3}) = -2$$

$$x = \frac{-2}{1 - 3\sqrt{3}} = \frac{-2(1 + 3\sqrt{3})}{(1 - 3\sqrt{3})(1 + 3\sqrt{3})}$$

$$= \frac{-2 - 6\sqrt{3}}{1 - 27}$$

$$= \frac{-2 - 6\sqrt{3}}{-26}$$

$$= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{13}$$

(2)

$$2(x + \sqrt{2}) - 3 = x\sqrt{2} + 1$$

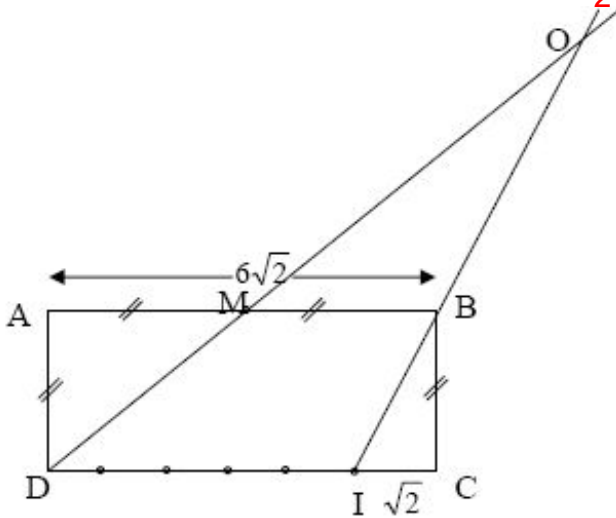
$$2x + 2\sqrt{2} - 3 = x\sqrt{2} + 1$$

$$2x - x\sqrt{2} = 1 + 3 - 2\sqrt{2}$$

$$x(2 - \sqrt{2}) = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$x = \frac{2(2 - \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2})} = 2$$

المسألة 2



(1) نظرية فيثاغورث

$$IB^2 = BC^2 + IC^2 = (3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$= 18 + 2 = 20$$

$$IB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$DM = \sqrt{36} = 6 \quad DM^2 = AM^2 + AD^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2$$

$$= 18 + 18 = 36$$

(2)

$$S = \frac{(MB + DI) \times BC}{2} = \frac{(3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{8\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{24 \times 2}{2} = 24$$

(3)

حساب OI :

نظرية طاليس:

$$\frac{OB}{OI} = \frac{MB}{DI}$$

$$\frac{OB}{OB + BI} = \frac{MB}{DI}$$

$$\frac{OB}{OB + 2\sqrt{5}} = \frac{3}{5}$$

$$5OB = 3OB + 6\sqrt{5}$$

$$OB = \frac{6\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5}$$

$$OI = OB + BI = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

الحساب على الجدور - مسائل

المسألة 5

(1)

$$\begin{aligned} \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 &= \frac{(n+1)^2}{4} - \frac{(n-1)^2}{4} \\ &= \frac{n^2 + 2n + 1}{4} - \frac{n^2 - 2n + 1}{4} \\ &= \frac{4n}{4} \\ &= n \end{aligned}$$

(2)

$$AB^2 = \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 = n$$

و منه $AB = \sqrt{n}$

إذا كان $n = 2$ فإن $AB = \sqrt{2}$

إذا كان $n = 3$ فإن $AB = \sqrt{3}$

إذا كان $n = 4$ فإن $AB = \sqrt{4} = 2$

إذا كان $n = 5$ فإن $AB = \sqrt{5}$

(3)

لإنشاء قطعة مستقيم طولها $\sqrt{17}$ نرسم مثلث قائم طول وتره $\frac{17+1}{2}$ و طول أحد ضلعيه القائمين $\frac{17-1}{2}$ طول الضلع القائم الثاني $\sqrt{17}$.

حساب OM :

$$\frac{OM}{MD} = \frac{OB}{BI}$$

$$\frac{OM}{6} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$$

$$2OM = 18$$

$$OM = \frac{18}{2} = 9$$

المسألة 4

نظرية فيثاغورث

$$OB^2 = OA^2 + BA^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

$$OB = \sqrt{2}$$

$$OC^2 = OB^2 + BC^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = 3$$

$$OC = \sqrt{3}$$

$$OD^2 = OC^2 + CD^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2 = 4$$

$$OD = \sqrt{4}$$

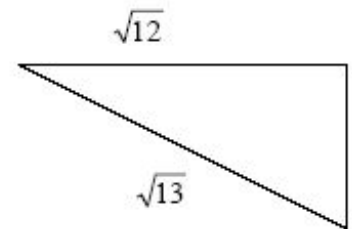
$$OE^2 = OD^2 + DE^2 = 2^2 + 1^2 = 5$$

$$OE = \sqrt{5}$$

$$OL = \sqrt{12}$$

ملاحظة:

بهذه الطريقة يمكن رسم قطعة مستقيم طولها مثلا $\sqrt{10}$, $\sqrt{17}$.



الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 1

$$A = (4x + 3)^2 = (4x)^2 + 3^2 - 2 \times 4x \times 3$$

$$= 16x^2 + 9 - 24x$$

$$B = (2x + 1)^2 = (2x)^2 + 1^2 + 2 \times 2x \times 1$$

$$= 4x^2 + 1 + 4x$$

$$D = (5x - 2)(5x + 2) = (5x)^2 - 2^2$$

$$= 25x^2 - 4$$

$$C = (7a + 4b)^2 = (7a)^2 + (4b)^2 - 2 \times 7a \times 4b$$

$$= 49a^2 + 16b^2 - 56ab$$

$$E = \left(\frac{3}{4}x - 2y\right)\left(\frac{4}{3}x + 2y\right) = \left(\frac{3}{4}x\right)^2 - (2y)^2$$

$$F = (2x)^2 - 5^2 + (2x)^2 + 7^2 + 2 \times x \times 7$$

$$= 4x^2 - 25 + 4x^2 + 49 + 28x$$

$$= 8x^2 + 28x + 24$$

$$G = (2x + 3)(x - 3) + (x - 7)(2x - 3)$$

$$= 2x^2 - 6x + 36 - 9 + 2x^2 + 3x - 14x - 21$$

$$= 4x^2 - 14x - 30$$

التطبيق 2

$$1010^2 = 1020100, 24 \times 1002 = 24048 \text{ (أ)}$$

$$2,009^2 = 4,036081$$

$$92^2 = 8464, 76 \times 98 = 7448 \text{ (ب)}$$

$$990^2 = 980100$$

$$1008 \times 992 = 999936, 105 \times 95 = 9975 \text{ (ج)}$$

التطبيق 3

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + x^2 + x + \frac{1}{4}$$

$$\left(x - \frac{8}{5}\right)^2 = x^2 + \frac{64}{25} - \frac{16}{5}$$

$$\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}$$

$$\left(x - \frac{y}{4}\right)\left(x + \frac{y}{4}\right) = x^2 - \frac{y^2}{16}$$

التطبيق 4

$$(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2 = 18 + 20 - 12\sqrt{10}$$

$$= 38 - 12\sqrt{10}$$

$$(1 - \sqrt{3})^2 = 1 + 3 - 2\sqrt{3}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3}$$

$$(3\sqrt{7} + 4\sqrt{2})^2 = 1 + 3 - 2\sqrt{3}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3}$$

$$(3\sqrt{7} + 4\sqrt{2})^2 = 63 + 32 + 24\sqrt{14}$$

$$= 95 + 24\sqrt{14}$$

$$(5 + 2\sqrt{6})^2 = 25 + 24 + 20\sqrt{6}$$

$$= 49 - 20\sqrt{6}$$

$$(3\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 18 - 3 = 15$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{2}) = 5 - 2 = 3$$

التطبيق 5

$$A = \frac{x-1}{2} - \frac{3x+4}{3} = \frac{3x-3}{6} - \frac{6x+8}{6}$$

$$= \frac{3x-3-6x-8}{6} = \frac{-3x-11}{6} = \frac{3x+11}{6}$$

$$B = \frac{3x+2}{5} - \frac{x-4}{5} = \frac{3x+2-x+4}{5} = \frac{2x+6}{5}$$

$$C = \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} + \frac{x+1}{4} = \frac{4x}{12} - \frac{18x-6}{12} + \frac{3x+9}{12}$$

$$= \frac{4x-18x+6+3x+9}{12} = \frac{-11x+15}{12}$$

$$D = \frac{x+2}{5} - 0,4x - 2(1,5x - 0,7) = \frac{x+2}{5} - \frac{4x}{10} - 3x - \frac{14}{10}$$

$$= \frac{x+2}{5} - \frac{2x}{5} - \frac{15x}{5} - \frac{7}{5} = \frac{x+2-2x-15x-7}{5} = \frac{-16x-5}{5}$$

التطبيق 6

$$(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) = 2 - 1 = 1 \text{ (عدد ناطق)}$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}-1} = \frac{5(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{5\sqrt{2}+5}{1} = 5\sqrt{2}+5$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 7

$$\begin{aligned} A &= (2x-3)(x-2) - (x-3)^2 \\ &= 2x^2 - 4x - 3x + 6 - (x^2 + 9 - 6x) \\ &= 2x^2 - 7x + 6 - x^2 - 9 + 6x \\ &= x^2 - x - 3 \end{aligned}$$

$$: x = \sqrt{2}$$

$$A = (\sqrt{2})^2 - \sqrt{2} - 3 = 2 - \sqrt{2} - 3 = -1 - \sqrt{2}$$

$$: x = \sqrt{3} + 3$$

$$A = (\sqrt{3} - 2)^2 - (\sqrt{3} - 2) - 3 = 3 + 4 - 4\sqrt{3} - \sqrt{3} + 2 - 3 = 6 - 5\sqrt{3}$$

$$: x = \sqrt{5} + 3$$

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{5} + 3)^2 - (\sqrt{5} + 3) - 3 = 5 + 9 + 6\sqrt{5} - \sqrt{5} - 3 - 3 \\ &= 8 + 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

التطبيق 8

$$(a+5)^2 = a^2 + 10a + 25$$

$$\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 = b^2 - b + \frac{1}{4}$$

$$(y+7)(y-7) = y^2 - 49$$

التطبيق 9

$$A^2 = (5x-3)^2 = 25x^2 + 9 - 30x$$

$$B^2 = (8x+1)^2 = 64x^2 + 16x + 1$$

$$A \times C = (5x-3)(5x+3) = 25x^2 - 9$$

$$-A^2 = -(25x^2 + 9 - 30x)$$

$$= -25x^2 - 9 + 30x$$

$$3A^2 - 2A^2 = A^2$$

$$= 25x^2 + 9 - 30x$$

التطبيق 10

$$A^2 = (\sqrt{11+6\sqrt{2}})^2 = 11 + 6\sqrt{2} \dots (1)$$

$$\begin{aligned} B^2 &= (\sqrt{2} + 3)^2 = 2 + 9 + 6\sqrt{2} \\ &= 11 + 6\sqrt{2} \dots (2) \end{aligned}$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $A = B$

$$C^2 = (\sqrt{8} - 2\sqrt{15})^2 = 8 - 2\sqrt{15} \dots (3)$$

$$\begin{aligned} D^2 &= (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = 5 + 3 - 2\sqrt{15} \\ &= 8 - 2\sqrt{15} \dots (4) \end{aligned}$$

من (3) و (4) نستنتج أن: $C = D$

التطبيق 11

(أ)

$$A = 6(3+2x) - 34$$

$$= 18 + 12x - 34$$

$$= 12x - 16$$

$$B = 3(4x-6) + 2$$

$$= 12x - 18 + 2$$

$$= 12x - 16$$

إذن: $A = B$

(ب)

$$A = 25x^2 - 4$$

$$B = (5x-2)(5x+2)$$

$$= 25x^2 - 4$$

إذن: $A = B$

(ج)

$$A = 25x^2 + 4 - 20x$$

$$B = (5x-2)(5x-2)$$

$$= 25x^2 - 10x - 10x + 4$$

$$= 25x^2 + 4 - 20x$$

إذن: $A = B$

(د)

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 14

(1) محيط المربع :

$$P_1 = (x+5) \times 4 = 4x + 20 \dots (1)$$

محيط المستطيل :

$$P_2 = (x+7+x+3) \times 2$$

$$= (2x+10) \times 2$$

$$= 4x + 20 \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $P_1 = P_2$

(2) مساحة المربع :

$$S_1 = (x+5)^2 = x^2 + 25 + 10x$$

مساحة المستطيل :

$$S_2 = (x+7)(x+3)$$

$$= x^2 + 3x + 7x + 21$$

$$= x^2 + 10x + 21$$

$$S_1 - S_2 = 4cm^2$$

التطبيق 15

$$(x+3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(x-7)^2 = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2 = x^2 - 14x + 49$$

$$(4x-5)^2 = 16x^2 - 2 \times 4x \times 5 + 5^2 = 16x^2 - 40x + 25$$

$$(x+7)(x-7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$$

$$(x+3)(x-3) = x^2 - 9$$

$$A = (5x-4)(16x+12)$$

$$= 80x^2 + 60x - 64x - 48$$

$$= 80x^2 - 4x - 48$$

$$B = (8x+6)(10x-8)$$

$$= 80x^2 - 64x + 60x - 48$$

$$= 80x^2 - 4x - 48$$

إذن : $A = B$

التطبيق 12

$$A = 2(3x-4)^2 = 2(9x^2 + 16 - 24x) \quad (1)$$

$$= 18x^2 + 32 - 48x$$

$$B = -10(2x-9)(2x+9)$$

$$= -10(4x^2 - 81)$$

$$= -40x^2 + 810$$

$$C = -(x+7)^2 = -(x^2 + 14x + 49) \quad (2)$$

$$= -x^2 - 14x - 49$$

$$D = (x+3)^2 + (2x-7)^2$$

$$= x^2 + 6x + 9 + 4x^2 - 28x + 49$$

$$= 5x^2 - 22x + 58$$

$$E = 3(4x-5) + 8(3+2x) \quad (3)$$

$$= 12x - 15 + 24 + 16x$$

$$= 28x + 9$$

التطبيق 13

$$\sqrt{10+2\sqrt{21}} \times \sqrt{10-2\sqrt{21}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2} \times \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}$$

$$= (\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$$

$$= 7-3$$

$$= 4$$

4 مربع للعدد 2 .

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 16

$$\begin{aligned}(3x+4)(4-3x) + (2x+1)(x-2) \\ = 12x - 9x^2 + 16 - 12x + 2x^2 - 4x + x - 2 \\ = -7x^2 - 27x + 14\end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned}(3x-1)^2 - (3x+1)^2 + (3x+1)(3x-1) \\ = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 + 9x^2 - 1 \\ = 9x^2 - 12x - 1\end{aligned}$$

(6)

$$\begin{aligned}(x-3)^2 - 3x(2x-1) = x^2 - 6x + 9 - 6x^2 + 3x \\ = -5x^2 - 3x + 9\end{aligned}$$

(7)

$$\begin{aligned}\left(3x + \frac{1}{2}\right)^2 - (x-2)(2x-1) \\ = 9x^2 + 3x + \frac{1}{4} - 2x^2 + x + 4x - 2 \\ = 7x^2 + 8x + \frac{1}{4} - \frac{8}{4} \\ = 7x^2 + 8x - \frac{7}{4}\end{aligned}$$

(8)

$$\begin{aligned}(5x+2)^2 + (5x+2)(x-1) \\ = 25x^2 + 20x + 4 + 5x^2 - 5x + 2x - 2 \\ = 30x^2 + 17x + 2\end{aligned}$$

(9)

$$\begin{aligned}(5-2x)(2x+1) + (10-4x)(x-3) \\ = 10x + 5 - 4x^2 - 2x + 10x + 30 - 4x^2 + 12x \\ = -8x^2 + 30x - 25\end{aligned}$$

(10)

$$\begin{aligned}(x-1)(2x+3) - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \\ = 2x^2 + 3x - 2x - 3 - x^2 + x - \frac{1}{4} \\ = x^2 + 2x - \frac{12}{4} - \frac{1}{4} \\ = x^2 + 2x - \frac{13}{4}\end{aligned}$$

(1)

$$\begin{aligned}(2x-1)^2 + (2x+1)(2x-1) = 4x^2 + 1 - 4x + 4x^2 - 1 \\ = 8x^2 - 4x - 2\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}\left(2x + \frac{1}{2}\right) \times 2 + \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = 4x + 1 + x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} \\ = x^2 + \frac{12}{3}x - \frac{2}{3}x + \frac{9}{9} + \frac{1}{9} \\ = x^2 + \frac{10}{3}x + \frac{10}{9}\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}(x+6)^2 - 2(2x-1) = x^2 + 12x + 36 - 4x + 2 \\ = x^2 + 8x + 38\end{aligned}$$

(4)

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 17

$-\frac{x}{3}$	$-2x$	$\frac{x}{2}$	$3x$	a
$\frac{x}{3}$	$0,5$	2	1	b
$\frac{x^2}{9}$	$4x^2$	$\frac{x^2}{4}$	$9x^2$	a^2
$\frac{x^2}{9}$	$0,25$	4	1	b^2
$\frac{2x^2}{9}$	$-2x$	$2x$	$6x$	$2ab$
0	$4x^2+0,25$ $-2x$	$\frac{x^2}{4}+4+2x$	$9x^2+1+$ $6x$	$(a+b)^2$
$\frac{4x^2}{9}$	$4x^2+0,25$ $+2x$	$\frac{x^2}{4}+4-2x$	$9x^2+1-$ $6x$	$(a-b)^2$
0	$4x^2-0,25$	$\frac{x^2}{4}-4$	$9x^2-1$	$(a+b)(a-b)$

التطبيق 18

$$(3x-1)^2 = 9x^2 + 1 - 6x$$

$$(x-4)(x+4) = x^2 - 16$$

$$\left(\frac{x}{3}+5\right)^2 = \frac{x^2}{9} + 25 - \frac{10}{3}x$$

$$\left(\frac{x}{2}-2\right)^2 = \frac{x^2}{4} + 4x - 4$$

$$\left(-\frac{3}{2}-\frac{x}{3}\right)^2 = \frac{9}{4} + \frac{x^2}{9} + x$$

$$(-2x+0,5)^2 = 4x^2 + 0,25 + 2x$$

$$\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{9}{25}$$

$$\left(\frac{4}{5}+2x\right)\left(\frac{4}{5}-2x\right) = \frac{16}{25} - 4x^2$$

$$\left(2x-\frac{3}{4}\right)^2 = 4x^2 - 3x + \frac{9}{16}$$

$$\left(2x-\frac{1}{3}\right)\left(2x+\frac{1}{3}\right) = 4x^2 - \frac{1}{9}$$

$$\left(-3x-\frac{1}{3}\right)^2 = 9x^2 + 2x + \frac{1}{9}$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 19

(أ)

$$6x^2 + 10x = 2x(3x + 5)$$

$$4x + x^2 = x(2 + x)$$

$$2x + 2y = 2(x + y)$$

(ب)

$$3ab + 5b + 2b^2 = b(3a + 5 + 2b)$$

$$3b^2 - 2ab = b(3b - 2a)$$

$$5a^2 + 3a = a(5a + 3)$$

(ج)

$$5x^3 + 35x^2 = 5x^2(x + 7)$$

$$6x^2 + 6x = 6x(x + 1)$$

$$2x^2 + x = x(2x + 1)$$

(د)

$$\frac{3}{2}x^2y + \frac{6}{7}xy^2 = 3xy\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{7}y\right)$$

$$\frac{25}{5}x^2 - \frac{36}{5}x = \frac{12}{5}x(2x - 3)$$

التطبيق 20

(1)

$$(3x + 1)(3x + 5) - (x - 2)(3x + 1)$$

$$= (3x + 1)[(3x + 5) - (x - 2)]$$

$$= (3x + 1)(3x + 5 - x + 2)$$

$$= (3x + 1)(2x + 7)$$

(2)

$$(5x - 4)^2 - (5x - 4)(3x + 7)$$

$$= (5x - 4)[(5x - 4) - (3x + 7)]$$

$$= (5x - 4)(5x - 4 - 3x - 7)$$

$$= (5x - 4)(2x - 11)$$

(3)

$$(8x - 5)(6x + 3) + (8x - 5)$$

$$= (8x - 5)(6x + 3 + 1)$$

$$= (8x - 5)(6x + 4)$$

(4)

$$(x + 5) + (5x - 4)(x + 5) = (x + 5)(1 + 5x - 4)$$

$$= (x + 5)(5x - 3)$$

التطبيق 21

$$x^2 + 2 \times 5x + 25 = (x + 5)^2$$

$$25x^2 + 80x + 64 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 8 + 8^2$$

$$= (5x + 8)^2$$

$$25x^2 - 80x + 64 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 8 + 8^2$$

$$= (5x - 8)^2$$

$$9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 = (3x - 2)(3x + 2)$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

(1

التطبيق 23

$$\begin{aligned} 25 - 4x^2 &= (5 + 2x)(5 - 2x) \\ 4x^2 - 1 &= (2x - 1)(2x + 1) \\ x^2 - 9 &= (x + 3)(x - 3) \end{aligned}$$

(2

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\ \frac{1}{9} - 4y^2 &= \left(\frac{1}{3} - 2y\right)\left(\frac{1}{3} + 2y\right) \\ \frac{x^2}{4} - 4 &= \left(\frac{x}{2} - 2\right)\left(\frac{x}{2} + 2\right) \end{aligned}$$

(3

$$\begin{aligned} 2a^2 - 5 &= (a\sqrt{2} - \sqrt{5})(a\sqrt{2} + \sqrt{5}) \\ a^2 - 3 &= (a - \sqrt{3})(a + \sqrt{3}) \\ \frac{4}{9}a^2 - \frac{9}{25} &= \left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{5}\right) \end{aligned}$$

(4

$$\begin{aligned} 3b^2 - 49 &= (\sqrt{3}b - 7)(\sqrt{3}b + 7) \\ 1 - x^2 &= (1 - x)(1 + x) \\ 2x^2 - 8 &= (\sqrt{2}x - 2\sqrt{2})(\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}) \end{aligned}$$

(5

$$\begin{aligned} (4x - 1)^2 - (3x + 5)^2 &= (4x - 1 - 3x - 5)(4x - 1 + 3x + 5) \\ &= (x - 6)(7x + 4) \\ (x - 1)^2 - (2x + 3)^2 &= (x - 1 - 2x - 3)(x - 1 + 2x + 3) \\ &= (-x - 4)(3x + 2) \end{aligned}$$

(6

$$\begin{aligned} (x + 5)^2 - 1 &= (x + 5 - 1)(x + 5 + 1) \\ &= (x + 4)(x + 6) \\ 9 - (x - 4)^2 &= (3 - x + 4)(3 + x - 4) \\ &= (7 - x)(x - 1) \end{aligned}$$

(7

$$\begin{aligned} 9(x + 1)^2 - 4(x - 2)^2 &= [3(x + 1) - 2(x - 2)][3(x + 1) + 2(x - 2)] \\ &= (3x + 3 - 2x + 4)(3x + 3 + 2x - 4) \\ &= (x + 7)(5x - 1) \end{aligned}$$

(8

$$\begin{aligned} x^2 - (5x - 1)^2 &= (x - 5x + 1)(x + 5x - 1) \\ &= (-4x + 1)(6x - 1) \\ (3 - 2x)^2 - 4 &= (3 - 2x - 2)(3 - 2x + 2) \\ &= (-2x + 1)(-2x + 5) \end{aligned}$$

التطبيق 22

(أ

$$\begin{aligned} 4x^2 + \frac{25}{81} - \frac{20}{9}x &= \left(2x - \frac{5}{9}\right)^2 = \left(2x - \frac{5}{9}\right)\left(2x - \frac{5}{9}\right) \\ 9x^2 + 12x + 4 &= (3x + 2)^2 = (3x + 2)(3x + 2) \end{aligned}$$

(ب

$$\begin{aligned} 100x^2 + 80x + 16 &= (10x + 4)^2 = (10x + 4)(10x + 4) \\ 25 + 4x^2 - 20x &= (2x - 5)^2 = (2x - 5)(2x - 5) \end{aligned}$$

(ج

$$\begin{aligned} 16x^2 - 40xy + 25y^2 &= (4x - 5y)^2 \\ &= (4x - 5y)(4x - 5y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{4} + \frac{16}{9} - \frac{4}{3}x &= \left(\frac{x}{2} - \frac{4}{3}\right)^2 \\ &= \left(\frac{x}{2} - \frac{4}{3}\right)\left(\frac{x}{2} - \frac{4}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{25}{49}x^2 + \frac{9}{4}y^2 + \frac{15}{7}xy &= \left(\frac{5}{7}x + \frac{3}{2}y\right)^2 \\ &= \left(\frac{5}{7}x + \frac{3}{2}y\right)\left(\frac{5}{7}x + \frac{3}{2}y\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 - 16x + 64x^2 &= (1 - 8x)^2 \\ &= (1 - 8x)(1 - 8x) \end{aligned}$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 24

$$\begin{aligned}(5x-4)(2x+3) &+ (4x^2-9) \\ &= (5x-4)(2x+3) + (2x-3)(2x+3) \\ &= (2x+3)[(5x-4) + (2x-3)] \\ &= (2x+3)(5x-4+2x-3) \\ &= (2x+3)(7x-7)\end{aligned}$$

(5)

$$\begin{aligned}5(x+1)^2 - 20 &= 5[(x+1)^2 - 4] \\ &= 5[(x+1-2)(x+1+2)] \\ &= 5(x-1)(x+3) \\ 50 - 2x^2 &= 2(25 - x^2) = 2(5-x)(5+x)\end{aligned}$$

(6)

$$\begin{aligned}(4x+7)(5x+2) &+ (10x+4)(x+5) \\ &= (4x+7)(5x+2) + 2(5x+2)(x+5) \\ &= (5x+2)[(4x+7) + 2(x+5)] \\ &= (5x+2)(4x+7+2x+10) \\ &= (5x+2)(6x+17)\end{aligned}$$

(7)

$$\begin{aligned}(x-1)^2 &+ (3x-3)(2x+1) \\ &= (x-1)^2 + 3(x-1)(2x+1) \\ &= (x-1)[(x-1) + 3(2x+1)] \\ &= (x-1)(x-1+6x+3) \\ &= (x-1)(7x+2)\end{aligned}$$

(8)

$$\begin{aligned}x^2 - x + \frac{1}{4} &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \\ \frac{25}{4}x^2 - x + \frac{1}{25} &= \left(\frac{5}{2}x - \frac{1}{5}\right)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2 + (3x+1)^2 + 6x &= (3x+1)^2 + 2(3x+1) \quad (9) \\ &= (3x+1)(3x+1+2) \\ &= (3x+1)(3x+3)\end{aligned}$$

$$\frac{x^2}{2} - \frac{1}{8} = \frac{1}{2}\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$3x^2 - \frac{3}{4} = 3\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\begin{aligned}(2x-3)(x+1) &- 5(6x-9) \\ &= (2x-3)(x+1) - 15(2x-3) \\ &= (2x-3)[(x+1) - 15] \\ &= (2x-3)(x-14)\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}(16x^2-1) &- (4x-1)(x-3) \\ &= (4x-1)(4x+1) - (4x-1)(x-3) \\ &= (4x-1)[(4x+1) - (x-3)] \\ &= (4x-1)(4x+1-x+3) \\ &= (4x-1)(3x+4)\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}12x - 60x^2 + 75x^2 \\ &= 3x(4 - 20x + 25x) \\ &= 3x(4 + 5x)\end{aligned}$$

(4)

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تطبيقات

التطبيق 25

$$\begin{aligned}
 a &= (5x+2)(4x-3) + (5x+2)(6x+4) \\
 &= (5x+2)[(4x-3) + (6x+4)] \\
 &= (5x+2)(10x+1) \\
 b &= (4x+7)(3x-2) - (3x-2)(5x+3) \\
 &= (3x-2)[(4x+7) - (5x+3)] \\
 &= (3x-2)(-x+4) \\
 c &= (5x-4)^2 - (2x+3)^2 \\
 &= [(5x-4) - (2x+3)][(5x-4) + (2x+3)] \\
 &= (3x-7)(7x-1) \\
 d &= 4x^2 + 36x + 81 = (2x+9)^2 \\
 e &= x^2 + 1 - 2x = (x-1)^2 \\
 f &= \frac{9}{4} - x + \frac{x^2}{9} = \left(\frac{3}{2} - \frac{x}{3}\right)^2 \\
 g &= \frac{16}{25} - \frac{8}{25} + \frac{1}{25} = \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{5}\right)^2
 \end{aligned}$$

التطبيق 26

$$\begin{aligned}
 (i) \quad &105^2 - 95^2 = 2000 \\
 &102^2 - 98^2 = 800 \\
 (b) \quad &795^2 + 2 \times 795 \times 5 + 25 = 640000 \\
 (ج) \quad &1012^2 - 2 \times 1012 \times 12 + 144 = 1000000 \\
 (د) \quad &4,5^2 + 2 \times 4,5 \times 5,5 + 5,5^2 = 100 \\
 (و) \quad &1095^2 - 95^2 = 1190000 \\
 &427^2 - 327^2 = 75400
 \end{aligned}$$

التطبيق 27

$$\begin{aligned}
 E &= (a+b)^2 - (a-b)^2 \\
 &= (a+b+a-b)(a+b-a+b) \\
 &= 2a \times 2b \\
 &= 4ab
 \end{aligned}$$

$$E = 4 \times 6 = 24$$

التطبيق 28

$$\begin{aligned}
 (a+b)^2 - 2ab &= a^2 + 2ab + b^2 - 2ab \\
 &= a^2 + b^2 \\
 a^2 + b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \\
 a^2 + b^2 &= 70^2 - 2 \times 40 \\
 &= 4900 - 80 \\
 &= 4820
 \end{aligned}$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تمارين

التمرين 1

مساحة المستطيل:

$$(2x+3)(x+1) = 2x^2 + 2x + 3x + 3 \\ = 2x^2 + 5x + 3$$

مساحة المربع:

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

التمرين 2

(1

$$(4x-3)^2 = 16x^2 - 24x + 9$$

(2

$$F = 16x^2 - 24x + 9 - (x+3)(3-9x) \\ = 16x^2 - 24x + 9 - (3x - 9x^2 + 9 - 27x) \\ = 16x^2 - 24x + 9 - 3x + 9x^2 - 9 + 27x \\ = 25x^2 \\ = (5x)^2$$

(3

$F = 125$ ومنه :

$$125 = 25x^2$$

$$x^2 = \frac{125}{25} = 5$$

$$x = -\sqrt{5} \text{ أو } x = \sqrt{5} \text{ منه}$$

التمرين 4

(1

$$E = (a+1)^2 - (a-1)^2 \\ = a^2 + 2a + 1 - (a^2 - 2a + 1) \\ = a^2 + 2a + 1 - a^2 + 2a - 1 \\ = 4a$$

(2

$$E = 101^2 - 99^2 \\ = (101+99)(101-99) \\ = 200 \times 2 \\ = 400$$

التمرين 5

(1

$$2(a+b) = 28$$

ومنه

$$a+b = \frac{28}{2} = 14cm$$

$$(a+b)^2 = 14^2 = 196$$

(2

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 + 2 \times 48 + b^2 = 196$$

$$a^2 + b^2 = 196 - 96$$

$$= 100$$

(3) نرسم لطول القطر بـ K نجد:

$$K^2 = a^2 + b^2 = 100$$

$$K = \sqrt{100} = 10$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تمارين

التمرين 6

(1)

$$\begin{aligned} A &= (x-2)^2 - (x-1)(x-4) \\ &= x^2 - 4x + 4 - (x^2 - 4x - x + 4) \\ &= x^2 - 4x + 4 - x^2 + 4x + x - 4 \\ &= x \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} 9998^2 - 9999 \times 9996 \\ &= (10000 - 2)^2 - (10000 - 1)(10000 - 4) \\ &= 10000 \end{aligned}$$

التمرين 7

(1)

$$\begin{aligned} (3x+1)(5x-3) &= 15x^2 - 9x + 5x - 3 \\ &= 15x^2 - 4x - 3 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} B &= (15x^2 - 4x - 3) - (-x+1)(3x+1) \\ &= (3x+1)(5x-3) - (-x+1)(3x+1) \\ &= (3x+1)[(5x-3) - (-x+1)] \\ &= (3x+1)(5x-3+x-1) \\ &= (3x+1)(6x-4) \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} B &= 15x^2 - 4x - 3 - (-3x - x + 3x + 1) \\ &= 15x^2 - 4x - 3 + 3x + x - 3x - 1 \\ &= 15x^2 - 3x - 4 \end{aligned}$$

التمرين 8

$$\begin{aligned} (A+B)^2 &= \left[\left(\frac{1}{2}x + 3 \right) + \left(\frac{3}{4}x - 2 \right) \right]^2 \\ &= \left(\frac{2}{4}x + \frac{3}{4}x + 1 \right)^2 \\ &= \left(\frac{5}{4}x + 1 \right)^2 \\ &= \frac{25}{16}x^2 + \frac{5}{2}x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A+B)(A-B) &= \left[\left(\frac{1}{2}x + 3 \right) + \left(\frac{3}{4}x - 2 \right) \right] \left[\left(\frac{1}{2}x + 3 \right) - \left(\frac{3}{4}x - 2 \right) \right] \\ &= \left(\frac{1}{2}x + 3 + \frac{3}{4}x - 2 \right) \left(\frac{1}{2}x + 3 - \frac{3}{4}x + 2 \right) \\ &= \left(\frac{5}{4}x + 1 \right) \left(\frac{-x}{4} + 5 \right) \\ &= -\frac{5}{16}x^2 + \frac{25}{4}x - \frac{x}{4} + 5 \\ &= -\frac{5}{16}x^2 + \frac{24}{5}x + 5 \\ &= -\frac{5}{16}x^2 + 6x + 5 \end{aligned}$$

$$(B-C)^2 = \left[\left(\frac{3}{4}x - 2 \right) - \left(\frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \right) \right]^2$$

$$\begin{aligned} (B-C)^2 &= \left(\frac{9}{12}x - \frac{6}{3} - \frac{4}{12}x + \frac{5}{3} \right)^2 \\ &= \left(\frac{5}{12}x - \frac{1}{3} \right)^2 \\ &= \frac{25}{144}x^2 - \frac{5}{18}x + \frac{1}{9} \end{aligned}$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - تمارين

التمرين 9

$$\begin{aligned}E &= (9x^2 - 30x + 25) - (4x^2 + 28x + 49) \\&= (3x + 5)^2 - (2x + 7)^2 \\&= [(3x + 5) - (2x + 7)][(3x + 5) + (2x + 7)] \\&= (3x + 5 - 2x - 7)(3x + 5 + 2x + 7) \\&= (x - 2)(5x + 12)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}G &= (2x + 6)(4x - 1) - 6x^2 + 54 \\&= 2(x + 3)(4x - 1) - 6(x^2 - 9) \\&= 2(x + 3)(4x - 1) - 6(x - 3)(x + 3) \\&= (x + 3)[2(4x - 1) - 6(x - 3)] \\&= (x + 3)(8x - 2 - 6x + 18) \\&= (x + 3)(2x + 16) \\&= 2(x + 3)(x + 8)\end{aligned}$$

التمرين 10

$$\begin{aligned}C &= A - 2B = 3x - 1 - 2(x + 2) \\&= 3x - 1 - 2x - 4 \\&= x - 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D &= 2A - 3B = 2(3x - 1) - 3(x + 2) \\&= 6x - 2 - 3x - 6 \\&= 3x - 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E &= BA - B^2 = (3x - 1)(x + 2) - (x + 2)^2 \\&= 3x^2 + 6x - x - 2 - (x^2 + 4x + 4) \\&= 3x^2 + 5x - 2 - x^2 - 4x - 4 \\&= 2x^2 + x - 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F &= (x - 5)^2 - (3x - 8)^2 \\&= [(x - 5) + (3x - 8)][(x - 5) - (3x - 8)] \\&= (4x - 13)(-2x + 3)\end{aligned}$$

الحساب الحرفي المتطابقات الشهيرة - مسائل

المسألة 1

$$\begin{aligned} a \times 5 + (10 - a) \times 2 + (10 - a) \times b \\ = 5a + 20 - 2a + 10b - ab \\ = -ab + 3a + 10b + 20 \end{aligned}$$

المسألة 2

$$S = 8x \times (7x + 5) - 4 \times [(x + 5) \times x] \quad (1)$$

$$S = 56x^2 + 40x + 4(x^2 + 5x) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} &= 56x^2 + 40x + 4x^2 + 20x \\ &= 60x^2 + 60x \end{aligned}$$

$$S = 4x(15x + 5) \quad (3)$$

$$S = 60x^2 + 20x \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &= 60 \times 25^2 + 20 \times 25 \\ &= 60 \times 625 + 500 \\ &= 37500 + 500 \\ &= 38000m^2 \end{aligned}$$

المسألة 3

$$40 \times 20 \times 15 = 12000cm^2$$

المسألة 4

$$A = \pi R^2 - \pi r^2 \quad (1)$$

$$= 3,14R^2 - 3,14r^2$$

$$A = 3,14(R^2 - r^2) \quad (2)$$

$$A = 3,14(8,5^2 - 5,5^2) \quad (3)$$

$$= 3,14(72,25 - 30,25)$$

$$= 3,14 \times 42$$

$$= 131,88cm^2$$

المسألة 5

$$(1) \quad a \text{ يمثل نصف قطر الدائرة.}$$

$$(2) \quad A = a^2(4 - \pi)$$

(3)

$$A = 5^2(4 - 3,14)$$

$$= 25(4 - 3,14)$$

$$= 100 - 78,5$$

$$= 21,5cm^2$$

المسألة 6

لا يقبل محمد بهذا الاقتراح لأن مساحة الأرض المقطوعة أكبر من مساحة الأرض المعوقة
نرمز لطول أحد أضلاع أرضه بـ x فتكون مساحة الأرض قبل الاقتطاع x^2 و مساحة الأرض بعد الاقتطاع $(x-5)(x+5)$ أي $x^2 - 25$.
نلاحظ أن $x^2 > x^2 - 25$

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 1

العدد الذي يمثل حل للمعادلة $2x+5=x-3$ هو -8 لأن:

$$2(-8)+5=-16+5=-11$$

$$-8-3=-11$$

التطبيق 2

(i)

$$6x = \frac{-3}{2}$$

$$x = \frac{-3}{6} = \frac{-3}{2} \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{4}$$

(ب)

$$2+x = \frac{7}{4}$$

$$x = \frac{7}{4} - 2 = \frac{7}{4} - \frac{8}{4} = -\frac{1}{4}$$

(ج)

$$-3+x = -\frac{13}{4}$$

$$x = -\frac{13}{4} + 3 = -\frac{13}{4} + \frac{12}{4} = -\frac{1}{4}$$

(د)

$$-\frac{12}{5}x = \frac{6}{10}$$

$$x = \frac{\frac{6}{10}}{-\frac{12}{5}} = \frac{6}{10} \times \frac{-5}{12} = -\frac{1}{4}$$

إذن $-\frac{1}{4}$ هو حل لهذه المعادلات.

التطبيق 3

(i)

$$4x=0 \text{ ومنه } x=0$$

$$\frac{x}{5} = \frac{3}{15} \text{ ومنه } x = 3 \times 5 = 15 \text{ ومنه } 15x = 15 \text{ ومنه } x = \frac{15}{15} = 1$$

$$x + \frac{2}{3} = -\frac{7}{8} \text{ ومنه } x = -\frac{7}{8} - \frac{2}{3} = -\frac{37}{24}$$

(ب)

$$3(5x-1) = 30-5x$$

$$15x-3 = 30-5x$$

$$15x+5x = 30+3$$

$$20x = 33$$

$$x = \frac{33}{20}$$

(ج)

$$-4(x-2) = -3(x-2)$$

$$-4x+8 = -3x+6$$

$$-4x+3x = 6-8$$

$$-x = -2$$

$$x = 2$$

(د)

$$\frac{5x}{6} - 1 + \frac{x}{4} = x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{10x}{12} + \frac{3x}{12} - \frac{12}{12}x = -\frac{1}{2} + 1$$

$$\frac{1}{12}x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

(هـ)

$$\frac{2x-1}{5} - 3\left(\frac{x+1}{10}\right) = \frac{1-x}{5}$$

$$\frac{2x-1}{5} - \frac{3x+3}{10} = \frac{1-x}{5}$$

$$\frac{2}{5}x - \frac{3}{10}x + \frac{1}{5}x = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{10}$$

$$\frac{3}{10}x = \frac{7}{10}$$

$$x = \frac{\frac{7}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{7}{10} \times \frac{10}{3} = \frac{7}{3}$$

التطبيق 4

$$b+1 = 2 \times 1 + 1$$

$$b = 2 + 1 - 1 = 2$$

التطبيق 5

$$2(x+1) - 3(x-2) = -2(x-2)$$

$$2x+2-3x+6 = -2x+4$$

$$2x-3x+2x = 4-2-6$$

$$x = -4$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 6

(1)

$$\frac{2x+3}{2} = \frac{3x-1}{3}$$

$$x - x = -\frac{1}{3} - \frac{3}{2}$$

$$0 = -\frac{4}{3}$$

إذن لا يوجد حل لهذه المعادلة.

(2)

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x-2}{4} = \frac{5}{6}x + 2$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x - \frac{5}{6}x = 2 - \frac{1}{2} + \frac{2}{4}$$

$$-x = 2$$

$$x = -2$$

(3)

$$3x + 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}x + 6$$

$$3x - 3\sqrt{3}x = 6 - 6\sqrt{3}$$

$$3x(1 - \sqrt{3}) = 3(2 - 2\sqrt{3})$$

$$x = \frac{2(1 - \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})} = 2$$

(4)

$$2(x + \sqrt{2}) - 3 = x\sqrt{2} + 1$$

$$2x - x\sqrt{2} = 1 - 2\sqrt{2} + 3$$

$$x(2 - \sqrt{2}) = 2(2 - \sqrt{2})$$

$$x = \frac{2(2 - \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2})} = 2$$

التطبيق 7

نرمز للعدد الأول بـ x و العدد الثاني $x+1$ و العدد الثالث $x+2$ و العدد الرابع $x+3$ و العدد الخامس $x+4$
نجد:

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 75$$

و منه

$$5x + 10 = 75$$

$$5x = 75 - 10$$

$$5x = 65$$

$$x = \frac{65}{5} = 13$$

إذن الأعداد هي : 13, 14, 15, 16, 17

التطبيق 8

نرمز للعدد x بـ y نجد:

$$x = 2y$$

$$x + y = 12$$

$$2y + y = 12$$

$$3y = 12$$

$$y = \frac{12}{3} = 4$$

$$x = 2y = 2 \times 4 = 8 \text{ و منه}$$

التطبيق 9

نرمز للطول بـ L و العرض بـ l

$$l = \frac{2}{3}L$$

$$(L + l) \times 2 = 240$$

$$\left(L + \frac{2}{3}L\right) \times 2 = 240$$

$$2L + \frac{4}{3}L = 240$$

$$\frac{10}{3}L = 240$$

$$L = \frac{240}{\frac{10}{3}} = 240 \times \frac{3}{10} = 72$$

$$l = \frac{2}{3}L = \frac{2}{3} \times 72 = 48 \text{ و منه}$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 10

لدينا $\hat{S} = 2\hat{T}$ و $\hat{R} = \hat{S} + 5$

$$\hat{S} + \hat{T} + \hat{R} = 180$$

$$\hat{S} + \frac{\hat{S}}{2} + \hat{S} + 5 = 180$$

$$\frac{5}{2}\hat{S} = 180 - 5$$

$$\hat{S} = \frac{175}{\frac{5}{2}} = 175 \times \frac{2}{5} = 70^\circ$$

و منه

$$\hat{T} = \frac{\hat{S}}{2} = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

$$\hat{R} = \hat{S} + 5 = 70 + 5 = 75^\circ$$

التطبيق 11

(أ) $(9-x)(4x-1)=0$

$$\begin{cases} 9-x=0 \\ 4x-1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=9 \\ x=\frac{1}{4} \end{cases}$$

(ب)

$$2(x-3)=0$$

$$x-3=0$$

$$x=3$$

(ج)

$$x(x+1)=0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

(د)

$$3x(x-5)=0$$

$$\begin{cases} 3x=0 \\ x-5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=5 \end{cases}$$

التطبيق 12

(1)

$$(5-3x)(x-7)=0$$

$$\begin{cases} 5-3x=0 \\ x-7=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{5}{3} \\ x=7 \end{cases}$$

(2)

$$(x-1)(x-\sqrt{2})=0$$

$$\begin{cases} x-1=0 \\ x-\sqrt{2}=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=\sqrt{2} \end{cases}$$

(3)

$$\left(\frac{x}{2}-3\right)(x+1)=0$$

$$\begin{cases} \frac{x}{2}-3=0 \\ x+1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=6 \\ x=-1 \end{cases}$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 13

التطبيق 14

نرمز لهذا العدد بـ x نجد: $x^2 = 2x$ و منه

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

إذن العدد الذي مربعه يساوي ضعفه هو 2 .

التطبيق 15

(1)

$$\begin{aligned} (4x - 3)(7x + 1) &= 28x^2 + 4x - 21x - 3 \\ &= 28x^2 - 17x - 3 \end{aligned}$$

*(2)

$$\begin{aligned} (x - 1)(4x - 3) &= 4x^2 - 3x - 4x + 3 \\ &= 4x^2 - 7x + 3 \end{aligned}$$

*

$$28x^2 - 17x - 3 = 0$$

$$(4x - 3)(7x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} 4x - 3 = 0 \\ 7x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ x = -\frac{1}{7} \end{cases}$$

*

$$4x^2 = 7x - 3$$

$$4x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$(x - 1)(4x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ 4x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{3}{4} \end{cases}$$

(1)

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16 *$$

$$4x^2 - 1 = (2x - 1)(2x + 1) *$$

$$3x^2 - \frac{2}{5}x = x \left(3x - \frac{2}{5} \right) *$$

$$x^2 - 5x = x(x - 5) *$$

(2)

$$x^2 + 8x + 16 = 0 *$$

$$(x + 4)^2 = 0$$

$$x + 4 = 0$$

$$x = -4$$

$$4x^2 - 1 = 0 *$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$\begin{cases} 2x - 1 = 0 \\ 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$3x^2 - \frac{2}{5}x = 0 *$$

$$x \left(3x - \frac{2}{5} \right) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 3x - \frac{2}{5} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{15} \end{cases}$$

$$x^2 - 5x = 0 *$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 1

نرمز لطول ضلع المربع الأول بـ x , طول المربع الثاني بـ $5x$ نجد: $x^2 + (5x)^2 = 2106$ و منه
 $x^2 + 25x^2 = 2106$

$$26x^2 = 2106$$

$$x^2 = \frac{2106}{26} = 81$$

$$x = 9$$

إذن طول ضلع المربع الأول 9 وطول ضلع المربع الثاني 45.

التمرين 2

$$(7x-2)^2 - x^2 = 49x^2 - 28x + 4 - x^2 \\ = 48x^2 - 28x + 4$$

$$A = 48x^2 - 28x + 4 \\ = (7x-2)^2 - x^2 \\ = (7x-2-x)(7x-2+x) \\ = (6x-2)(8x-2)$$

$$B = (6x-2)^2 - (4x-7)(6x-2) \\ = (6x-2)[(6x-2)-(4x-7)] \\ = (6x-2)(6x-2-4x+7) \\ = (6x-2)(2x+5)$$

$$(6x-2)(8x-2) = 0 \text{ و منه } A = 0 *$$

$$\begin{cases} 6x-2=0 \\ 8x-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$(6x-2)(2x+5) = 0 \text{ و منه } B = 0 *$$

$$\begin{cases} 6x-2=0 \\ 2x+5=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$(6x-2)(8x-2) = (6x-2)(2x+5) \text{ و منه } A = B * \\ (6x-2)(8x-2) - (6x-2)(2x+5) = 0 \\ (6x-2)[(8x-2)-(2x+5)] = 0 \\ (6x-2)(8x-2-2x-5) = 0$$

$$(6x-2)(6x-7) = 0$$

$$\begin{cases} 6x-2=0 \\ 6x-7=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ x = \frac{7}{6} \end{cases}$$

التمرين 3

$$A = 4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 12 \times \frac{3}{2} + 9 \quad : x = \frac{3}{2} *$$

$$= 4 \times \frac{9}{4} + 18 + 9 \\ = 9 + 18 + 9 \\ = 36$$

$$A = 4 \times 0^2 + 12 \times 0 + 9 \quad : x = 0 * \\ = 0 + 0 + 9 \\ = 9$$

$$A = 4 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 12 \times \frac{-3}{2} + 9 \quad : x = \frac{-3}{2} *$$

$$= 4 \times \frac{9}{4} - 18 + 9 \\ = 9 - 18 + 9 \\ = 0$$

$$4x^2 + 12x + 9 = 0 \quad *$$

$$(2x+3)^2 = 0$$

$$2x+3=0$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 4

(1)

$$\frac{3x+3}{8} + \frac{3x-2}{2} = x - \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{8}x + \frac{3}{2}x - x = -\frac{5}{8} - \frac{3}{8} + 1$$

$$\frac{7}{8}x = 0$$

$$x = 0$$

(2)

$$x - \frac{x-1}{2} = 2 - \frac{x+1}{3}$$

$$x - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{6}x = \frac{7}{6}$$

$$x = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{7}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{7}{5}$$

(3)

$$2x^2 + 10x = 0$$

$$2x(x+5) = 0$$

$$\begin{cases} 2x = 0 \\ x + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -5 \end{cases}$$

(4)

$$10x^2 - 2x = 0$$

$$2x(5x-1) = 0$$

$$\begin{cases} 2x = 0 \\ 5x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{5} \end{cases}$$

(5)

$$7x^2 = -12x$$

$$7x^2 + 12x = 0$$

$$x(7x+12) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 7x + 12 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{12}{7} \end{cases}$$

التمرين 5

(1)

$$\begin{aligned} B &= (5x-2)(2x-7) - (25x^2-4) \\ &= 10x^2 - 35x - 4x + 14 - 25x^2 + 4 \\ &= -15x^2 - 39x + 18 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} B &= -15\left(\frac{2}{5}\right)^2 - 39 \times \frac{2}{5} + 18 & : x = \frac{2}{5} * \\ &= -15 \times \frac{4}{25} - \frac{78}{5} + \frac{90}{5} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= -15\left(\frac{-5}{3}\right)^2 - 39 \times \frac{-5}{3} + 18 & : x = \frac{-5}{3} * \\ &= -15 \times \frac{25}{9} + 65 + 18 \\ &= \frac{-375}{9} + 83 \\ &= \frac{372}{9} = \frac{124}{3} \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} (5x-2)(5x+2) &= 25x^2 - 4 \\ B &= (5x-2)(2x-7) - (5x-2)(5x+2) \\ &= (5x-2)[(2x-7) - (5x+2)] \\ &= (5x-2)(2x-7-5x-2) \\ &= (5x-2)(-3x-9) \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} (5x-2)(-3x-9) &= 0 \text{ و } B = 0 \text{ منه } \\ \begin{cases} 5x-2=0 \\ -3x-9=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\frac{2}{5} \\ x=-3 \end{cases} \end{aligned}$$

التمرين 6

$$(2x-8)(x-3) = 0$$

$$\begin{cases} 2x-8=0 \\ x-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x=3 \end{cases}$$

إذن إذا كان $x=4$ أو $x=3$ فإن مساحة هذا المستطيل معدومة.

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 8

التمرين 7

(1)

$$x^2 = 17 \text{ و منه } x = \sqrt{17} \text{ أو } x = -\sqrt{17}$$

$$x^2 - 3 = 1 \text{ و منه } x^2 = 4$$

$$\text{و منه } x = \sqrt{4} = 2 \text{ أو } x = -\sqrt{4} = -2$$

(2)

$$(x-9)(x+1) + 8x = 0$$

$$x^2 + x - 9x - 9 + 8x = 0$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$\text{و منه } x = \sqrt{9} = 3 \text{ أو } x = -\sqrt{9} = -3$$

(3)

$$2x^2 + 1 = x^2 + 8$$

$$2x^2 - x^2 = 8 - 1$$

$$x^2 = 7$$

$$\text{و منه } x = \sqrt{7} \text{ أو } x = -\sqrt{7}$$

التمرين 9

$$7(x+5)$$

*

$$(x+5+7) \times 2 = 32$$

*

$$2x + 24 = 32$$

$$2x = 32 - 24$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

$$A = 3x - 6 = 3(x-2)$$

*

$$B = x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$$

$$(x^2 - 9) + (2x-1)(x-3) = 0$$

*

$$(x-3)(x+3) + (2x-1)(x-3) = 0$$

$$(x-3)[(x+3) + (2x-1)] = 0$$

$$(x-3)(x+3+2x-1) = 0$$

$$(x-3)(3x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x-3 = 0 \\ 3x+2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$(x^2 - 4) - (3x-6) = 0$$

*

$$(x-2)(x+2) - 3(x-2) = 0$$

$$(x-2)[(x+2) - 3] = 0$$

$$(x-2)(x+2-3) = 0$$

$$(x-2)(x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x-2 = 0 \\ x-1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 10

$$(3x-1)(2x+5) = 6x^2 + 15x - 2x - 5 \quad *$$

$$= 6x^2 + 13x - 5$$

$$(3x-1)(x+5) - (6x^2 + 13x - 5) = 0 \quad : c = 0 *$$

$$(3x-1)(x+5) - (3x-1)(2x+5) = 0$$

$$(3x-1)[(x+5) - (2x+5)] = 0$$

$$(3x-1)(x+5-2x-5) = 0$$

$$(3x-1)(-x) = 0$$

$$\begin{cases} 3x-1=0 \\ -x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 0 \end{cases}$$

التمرين 11

$$\frac{4}{3} \text{ و } 0 \quad \boxed{\text{ب.}} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{7} \quad \boxed{\text{ب.}} \quad (2)$$

$$-6 \quad \boxed{\text{ب.}} \quad 6 \quad \boxed{\text{أ.}} \quad (3)$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - مسائل

المسألة 1

$$7x + 8x = x^2$$

$$x^2 = 15x$$

$$x^2 - 15x = 0$$

$$x(x - 15) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = 15 \end{cases}$$

إذا كان $x=15$ فإن مساحة السطح الملون يساوي مساحة السطح الغير ملون.

المسألة 2

نرمز لطول أحد أضلاع المربع بـ x نجد:

$$x^2 = (x+5)(x-3)$$

$$x^2 = x^2 - 3x + 5x - 15$$

$$x^2 - x^2 - 2x = -15$$

$$-2x = -15$$

$$x = \frac{-15}{-2} = 7,5$$

المسألة 3

(1) طريقة 1:

$$x^2 + 5x + 5x = x^2 + 10x$$

طريقة 2:

$$(x+5)^2 - 5^2 = x^2 + 10x + 25 - 25$$

$$= x^2 + 10x$$

(2)

$$x^2 + 10x = 39$$

و منه

$$(x+5)^2 - 5^2 = 39$$

$$(x+5)^2 - 25 - 39 = 0$$

$$(x+5)^2 - 64 = 0$$

$$(x+5+8)(x+5-8) = 0$$

$$(x+13)(x-3) = 0$$

$$\begin{cases} x+13 = 0 \\ x-3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -13 \\ x = 3 \end{cases}$$

$x = -13$ مرفوض لأن x عدد موجب.

إذن $x = 3$.

المسألة 4

نرمز للطول بـ L و للعرض 1 نجد:

$$(L+1) \times 2 = 38 \dots\dots\dots (1)$$

$$(L-4)(l+1) = Ll - 10$$

$$Ll + L - 4l - 4 = Ll - 10$$

$$L - 4l = -10 + 4$$

$$L - 4l = -6$$

$$L = 4l - 6$$

المعادلات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - مسائل

لكي يكون المثلث EFD قائم في E يجب أن تتحقق العلاقة : $DF^2 = EF^2 + ED^2$ أي :

$$2x^2 - 14x + 89 = 65$$

$$2x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$2(x-4)(x-3) = 0$$

$$\begin{cases} x-4=0 \\ x-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ x=3 \end{cases}$$

المسألة 7

*حساب BC : (نظرية فيثاغورث)

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2$$

$$= 16 + 9 = 25$$

$$BC = \sqrt{25} = 5cm$$

$$CE = 5 - x$$

* (نظرية طاليس) $\frac{CE}{CB} = \frac{SE}{AB}$ و منه

$$\frac{5-x}{5} = \frac{SE}{4}$$

$$5SE = 4(5-x)$$

$$5SE = 20 - 4x$$

$$SE = \frac{20-4x}{5} = 4 - 0,8x$$

(نظرية طاليس) $\frac{SC}{CA} = \frac{CE}{CB}$ و منه

$$\frac{SC}{3} = \frac{5-x}{5}$$

$$5SC = 3(5-x)$$

$$5SC = 15 - 3x$$

$$SC = \frac{15-3x}{5} = 3 - 0,6x$$

$$EB + SE + SA + AB = 9 \quad *$$

$$x + (4 - 0,8x) + [3 - (3 - 0,6x)] + 4 = 9$$

$$x + 4 - 0,8x + 0,6x + 4 = 9$$

$$2,4x + 8 - 9 = 0$$

$$2,4x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2,4} = \frac{5}{12} cm$$

بالتعويض في (1) نجد :

$$(4l - 6 + l) \times 2 = 38$$

$$10l - 12 = 38$$

$$10l = 38 + 12$$

$$10l = 50$$

$$l = \frac{50}{10} = 5m$$

بتعويض l في العلاقة (1) نجد :

$$(L + 5) \times 2 = 38$$

$$2L + 10 = 38$$

$$2L = 38 - 10$$

$$2L = 28$$

$$L = \frac{28}{2} = 14m$$

المسألة 5

نرمز لطول المربع بـ x نجد :

$$(x+2)(x+1,5) = x^2 + 34,5$$

$$x^2 + 1,5x + 2x + 3 = x^2 + 34,5$$

$$3,5x = 31,5$$

$$x = \frac{31,5}{3,5} = 9$$

إذن طول ضلع الصفحة قبل التغيير : 9cm

طول الصفحة بعد التغيير : 11cm

عرض الصفحة بعد التغيير : 10,5cm

المسألة 6

(1)

$$2(x-4)(x-3) = 2(x^2 - 3x - 4x + 12) = 2x^2 - 14x + 24$$

(2)

$$DF^2 = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$

$$EF^2 + ED^2 = (7-x)^2 + 2^2 + x^2 + 36$$

$$= 49 - 14x + x^2 + 4 + x^2 + 36$$

$$= 2x^2 - 14x + 89$$

المراجعة من الدرجة الأولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 1

التطبيق 3

$$\begin{aligned} & \text{أ) } x > 2, \quad x \geq \frac{-3}{5} \\ & \text{ب) } x < 2, \quad x > 1 \end{aligned}$$

التطبيق 4

التمثيل البياني لمجموعة حلولها	المتراجحة
	$x > -3$
	$x \leq 4$
	$x \geq 0$
	$x < 1$

التطبيق 5

(1

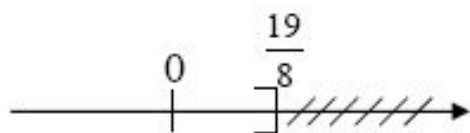
$$-4y + \frac{1}{2} \geq -9$$

$$-4y \geq -9 - \frac{1}{2}$$

$$-4y \geq -\frac{19}{2}$$

$$y \leq -\frac{19}{2} \times \frac{1}{-4}$$

$$y \leq \frac{19}{8} \text{ و منه}$$



(2) قيم y الطبيعية التي تمثل حلول المتراجحة هي :
0 ; 1 ; 2

التطبيق 1

(أ

$$4x + 7 = 3 \times 0 + 7 = 7 \dots \dots \dots (1)$$

$$2 - 3x = 2 - 3 \times 0 = 2 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن من أجل $x = 0$ فإن
 $4x + 7 > 2 - 3x$ أي 0 حل لهذه المتراجحة .

(ب

$$\begin{aligned} 4x + 7 &= 4 \times (-1) + 7 \\ &= -4 + 7 = 3 \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 - 3x &= 2 - 3(-1) \\ &= 2 + 3 = 5 \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

من (3) و (4) نستنتج أن من أجل $x = -1$ فإن
 $4x + 7 < 2 - 3x$ أي -1 ليس حل لهذه المتراجحة .

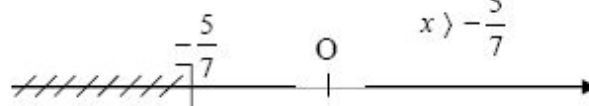
(ج

$$4x + 7 > 2 - 3x$$

$$4x + 3x > 2 - 7$$

$$7x > -5$$

$$x > -\frac{5}{7}$$



التطبيق 2

(أ

$$\begin{aligned} 3 \times 0 + 5 &\leq 4 \times 0 + 8 \\ 5 &\leq 8 \end{aligned} \quad : x = 0 \text{ *}$$

المتباينة صحيحة

$$\begin{aligned} 3(-3) + 5 &\leq 4(-3) + 8 \\ -4 &\leq -4 \end{aligned} \quad : x = -3 \text{ *}$$

المتباينة صحيحة

$$\begin{aligned} 3(5) + 5 &\leq 4 \times 5 + 8 \\ 15 + 5 &\leq 20 + 8 \\ 20 &\leq 28 \end{aligned} \quad : x = 5 \text{ *}$$

المتباينة صحيحة

(ب

$$\begin{aligned} 4 \times 0 + 3 &< -2 \times 0 + 43 \\ 3 &< 43 \end{aligned} \quad : x = 0 \text{ *}$$

المتباينة صحيحة

$$\begin{aligned} 4(-3) + 3 &< -2(-3) + 43 \\ -12 + 3 &< 6 + 43 \\ -9 &< 49 \end{aligned} \quad : x = -3 \text{ *}$$

المتباينة صحيحة

$$\begin{aligned} 4 \times 5 + 3 &< -2 \times 5 + 43 \\ 20 + 3 &< -10 + 43 \\ 23 &< 33 \end{aligned} \quad : x = 5 \text{ *}$$

المتباينة صحيحة

المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تطبيقات

التطبيق 6

(1)

$$3(2x-1)+2(5x-4) > x+4$$

$$6x-3+10x-8 > x+4$$

$$16x-x > 4+8+3$$

$$15x > 15$$

$$x > \frac{15}{15}$$

$$x > 1$$

(2)

$$-\frac{4}{7}x+4 < 0$$

$$-\frac{4}{7}x < -4$$

$$x > \frac{-4}{-\frac{4}{7}}$$

$$x > (-4) \cdot \frac{7}{-4}$$

$$x > 7$$

(3)

$$\frac{3x-2}{4} < -2$$

$$3x-2 < -8$$

$$3x < -8+2$$

$$3x < -6$$

$$x < \frac{-6}{3}$$

$$x < -2$$

(4)

$$\frac{5x+1}{6} > \frac{3x-3}{8}$$

$$\frac{5}{6}x - \frac{3}{8}x > -\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{11}{24}x > -\frac{13}{24}$$

$$x > -\frac{13}{11}$$

التطبيق 7

(1)

$$2x+3 \leq \frac{1}{5}$$

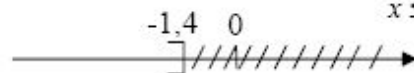
$$2x \leq \frac{1}{5} - 3$$

$$2x \leq -\frac{14}{5}$$

$$x \leq -\frac{14}{5} \times \frac{1}{2}$$

$$x \leq -\frac{14}{10}$$

$$x \leq -1,4$$



(2)

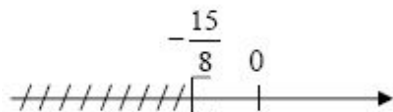
$$-\frac{2}{3}x-1 \leq \frac{1}{4}$$

$$-\frac{2}{3}x \leq \frac{1}{4} + 1$$

$$-\frac{2}{3}x \leq \frac{5}{4}$$

$$x \geq \frac{5}{4} \times \frac{-3}{2}$$

$$x \geq \frac{-15}{8}$$



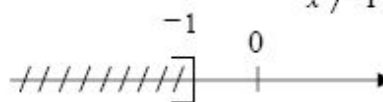
(3)

$$-4x-3 < 2x+2$$

$$-4x-2x < 3+2$$

$$-5x < 5$$

$$x > -1$$



(4)

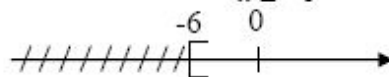
$$\frac{2}{3}x - \frac{4-x}{5} \leq x$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}x - x \leq \frac{4}{5}$$

$$-\frac{2}{15}x \leq \frac{4}{5} \quad 2,5$$

$$x \geq \frac{4}{5} \times \frac{-15}{2}$$

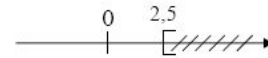
$$x \geq -6$$



المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تطبيقات

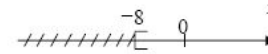
(5)

$$\begin{aligned} \frac{5}{9}x &< \frac{25}{18} \\ x &< \frac{25}{18} \times \frac{9}{5} \\ x &< \frac{25}{10} \\ x &< 2,5 \end{aligned}$$



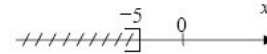
(6)

$$\begin{aligned} -\frac{3}{4}x &\leq 6 \\ x &\geq 6 \times \frac{-4}{3} \\ x &\geq -8 \end{aligned}$$



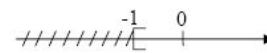
(7)

$$\begin{aligned} -x+11 &< 3x+31 \\ -x-3x &< 31-11 \\ -4x &< 20 \\ x &> \frac{-20}{4} \\ x &> -5 \end{aligned}$$



(8)

$$\begin{aligned} -2x+1 &\leq -x+2 \\ -2x+x &\leq 2-1 \\ -x &\leq 1 \\ x &\geq -1 \end{aligned}$$



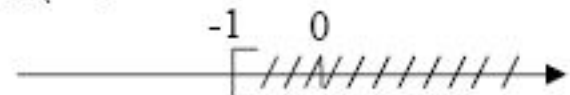
(9)

$$\begin{aligned} \frac{x+3}{4}+1 &> x+\frac{x+1}{2} \\ \frac{1}{4}x-x-\frac{1}{2}x &> \frac{1}{2}-1-\frac{3}{4} \\ \frac{-5}{4}x &> \frac{-5}{4} \\ x &< \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} \\ x &< 1 \end{aligned}$$



(10)

$$\begin{aligned} x-\frac{x}{2}+\frac{x}{3}-\frac{x}{4} &< -1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4} \\ \frac{12x}{12}-\frac{6x}{12}+\frac{4x}{12}-\frac{3x}{12} &< \frac{-12}{12}+\frac{6}{12}-\frac{4}{12}+\frac{3}{12} \\ \frac{7}{12}x &< \frac{-7}{12} \\ x &< -1 \end{aligned}$$



المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 3

$$(1) \quad \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+2)\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$$

$$(2)$$

$$x\sqrt{3}-2 > \sqrt{3}$$

$$x\sqrt{3} > \sqrt{3}+2$$

$$x > \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}}$$

$$x > \frac{3+2\sqrt{3}}{3}$$

التمرين 4

$$(1) \quad x(2x-7)=0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ 2x-7=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$(2)$$

$$4x^2=100$$

$$x^2=\frac{100}{4}=25$$

$$x=-\sqrt{25}=-5 \text{ أو } x=\sqrt{25}=5$$

$$(3)$$

$$\frac{5x+1}{6} > \frac{3x-3}{8}$$

$$\frac{5}{6}x - \frac{3}{8}x > \frac{-3}{8} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{11}{24}x > \frac{-13}{24}$$

$$x > \frac{-13}{24} \times \frac{24}{11}$$

$$x > \frac{-13}{11}$$

التمرين 1

$$P=2(b+12)=2b+24$$

*

$$P > 36$$

*

$$2b+24 > 36$$

$$2b > 36-24$$

$$2b > 12$$

$$b > 6$$

$$\text{إن } 12 \geq b > 6$$

$$S=12b$$

$$S < 144 \text{ و } 12b < 144 \text{ و منه } b < \frac{144}{12} = 12$$

$$b < 9,5 \text{ إن } 0 < b < 9,5$$

التمرين 2

$$(1)$$

$$A = \frac{3x-2}{4} = \frac{3 \times \frac{7}{3} - 2}{4} = \frac{7-2}{4} = \frac{5}{4}$$

$$(2) \text{ العدد } \frac{7}{3} \text{ حل للمترابحة } \frac{3x-2}{4} < 2 \text{ لأن إذا كان}$$

$$x = \frac{7}{3} \text{ فإن } A = \frac{5}{4} \text{ و } \frac{5}{4} < 2$$

$$(3)$$

$$\frac{3x-2}{4} < 2$$

$$\frac{3}{4}x < 2 + \frac{2}{4}$$

$$\frac{3}{4}x < \frac{10}{4}$$

$$x < \frac{10}{4} \times \frac{4}{3}$$

$$x < \frac{10}{3}$$

المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 7

(1)

$$\begin{aligned} D &= (3x-1)^2 - (x-1)(9x+6) \\ &= 9x^2 - 6x + 1 - (9x^2 + 6x - 9x - 6) \\ &= 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x + 9x + 6 \\ &= -3x + 7 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} D &\geq 1 \\ -3x + 7 &\geq 1 \\ -3x &\geq 1 - 7 \\ -3x &\geq -6 \\ x &\leq \frac{6}{3} \\ x &\leq 2 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} E &= (3x-2)^2 - 9 \\ &= (3x-2-3)(3x-2+3) \\ &= (3x-5)(3x+1) \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} E &= 0 \\ (3x-5)(3x+1) &= 0 \\ \begin{cases} 3x-5=0 \\ 3x+1=0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3x=5 \\ 3x=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\frac{5}{3} \\ x=-\frac{1}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned} 3x - 4 &\leq 5(x-1) \\ 3x - 5x &\leq -5 + 4 \\ -2x &\leq -1 \\ x &\geq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

التمرين 5

$$S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{16AC}{2} = 8AC$$

$$48 \leq 8AC \leq 72$$

$$\frac{48}{8} \leq \frac{8AC}{8} \leq \frac{72}{8}$$

$$6 \leq AC \leq 9$$

التمرين 6

(i) (1)

$$\begin{aligned} (3-4x) - (2x-1) &= 0 \\ 3-4x-2x+1 &= 0 \\ -6x+4 &= 0 \\ -6x &= -4 \end{aligned}$$

$$x = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

(ب)

$$(3-4x)(2x-1) = 0$$

$$\begin{cases} 3-4x=0 \\ 2x-1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x=-3 \\ 2x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{3}{4} \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\frac{3}{4} \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

(2)

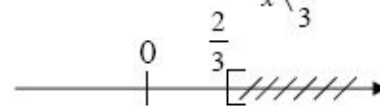
$$3-4x > 2x-1$$

$$-4x-2x > -1-3$$

$$-6x > -4$$

$$x < \frac{4}{6}$$

$$x < \frac{2}{3}$$



المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - تمارين

التمرين 9

$$P_1 = 2(8 - x + 5) = 26 - 2x : (1) \text{ محيط المستطيل}$$

$$P_2 = 2(x + 11) = 2x + 22 : (2) \text{ محيط المستطيل}$$

$$P_1 > P_2$$

$$26 - 2x > 2x + 22$$

$$-2x - 2x > 22 - 26$$

$$-4x > -4$$

$$x < 1$$

أي من أجل قيم أصغر من 1 , محيط المستطيل (1) يفوق محيط المستطيل (2).

التمرين 8

$$(1) \text{ مساحة المستطيل BCEF} = \text{مساحة المربع ABCD} - \text{مساحة المستطيل ADEF}$$

أي:

$$A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$$

$$\text{مساحة المربع : } (2x - 3)^2$$

$$\text{مساحة المستطيل : } (2x - 3)(x + 1)$$

(2)

$$A = 4x^2 - 12x + 9 - (2x^2 + 2x - 3x - 3)$$

$$= 4x^2 - 12x + 9 - 2x^2 + x + 3$$

$$= 2x^2 - 11x + 12$$

(3)

$$A = (2x - 3)[(2x - 3) - (x + 1)]$$

$$= (2x - 3)(2x - 3 - x - 1)$$

$$= (2x - 3)(x - 4)$$

(4)

$$(2x - 3)(x - 4) = 0$$

$$\begin{cases} 2x - 3 = 0 \\ x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = 4 \end{cases}$$

(5)

قيمة x التي من أجلها تكون مساحة BCEF معدومة

هي حلول المعادلة $(2x - 3)(x - 4) = 0$ أي:

$$x = \frac{3}{2} \text{ أو } x = 4$$

المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - مسائل

المسألة 1

$$S_2 < S_1$$

$$-2x + 12 < 3x$$

$$-2x - 3x < -12$$

$$-5x < -12$$

$$x > \frac{12}{5}$$

$$x > 2,4$$

المسألة 3

(1) نرسم لعرض هذه القطعة بـ: x

$$(x + 80) \times 2 < 240$$

$$80x > 300$$

(2)

$$(x + 80) \times 2 < 240$$

$$2x + 160 < 240$$

$$2x < 240 - 160$$

$$2x < 80$$

$$x < \frac{80}{2}$$

$$x < 40$$

$$80x > 300$$

$$x > \frac{300}{80}$$

$$x > 3,75$$

$$3,75 < x < 40 \quad \text{إذن}$$

المسألة 4

$$(16 + x + 7 + x) \times 2 \leq 86$$

$$(23 + 2x) \times 2 \leq 86$$

$$46 + 4x \leq 86$$

$$4x \leq 86 - 46$$

$$4x \leq 40$$

$$x \leq 10$$

(1) الجداء $10(30 - x)$ يمثل مساحة المستطيل AMND .

(2) الجداء $10x$ يمثل مساحة المستطيل MBCN .

(3)

$$300 - 10x < 40x$$

$$-10x - 40x < -300$$

$$-50x < -300$$

$$x > \frac{300}{50}$$

$$x > 6$$

(4)

$$4[10(30 - x)] = 10x$$

$$1200 - 40x = 10x$$

$$-40x - 10x = -1200$$

$$-50x = -1200$$

$$x = \frac{-1200}{-50} = 24$$

المسألة 2

(أ) (1)

$$P_1 = (x + 3) \times 2 = 2x + 6$$

$$P_2 = (6 - x + 2) \times 2 = -2x + 16$$

(ب)

$$P_1 = P_2$$

$$2x + 6 = -2x + 16$$

$$2x + 2x = 16 - 6$$

$$4x = 10$$

$$x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5$$

(أ) (2)

$$S_1 = 3x$$

$$S_2 = (6 - x) \times 2 = -2x + 12$$

(ب)

المتراجحات من الدرجة الاولى بمجهول واحد - مسائل

المسألة 5

(1) بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث AIC

نجد: $AC^2 = AI^2 + IC^2$ و منه

$$AI^2 = AC^2 - IC^2 = 64 - 9 = 55$$

$$AI = \sqrt{55} \text{ cm}$$

(2) بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث OIC

نجد: $OC^2 = OI^2 + IC^2$ و منه

$$x^2 = (AI - x)^2 + 3^2$$

$$= (\sqrt{55} - x)^2 + 9$$

$$= 55 - 2\sqrt{55}x + x^2 + 9$$

$$2\sqrt{55}x = 64$$

$$x = \frac{64}{2\sqrt{55}} = \frac{32}{\sqrt{55}}$$

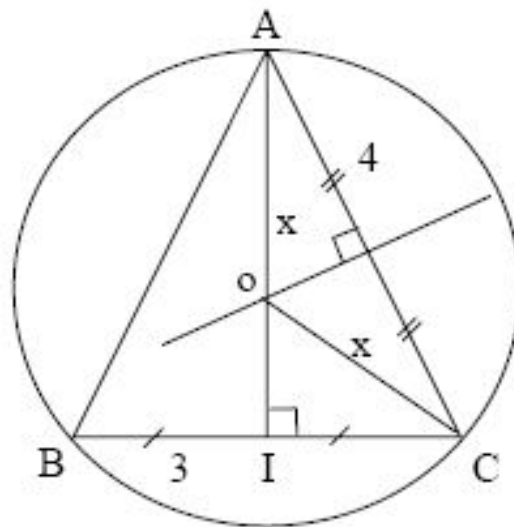
(3)

$$OI = AI - x$$

$$= \sqrt{55} - \frac{32}{\sqrt{55}}$$

$$= \frac{55}{\sqrt{55}} - \frac{32}{\sqrt{55}}$$

$$OI = \frac{23}{\sqrt{55}}$$



الدالة الخطية الدالة التآلفية - تطبيقات

التطبيق 1

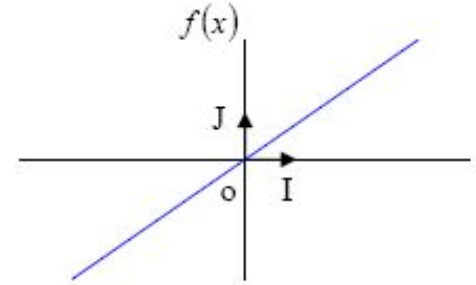
* كل من: $g(x) = \sqrt{2}$, $K(x) = -\frac{1}{3}x$ هي دالة خطية.

* كل من: $f(x) = 3x + 1$, $L(x) = \frac{x+1}{2}$ هي دالة

تآلفية.

ملاحظة: الدالة الخطية هي حالة خاصة للدالة التآلفية.

التطبيق 2

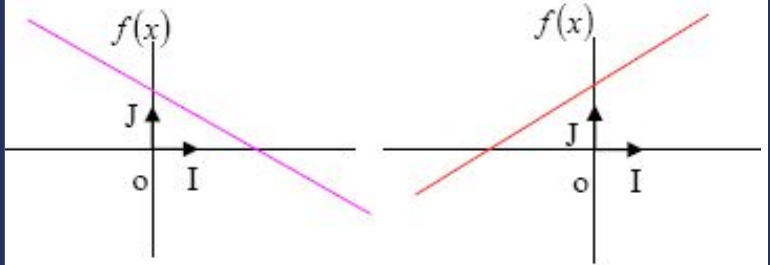


هذا تمثيل بياني لدالة خطية:

التطبيق 5

إتمام الجدول:

ترميز الدالة	معادلة المستقيم الممثل لها	
$f(x) = 5x + 2$	$f: x \rightarrow 5x + 2$	$y = 5x + 2$
$g(x) = 2x + \frac{-1}{2}$	$g: x \rightarrow 2x + \frac{-1}{2}$	$y = 2x + \frac{-1}{2}$
$h(x) = 3x$	$h: x \rightarrow 3x$	$y = 3x$
$i(x) = x + 3$	$i: x \rightarrow x + 3$	$y = x + 3$
$j(x) = \frac{-1}{2}x + 7$	$j: x \rightarrow \frac{-1}{2}x + 7$	$y = \frac{-1}{2}x + 7$



هذان التمثيلان لدالة تآلفية:

التطبيق 3

1) إيجاد $p(x)$ محيط كل شكل بدلالة x :
* المثلث:

$$p(x) = x^2 + 2 + 3 = x^{2+5}$$

* الدائرة:

$$p(x) = 2\pi x$$

* المستطيل:

$$p(x) = 2(5x + x + 1) = 12x + 2$$

2) * الدالة $p(x) = x^2 + 5$ ليست دالة خطية و لا تآلفية.

* الدالة $p(x) = 2\pi x$ هي دالة خطية.

* الدالة $p(x) = 12x + 2$ هي دالة تآلفية.

الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تطبيقات

التطبيق 6

إتمام الجمل الآتية:

(1) $f(5) = 6$ يعني أن صورة 5 بالدالة f هي 6 أو العدد الذي صورته 6 بالدالة f هو: 5 .

(2) $f(8) = 3$ يعني أن صورة 8 بالدالة f هي 3 أو العدد الذي صورته 3 بالدالة f هو: 8 .

(3) $f(3) = 1$ يعني أن صورة 3 بالدالة f هي 1 أو العدد الذي صورته 1 بالدالة f هو: 3 .

(4) $f(6) = -4$ يعني أن صورة 6 بالدالة f هي -4 أو العدد الذي صورته -4 بالدالة f هو: 6 .

(5) $f(3) = 5$ يعني أن صورة 3 بالدالة f هي 5 أو العدد الذي صورته 5 بالدالة f هو: 3 .

التطبيق 7

(1) لدينا: $f(x) = \frac{-2}{3}x$ إذن:

$$f(-2) = \frac{4}{3}, \quad f(0) = 0$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{9}, \quad f(\sqrt{3}) = \frac{-2}{3}\sqrt{3}$$

(2) تعيين العدد الذي صورته بالدالة f هي: -10

لدينا: $\frac{-2}{3}x = -10$ إذن $x = 15$

و بالتالي العدد هو 15 أي $f(15) = -10$

(3) حساب x_1 :

$$\begin{cases} f(x_1) = \frac{-2}{3}x_1 \\ f(x_1) = 8 \end{cases}$$

إذن $x_1 = -12$

* حساب x_2 :

$$\begin{cases} f(x_2) = -9 \\ f(x_2) = \frac{-2}{3}x_2 \end{cases}$$

إذن $x_2 = \frac{27}{2}$

التطبيق 8

(1) حساب $g(-1)$

لدينا $g(x) = -3$ إذن $g(-1) = 3$

(3) حساب العدد الذي صورته بالدالة g هو: 2,5

لدينا $-3x = 2,5$ ومنه $x = \frac{-2,5}{3} = \frac{-5}{6}$

أي $g\left(\frac{-5}{6}\right) = 2,5$

التطبيق 9

(1) حساب المعاملين a و b

لدينا $h(x) = ax + b$

حساب a :

$$a = \frac{h(1) - h(0)}{1 - 0} = \frac{3 - 3}{1} = 0$$

حساب b :

$$\begin{cases} h(0) = a \times 0 + b \\ h(0) = 3 \end{cases} \text{ ومنه } b = 3$$

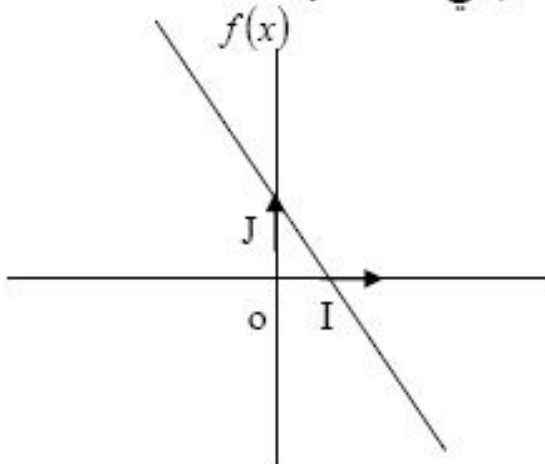
(2) $h(x) = 3$

التطبيق 10

(أ) حساب $f(0)$ و $f(1)$

لدينا $f(x) = -3x + 1$ ومنه $f(0) = 1$ و $f(1) = -2$

(ب) التمثيل البياني للدالة f :



الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تطبيقات

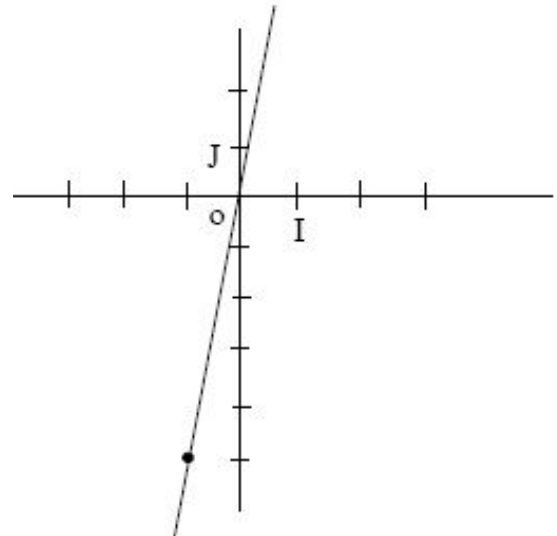
التطبيق 11

أ) حساب $g(-1)$, $g(3)$, $g\left(\frac{1}{5}\right)$

لدينا $g(x) = 5x$ ومنه

$$g(-1) = -5 , g(3) = 15 , g\left(\frac{1}{5}\right) = 1$$

ب) التمثيل البياني للدالة g :



التطبيق 12

أ) التمثيل البياني للدالتين f و g :

لتمثيل الدالتين نحتاج إلى إحداثيي نقطتين لكل دالة

$$\text{لدينا: } f(x) = 2x + 1 \text{ إذن } f(-2) = -3 , f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

$$\text{لدينا: } g(x) = -x + 4 \text{ إذن } g(1) = 3 , g(2) = 2$$

ليكن (d_1) بيان الدالة f و (d_2) بيان الدالة g

ب) قراءة قيم من التمثيل البياني:

$$f(-1) = -1 , f(2) = 5 , f(1) = 3 , f(0) = 1$$

$$g(3) = 1 , g(-1) = 5 , g(4) = 0 , g(0) = 4$$

ج) قراءة قيم x من التمثيل البياني:

$$x = 0,5 \text{ إذن } f(x) = 2$$

$$x = 1,5 \text{ إذن } f(x) = 4$$

$$x = 2,5 \text{ إذن } f(x) = 6$$

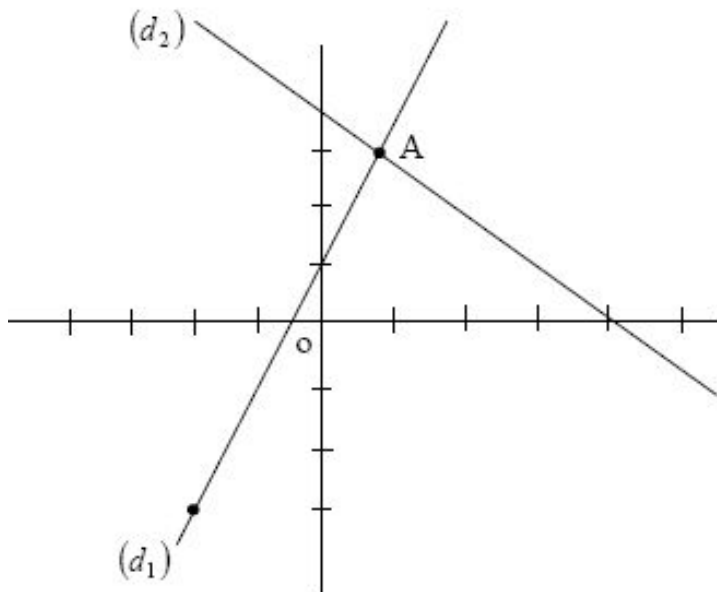
$$x = -2 \text{ إذن } g(x) = -3$$

$$x = 2 \text{ إذن } g(x) = 2$$

$$x = 5 \text{ إذن } g(x) = -1$$

د) قراءة إحداثيي نقطة تقاطع (d_1) و (d_2) :

$$A(1, 3)$$



الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تطبيقات

التطبيق 13

- (1) النقط A, B, C, D تنتمي إلى بيان الدالة f
- (2) النقطتان B, C تنتميان إلى بيان الدالة f
- (3) النقطتان A, D لا تنتميان إلى بيان الدالة f

التطبيق 14

- (1) نعين الدالة التآلفية f التي تمثلها البياني

يشمل النقطتين A, B :

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$$

النقطة $C(5, 0)$ لا تنتمي إلى بيان الدالة f

التطبيق 16

* إيجاد العامل a للدالة الخطية h من خلال التمثيل البياني :

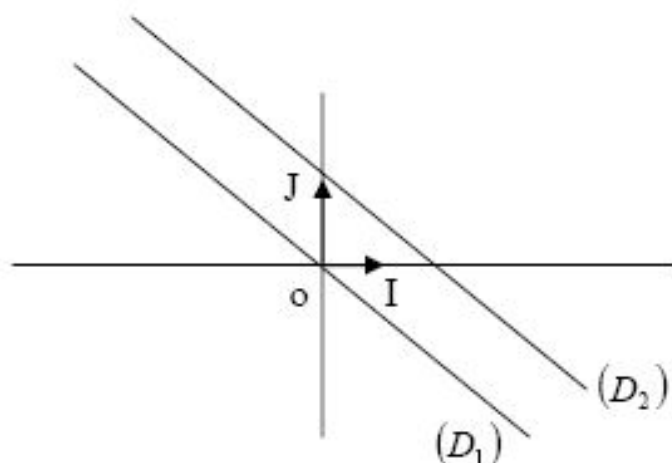
لدينا $h(-1) = 3$ معناه $-a = 3$ أي $a = -3$
ومنه $h(x) = -3x$

* إيجاد العامل a للدالة الخطية k من خلال التمثيل البياني :

لدينا $k(2) = 5$ معناه $2a = 5$ أي $a = \frac{5}{2}$
ومنه $k(x) = \frac{5}{2}x$

التطبيق 17

لا أوافق دليلة في رسم المستقيمين (D_1) و (D_2) .
إليك التمثيل الصحيح



التطبيق 18

حساب ثمن البدلة بعد التخفيض :

$$7500 - 7500 \times \frac{20}{100} = 6000DA$$

التطبيق 15

* إيجاد العاملين a و b من التمثيل البياني للدالة f :

لدينا $f(0) = 6$ معناه $b = 6$

لدينا $f(-2) = 3$ إذن

$$a = \frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{6 - 3}{2} = \frac{3}{2}$$

ومنه $f(x) = \frac{3}{2}x + 6$

* إيجاد العاملين a و b من التمثيل البياني للدالة g :

لدينا $g(0) = -4$ معناه $b = -4$

لدينا $g(-2) = 2$ إذن

$$a = \frac{g(0) - g(-2)}{0 - (-2)} = \frac{-4 - 2}{2} = -3$$

ومنه $g(x) = -3x - 4$

الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تطبيقات

التطبيق 19

حساب ثمن النقل بعد الزيادة:

$$y = \left(1 + \frac{5}{100}\right) \times 12500 = 13125DA$$

إذن ثمن النقل بعد الزيادة هو : 13125DA.

التطبيق 20

حساب محتوى الخزان بعد إنقاص 30%

$$5 - 5 \times \frac{30}{100} = 3,5m^3$$

حساب محتوى الخزان بعد إضافة 20% من محتواه

$$3,5 + 3,5 \times \frac{20}{100} = 4,2m^3 = 4200L$$

التطبيق 21

كتابة الدوال الخطية على شكل نسب مئوية:

$$g(x) = \frac{70}{100}x$$

$$i(x) = \frac{300}{100}x$$

$$h(x) = \frac{200}{100}x$$

$$f(x) = \left(1 + \frac{8}{100}\right)x$$

التطبيق 22

(1) ملئ الجدول بحيث النسبة هي: 16%

	أخذ 16% من x	زيادة x بـ 16%	خفض x بـ 16%
العبارة الجبرية	$\frac{16}{100}x = 0,16x$	$x + \frac{16}{100}x = \left(1 + \frac{16}{100}\right)x = 1,16x$	$x - \frac{16}{100}x = \left(1 - \frac{16}{100}\right)x = 0,84x$
لدالة الخطية	$x \rightarrow 0,16x$	$x \rightarrow 1,16x$	$x \rightarrow 0,84x$
معامل الدالة الخطية	0,16	1,16	0,84

(2) ملئ الجدول بحيث النسبة هي: 90%

	أخذ 90% من x	زيادة x بـ 90%	خفض x بـ 90%
العبارة الجبرية	$\frac{90}{100}x = 0,9x$	$x + \frac{90}{100}x = \left(1 + \frac{90}{100}\right)x = 1,9x$	$x - \frac{90}{100}x = \left(1 - \frac{90}{100}\right)x = 0,1x$
لدالة الخطية	$x \rightarrow 0,9x$	$x \rightarrow 1,9x$	$x \rightarrow 0,1x$
معامل الدالة الخطية	0,9	1,9	0,1

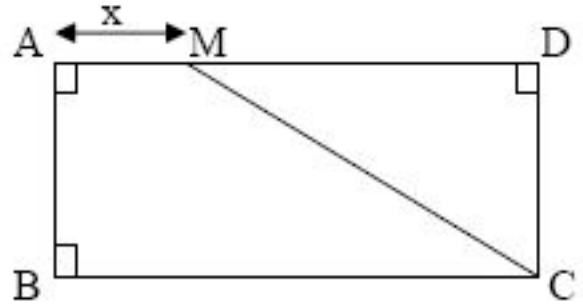
(3) ملئ الجدول بحيث النسبة هي: 45%

	أخذ 45% من x	زيادة x بـ 45%	خفض x بـ 45%
العبارة الجبرية	$\frac{45}{100}x = 0,45x$	$x + \frac{45}{100}x = \left(1 + \frac{45}{100}\right)x = 1,45x$	$x - \frac{45}{100}x = \left(1 - \frac{45}{100}\right)x = 0,55x$
لدالة الخطية	$x \rightarrow 0,45x$	$x \rightarrow 1,45x$	$x \rightarrow 0,55x$
معامل الدالة الخطية	0,45	1,45	0,55

الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تمارين

التمرين 1

إيجاد العبارة التي تمثل $S(x)$ مساحة المستطيل ABCM :

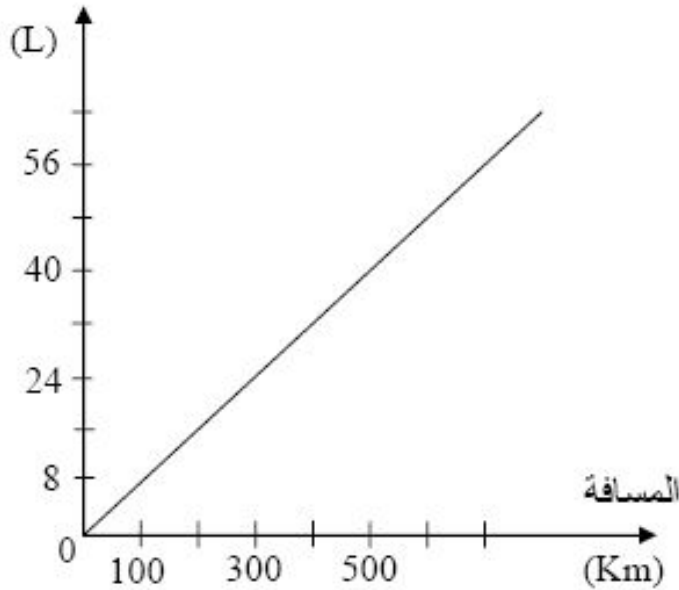


8	100
Y	x

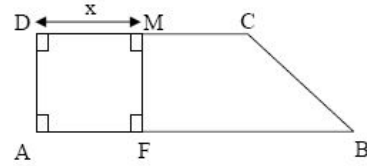
أي $\frac{8}{y} = \frac{100}{x}$ ومنه $y = 0,08x$

لنمثل بيانياً المستقيم الذي معادلته : $y = 0,08x$ من خلال التمثيل، حجم البنزين في الخزان بعد قطع مسافة 500Km هو : 0L
أي الخزان فارغ وهذا يعني أن السيارة ستتوقف بعد قطع هذه المسافة.

سعة الخزان



$$S(x) = \frac{(x+5) \times 4}{2} = 2x + 10$$



1) حساب مساحة شبه المنحرف ABCD :

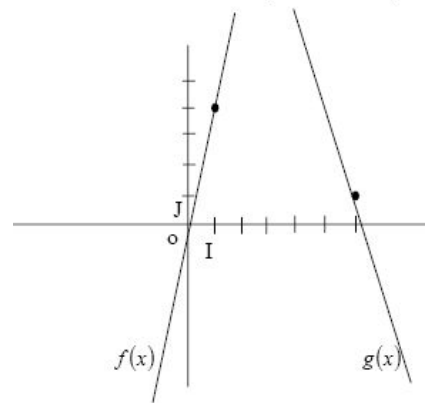
$$S = \frac{(5+8) \times 4}{2} = 26$$

3) أ) السؤال غير مفهوم (يحذف).

ب) حساب $F(x)$ مساحة المستطيل ADMF :

$$F(x) = 4x$$

ج) التمثيل البياني للدالة f :



4) أ) إيجاد العبارة $g(x)$ مساحة شبه المنحرف BCMF :

$$g(x) = \frac{[(5-x) + (8-x)] \times 4}{2} = -4x + 26$$

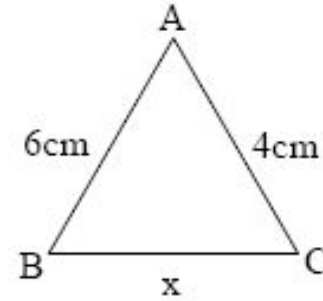
ب) التمثيل البياني للدالة g .

لدينا : $f(5) = 6$ و $f(6) = 1$

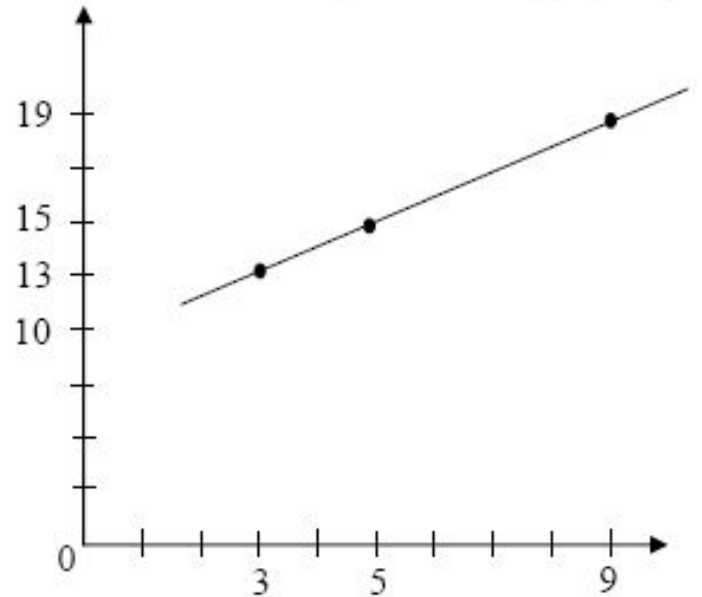
الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تمارين

التمرين 4

* حساب المحيط y للمثلث ABC :
 $y = x + 10$



التمثيل البياني لهذه الدالة من أجل $3 \leq x \leq 9$



من خلال التمثيل البياني لدينا:

من أجل $x = 5$ فإن المحيط هو : $15cm$
المحيط $16,5cm$ فإن الطول BC أو x هو $5,5cm$ أي
 $BC = x = 5,5cm$

التمرين 5

الإجابة الصحيحة لكل سؤال هي:

- (1) ← ج
- (2) ← أ
- (3) ← ب

التمرين 6

قيمة الزيادة (DA)	نسبة الزيادة (%)	ثمن السلعة (DA)	
40	10,53	380	الزيت
80	13,34	600	اللحم
2,4	16	15	الحليب

التمرين 7

الدالة الخطية الموافقة لكل وضعية:

- (1) $f(x) = 0,07x$
- (2) $f(x) = 1,07x$
- (3) $f(x) = 0,93x$
- (4) $f(x) = 0,25x$
- (5) $f(x) = 1,54x$
- (6) $f(x) = 0,53x$
- (7) $f(x) = 1,68x$
- (8) $f(x) = 0,58x$

التمرين 8

إتمام الجدول:

نقصان x بـ 1%	$0,99x$
زيادة x بـ 38%	$1,38x$
نقصان x بـ 50%	$0,5x$
زيادة x بـ 60%	$1,6x$
زيادة x بـ 175%	$2,75x$
نقصان x بـ 76%	$0,24x$
نقصان x بـ 11%	$0,89x$
زيادة x بـ 72,5%	$1,725x$

الدالة الخطية - الدالة التآلفية - تمارين

التمرين 9

- (1) عبارة الدالة الخطية التي تربط بين الثمن x لسلعة و ثمنها $f(x)$ بعد التخفيض بـ 25% :
 $f(x) = 0,75x$
- (2) السعر المخفض للفتة كل سلعة هو :

1050DA	←	1400DA
1125DA	←	1500DA
1650DA	←	2200DA

التمرين 10

- (1)
 لدينا : $g(x) = ax$
 حساب a :
 ثمن الحداد هو : 1500DA .
 ثمن الحداد بعد التخفيض هو : 1000DA .
 إذن : $a = \frac{1000}{1500} = 0,67$
- (2)
 نسبة التخفيض :
 $\frac{1000}{1500} = \frac{1}{3} = 67\%$

التمرين 11

- (1) كتابة y بدلالة x :
 $y = 0,8x$

- (2) حساب ثمن السروال بعد التخفيض :
 $y = 0,8 \times 1200$
 $y = 960DA$

إذن ثمن السروال بعد التخفيض هو : 960DA .

- (3) حساب ثمن سلعة قبل التخفيض :
 $2880 = 0,8x$
 $x = \frac{2880}{0,8} = 3600$

ثمن سلعة قبل التخفيض هو : 3600DA .

الدالة الخطية - الدالة التآلفية - مسائل

المسألة 1

1) حساب وزن الماء:

$$75 \times \frac{80}{100} = 60Kg$$

حساب حجم الماء:
لدينا:

$$1g \rightarrow 1cm^3$$

$$60Kg \rightarrow x cm^3$$

$$60Kg = 60000g$$

$$x = 6000cm^3 = 60L$$

إذن حجم الماء هو: 60L.

2) حساب وزن شخص حجمه 50L :
لدينا:

$$60Kg \rightarrow 60L$$

$$xKg \rightarrow 50L$$

$$x = 50Kg$$

المسألة 2

لنبين هل السبيكة مغشوشة:

حساب حجم السبيكة:

$$19,3g \rightarrow 1cm^3$$

$$500g \rightarrow x$$

$$x = 25,9cm^3$$

بما أن $25,9cm^3 < 27cm^3$ فإن السبيكة مغشوشة.

المسألة 3

حساب الفرق الزمني بين رؤية شخص للبرق وسماعه للزعرور
ليكن v_1 سرعة الضوء وليكن v_2 سرعة الصوت.

$$\text{لدينا: } v_1 = \frac{d}{t_1} \quad v_2 = \frac{d}{t_2}$$

$$\text{أي } t_2 = \frac{d}{v_2} \quad \text{و } t_1 = \frac{d}{v_1}$$

حساب الفرق:

$$t_2 - t_1 = \frac{d}{v_2} - \frac{d}{v_1} = \frac{10}{344} - \frac{10}{3 \times 10^8} \approx 0.029064s$$

المسألة 4

إيجاد الدالة التآلفية f الرابطة بين درجة الحرارة الفهرنهايتية
و بدلالة درجة الحرارة بالسليسيوس .

$$\text{لدينا: } f(100) = 212, f(0) = 32$$

$$\text{لدينا: } f(x) = ax + b$$

$$\text{حساب } a: a = \frac{f(100) - f(0)}{100 - 0} = 1.8$$

$$\text{حساب } b: b = 32$$

$$\text{إذن: } f(x) = 1.8x + 32$$

درجات الحرارة في نظام الفهرنهايت

$$41^\circ F \leftarrow 5^\circ C$$

$$68^\circ F \leftarrow 20^\circ C$$

$$98.6^\circ F \leftarrow 37^\circ C$$

$$50^\circ F \leftarrow 10^\circ C$$

كتابة درجات الحرارة في نظام السليسيوس:

$$10^\circ C \leftarrow 50^\circ F$$

$$-5^\circ C \leftarrow 23^\circ F$$

$$-17.8^\circ C \leftarrow 0^\circ F$$

المسألة 5

1) كتابة $x(t)$ بدلالة t في كل مرحلة من خلال التمثيل
البياني:

$$\text{المرحلة 1: } x(t) = 90t$$

$$\text{المرحلة 2: } x(t) = 0t$$

$$\text{المرحلة 3: } x(t) = 80$$

2) ميل المستقيم في كل مرحلة يمثل سرعة السيارة.

3) المسافة الكلية المقطوعة هي: 240km

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تطبيقات

التطبيق 1

(1) الحل المناسب لهذه الجملة هو : $(-2, 1)$

(2)

$$x + y = -1$$

$$x = -y - 1$$

نعوض x في المعادلة رقم (2) نجد:

$$2(-y - 1) + y = -3$$

$$-2y - 2 + y = -3$$

$$-y = -3 + 2$$

$$-y = -1$$

$$y = 1$$

نعوض y بقيمتها في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x = -1 - 1 = -2$$

إذن الثنائية $(-2, 1)$ هي حل لهذه الجملة.

التطبيق 2

* نضرب طرفي المعادلة رقم (1) في -1 نجد:

$$-x + y = 1$$

$$-x + y = 1$$

$$x - 2y = 2$$

بالجمع نجد: $-y = 3$ ومنه $y = -3$

نضرب طرفي المعادلة رقم (1) في -2 نجد:

$$-2x + 2y = 2$$

$$-2x + 2y = 2$$

$$x - 2y = 2$$

بالجمع نجد: $-x = 4$ ومنه $x = -4$

إذن الثنائية $(-4, -3)$ هي حل لهذه الجملة.

* نضرب طرفي المعادلة رقم (2) في -2 نجد:

$$-2x + 4y = -6$$

$$-2x + 4y = -6$$

$$2x - 3y = -2$$

بالجمع نجد: $y = -8$

* نضرب طرفي المعادلة رقم (1) في 2 و طرفي

المعادلة رقم (2) في -3 نجد:

$$4x - 6y = -4$$

$$-3x + 6y = -9$$

بالجمع نجد: $x = -13$

إذن الثنائية $(-13, -8)$ هي حل لهذه الجملة.

$$\begin{cases} \frac{x-2}{4} = \frac{2}{3} - \frac{1-y}{6} \\ \frac{x-1}{2} + \frac{y+2}{3} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x-6}{12} = \frac{8}{12} - \frac{2-2y}{12} \\ \frac{3x-3}{6} + \frac{2y+4}{6} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-6 = 8-2+2y \\ 3x-3+2y+4 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-2y = 12 \\ 3x+2y = 0 \end{cases}$$

بالجمع نجد: $6x = 12$ ومنه $x = \frac{12}{6} = 2$

$$\begin{cases} 3x-2y = 12 \\ 3x+2y = 0 \end{cases}$$

بالطرح نجد: $-4y = 12$ ومنه $y = \frac{12}{-4} = -3$

إذن الثنائية $(2, -3)$ هي حل لهذه الجملة.

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تطبيقات

التطبيق 3

إذن الثنائية (4 , 6) هي حل لهذه الجملة.

*

$$\begin{cases} x\sqrt{3} - y\sqrt{2} = \sqrt{5} \dots\dots\dots(1) \\ x\sqrt{6} + 2y = \sqrt{10} \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

نضرب طرفي المعادلة رقم (1) في العدد $\sqrt{2}$ نجد:

$$x\sqrt{6} - 2y = \sqrt{10} \dots\dots\dots(3)$$

$$2y = \sqrt{10} - x\sqrt{6}$$

$$y = \frac{\sqrt{10} - x\sqrt{6}}{2}$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) نجد:

$$x\sqrt{6} - 2 \frac{\sqrt{10} - x\sqrt{6}}{2} = \sqrt{10}$$

$$x\sqrt{6} - 10 + x\sqrt{6} = \sqrt{10}$$

$$2\sqrt{6}x = \sqrt{10} + \sqrt{10}$$

$$2\sqrt{6}x = 2\sqrt{10}$$

$$x = \frac{2\sqrt{10}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

نعوض قيمة x في المعادلة رقم (2) نجد:

$$y = \frac{\sqrt{10} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{10} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2}$$

$$y = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{10}}{2} = 0$$

إذن الثنائية $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}, 0 \right)$ هي حل لهذه الجملة.

*

$$\begin{cases} 0,3x + 0,4y = 0,5 \\ 0,5x - 0,2y = 1,7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \dots\dots\dots(1) \\ 5x - 2y = 17 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

$$3x + 4y = 5 \dots\dots\dots(1)$$

$$5x - 2y = 17 \dots\dots\dots(2)$$

$$3x + 4y = 5$$

$$3x = 5 - 4y$$

$$x = \frac{5 - 4y}{3}$$

نعوض x بـ $\frac{5 - 4y}{3}$ في المعادلة رقم (2) نجد:

$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = -2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = -2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{2y}{4} = \frac{-8}{4} \\ \frac{3x}{6} + \frac{2y}{6} = \frac{24}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3x}{6} + \frac{2y}{6} = \frac{24}{6} \\ x - 2y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y = -8 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$$

$$x - 2y = -8 \text{ و } x = 2y - 8$$

نعوض x بـ $2y - 8$ في المعادلة رقم (2) نجد:

$$3(2y - 8) + 2y = 24$$

$$6y - 24 + 2y = 24$$

$$8y = 24 + 24$$

$$8y = 48$$

$$y = 6$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x = 2 \times 6 - 8$$

$$x = 12 - 8$$

$$x = 4$$

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تطبيقات

$$\begin{cases} \frac{4}{3}(x+y) + \frac{2}{3}(x-y) = 1 \\ \frac{2}{3}(x+y) + \frac{3}{4}(x-y) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4x+4y}{3} + \frac{2x-2y}{3} = \frac{3}{3} \\ \frac{8x+8y}{12} + \frac{9x-9y}{12} = \frac{12}{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+2y=3 \dots\dots\dots(1) \\ 17x-y=12 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

$$17x - y = 12$$

$$y = 17x - 12$$

نعوض y بـ $17x - 12$ في المعادلة رقم (1) نجد:

$$\begin{aligned} 6x + 2(17x - 12) &= 3 \\ 6x + 34x - 24 &= 3 \\ 40x &= 27 \\ x &= \frac{27}{40} \end{aligned}$$

نعوض قيمة x في المعادلة رقم (2) نجد:

$$y = 17 \times \frac{27}{40} - 12 = -\frac{21}{40}$$

إذن الثنائية $\left(\frac{27}{40}, -\frac{21}{40} \right)$ هي حل لهذه الجملة.

$$\begin{aligned} 5\left(\frac{5-4y}{3}\right) - 2y &= 17 \\ \frac{25-20y}{3} - \frac{6y}{3} &= \frac{51}{3} \\ -26y &= 51 - 25 \\ -26y &= 26 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x = \frac{5-4 \times (-1)}{3} = \frac{5+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

إذن الثنائية $(3, -1)$ هي حل لهذه الجملة.

*

$$\begin{cases} \frac{4x-1}{3} + \frac{2y-3}{2} = 0 \\ \frac{x-y}{2} - \frac{2x+1}{3} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{8x-2}{6} + \frac{6y-9}{6} = 0 \\ \frac{3x-3y}{6} - \frac{4x+2}{6} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x+6y-11=0 \dots\dots\dots(1) \\ -x-3y-2=0 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -x-3y-2 &= 0 \\ -x &= 3y+2 \\ x &= -3y-2 \end{aligned}$$

نعوض x بـ $-3y-2$ في المعادلة رقم (1) نجد:

$$\begin{aligned} 8(-3y-2) + 6y - 11 &= 0 \\ -24y - 16 + 6y - 11 &= 0 \\ -18y &= 27 \\ y &= \frac{-27}{18} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) نجد:

$$x = -3\left(-\frac{3}{2}\right) - 2 = \frac{9}{2} - \frac{4}{2} = \frac{5}{2}$$

إذن الثنائية $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2} \right)$ هي حل لهذه الجملة.

*

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تطبيقات

التطبيق 4

نرمز للمستقيم الذي معادلته $2x + y = 2$ بـ (d)

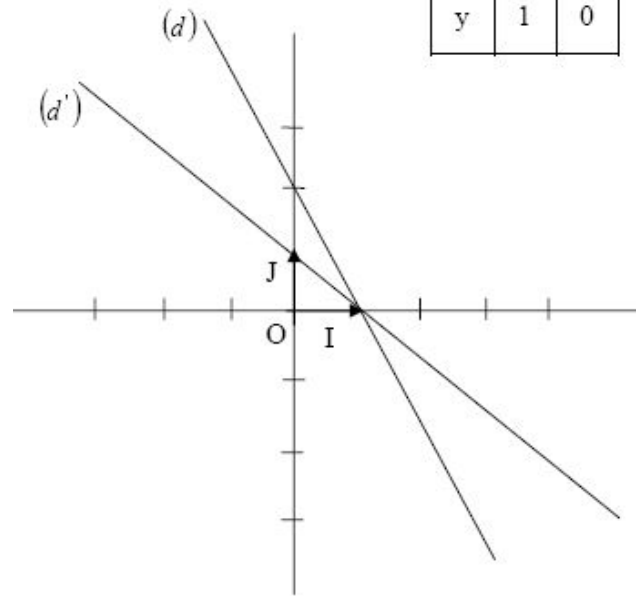
نرمز للمستقيم الذي معادلته $x + y = 1$ بـ (d')

(d)

x	0	1
y	2	0

(d')

x	0	1
y	1	0



النقطة I هي الحل البياني لهذه الجملة .

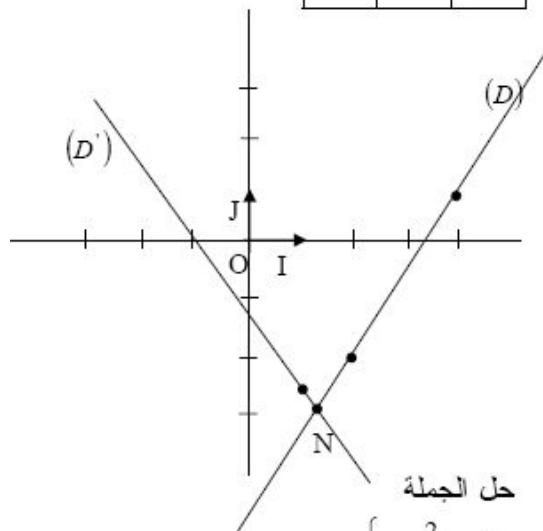
التطبيق 5

(D)

x	2	4
y	-2	1

(D')

x	1	0
y	-2,5	-1



حل الجملة

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x - 5 \\ y = -\frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$$

بالجمع نجد: $2y = -6$ و منه $y = -3$
نعوض قيمة y في المعادلة رقم (2) نجد:

$$-3 = -\frac{3}{2}x - 1$$

$$\frac{3}{2}x = 3 - 1$$

$$\frac{3}{2}x = 2$$

$$x = \frac{2}{\frac{3}{2}} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

إذن الثنائية $\left(\frac{4}{3}, -3 \right)$ هي حل لهذه الجملة.

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تمارين

التمرين 1

$$F(1) = 2 \text{ ومنه } A(1, 2)$$

$$F(-1) = 0 \text{ ومنه } B(-1, 0)$$

$$a + b = 2 \text{ ومنه } a \times 1 + b = 2 \text{ ومنه } F(1) = 2$$

$$-a + b = 0 \text{ ومنه } a(-1) + b = 0 \text{ ومنه } F(-1) = 0$$

نحل جملة المعادلتين:

$$\begin{cases} a + b = 2 \dots\dots\dots (1) \\ -a + b = 0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\text{بالجمع نجد: } 2b = 2 \text{ ومنه } b = 1$$

نعوض قيمة b في المعادلة رقم (1) نجد:

$$a + 1 = 2$$

$$a = 2 - 1 = 1$$

$$\text{إذن } F: x \rightarrow x + 1$$

التمرين 2

$$g(-4) = -10 \text{ ومنه } T(-4, -10)$$

$$g(2) = 5 \text{ ومنه } M(2, 5)$$

$$-4a + b = -10 \text{ ومنه } g(-4) = -10$$

$$2a + b = 5 \text{ ومنه } g(2) = 5$$

لحساب a, b نحل الجملة:

$$\begin{cases} -4a + b = -10 \dots\dots\dots (1) \\ 2a + b = 5 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\text{بالطرح نجد: } -6a = -15 \text{ ومنه } a = \frac{-15}{-6} = \frac{5}{2}$$

نعوض قيمة a في المعادلة رقم (2) نجد:

$$2 \times \frac{5}{2} + b = 5$$

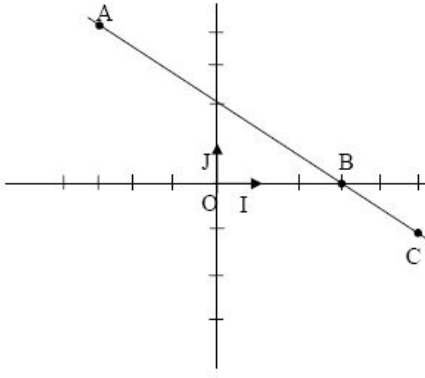
$$5 + b = 5$$

$$b = 0$$

$$\text{إذن } g: x \rightarrow \frac{5}{2}x$$

(MT) يعين تمثيلا بيانيا لدالة خطية لأن b = 0

التمرين 3



نعين الدالة F التي تمثلها يمثل النقطة A, B.

$$A(-3, 4) \text{ ومنه } F(-3) = 4 \text{ ومنه } -3a + b = 4$$

$$B(3, 0) \text{ ومنه } F(3) = 0 \text{ ومنه } 3a + b = 0$$

نحل الجملة:

$$\begin{cases} -3a + b = 4 \dots\dots\dots (1) \\ 3a + b = 0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\text{بالجمع نجد: } 2b = 4 \text{ ومنه } b = \frac{4}{2} = 2$$

نعوض قيمة b في المعادلة رقم (2) نجد:

$$3a + 2 = 0$$

$$3a = -2$$

$$a = -\frac{2}{3}$$

$$\text{إذن } F: x \rightarrow -\frac{2}{3}x + 2$$

$$F(5) = -\frac{2}{3} \times 5 + 2 = \frac{-10}{3} + \frac{6}{3} = -\frac{4}{3}$$

إذن C تنتمي إلى التمثيل البياني لـ F أي النقطة C, B, A في استقامة.

التمرين 5

نرمز لقارورة مشروبات غازية بـ x و لقارورة

عصير بـ y نجد:

$$\begin{cases} 20x + 30y = 1400 \\ 7x + y = 205 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 140 \dots\dots\dots (1) \\ 7x + y = 205 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$y = 205 - 7x \text{ ومنه } 7x + y = 205$$

نعوض y بـ 205 - 7x في المعادلة رقم (1) نجد:

$$2x + 3(205 - 7x) = 140$$

$$2x + 615 - 21x = 140$$

$$-19x = -475$$

$$x = \frac{-475}{-19} = 25$$

نعوض قيمة x في المعادلة رقم (2) نجد:

$$y = 205 - 7 \times 25 = 30$$

إذن ثمن قارورة المشروب الغازي هو 25DA

ثمن قارورة العصير هو 30DA

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تمارين

التمرين 9

نرمز لعدد الدجاج بـ x و عدد الأرناب بـ y نجد:

$$\begin{cases} x + y = 78 \\ 2x + 4y = 218 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 78 \dots\dots\dots(1) \\ x + 2y = 109 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

بالطرح نجد: $-y = -31$ ومنه $y = 31$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x + 31 = 78$$

$$x = 78 - 31 = 47$$

إذن عدد الدجاج هو 47 و عدد الأرناب هو 31.

التمرين 10

نرمز للعددين بـ x, y : نجد:

$$\begin{cases} x + y = 286 \\ x = 4y + 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 286 \dots\dots\dots(1) \\ x - 4y = 21 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

بالطرح نجد: $5y = 265$ ومنه $y = \frac{265}{5} = 53$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x + 53 = 286$$

$$x = 286 - 53 = 233$$

إذن العددين هما : 53, 233 .

التمرين 6

نرمز لعدد الكتب التي سمكها 3cm بـ x ولعدد الكتب التي سمكها 5cm بـ y نجد:

$$\begin{cases} x + y = 42 \dots\dots\dots(1) \\ 3x + 5y = 150 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

$$x + y = 42 \text{ ومنه } x = 42 - y$$

نعوض $x = 42 - y$ في المعادلة رقم (2) نجد:

$$3(42 - y) + 5y = 150$$

$$126 - 3y + 5y = 150$$

$$2y = 24$$

$$y = \frac{24}{2} = 12$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x = 42 - 12 = 30$$

إذن عدد الكتب التي سمكها 3cm هو 30
عدد الكتب التي سمكها 5cm هو 12 .

التمرين 7

$$\begin{cases} x = y + 20 \\ x + y = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 20 \dots\dots\dots(1) \\ x + y = 180 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

بالجمع نجد: $2x = 200$ ومنه $x = \frac{200}{2} = 100^\circ$

نعوض قيمة x في المعادلة رقم (2) نجد:

$$100 + y = 180$$

$$y = 180 - 100 = 80^\circ$$

التمرين 8

$$\begin{cases} \hat{S} = \hat{T} + 20 \\ \hat{S} + \hat{T} = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{S} - \hat{T} = 20 \dots\dots\dots(1) \\ \hat{S} + \hat{T} = 90 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

بالجمع نجد: $2\hat{S} = 110$ ومنه $\hat{S} = \frac{110}{2} = 55^\circ$

نعوض قيمة $\hat{S}$ في المعادلة رقم (2) نجد:

$$55 + \hat{T} = 90$$

$$\hat{T} = 90 - 55 = 35^\circ$$

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - تمارين

التمرين 11

نرمز للمبلغ الأول بـ a و للمبلغ الثاني بـ b نجد :

$$\begin{cases} a + b = 50000000 \\ \frac{8}{100}a + \frac{12}{100}b = 50800000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 50000000 \dots\dots\dots(1) \\ 8a + 12b = 508000000 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

$a + b = 50000000$ ومنه $a = 50000000 - b$

نعوض a بـ $50000000 - b$ في المعادلة رقم (2) نجد :

$$8(50000000 - b) + 12b = 508000000$$

$$400000000 - 8b + 12b = 508000000$$

$$4b = 108000000$$

$$b = \frac{108000000}{4} = 27000000$$

نعوض قيمة b في المعادلة رقم (1) نجد :

$$a = 50000000 - 27000000 = 23000000$$

إذن المبلغ الأول يقدر بـ : 23000000DA

و المبلغ الثاني يقدر بـ : 27000000DA

التمرين 12

نرمز لهذا الكسر بـ $\frac{a}{b}$ نجد :

$$\begin{cases} \frac{a+1}{b-1} = 1 \\ \frac{a}{b+1} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 1 = b - 1 \\ 2a = b + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = -2 \dots\dots\dots(1) \\ 2a - b = 1 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

نضرب طرفي المعادلة (1) في -1 نجد :

$$-a + b = 2$$

$$a = 3 \text{ بالجمع } \begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a - b = 1 \end{cases}$$

نعوض قيمة a في المعادلة رقم (1) نجد :

$$-b = -2 - 3 \text{ ومنه } 3a - b = -2$$

$$b = 5 \text{ ومنه } -b = -5$$

إذن الكسر هو : $\frac{3}{5}$

التمرين 14

$$\begin{cases} L + \frac{1}{5}L + l = 22,4 \\ L + l - \frac{1}{5}l = 18,4 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} L + \frac{20}{100} \times L + l = 22,4 \\ L + l - \frac{20}{100} \times l = 18,4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6}{5}L + \frac{5}{5}l = \frac{112}{5} \\ \frac{5}{5}L + \frac{4}{5}l = \frac{92}{5} \end{cases} \text{ منه } \begin{cases} 6L + 5l = 112 \dots\dots\dots(1) \\ 5L + 4l = 92 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

$$5L + 4l = 92 \text{ ومنه } 5L = 92 - 4l \text{ ومنه } L = \frac{92 - 4l}{5}$$

نعوض L في المعادلة رقم (1) نجد :

$$6 \times \frac{92 - 4l}{5} + 5l = 112 \text{ ومنه } 6 \times \frac{92 - 4l}{5} + 5l = 112$$

$$l = 560 - 552 \text{ ومنه } \frac{552 - 24l}{5} + \frac{25l}{5} = \frac{560}{5}$$

$$l = 8 \text{ ومنه } l = 8 \text{ cm}$$

نعوض قيمة l في المعادلة رقم (2) نجد :

$$L = \frac{60}{5} \text{ ومنه } L = \frac{92 - 4 \times 8}{5}$$

$$L = 12 \text{ ومنه } L = 12 \text{ cm}$$

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - مسائل

المسألة 1

$$t_1 = \frac{d_1}{60} \text{ منه } t_1 = \frac{d_1}{V_1} \text{ منه } V_1 = \frac{d_1}{t_1}$$

$$t_2 = \frac{d_2}{52} \text{ منه } t_2 = \frac{d_2}{V_2} \text{ منه } V_2 = \frac{d_2}{t_2}$$

$$t = \frac{d_1}{60} = \frac{d_2}{52} \text{ إذن } t_1 = t_2$$

$$t = \frac{d_1}{60} = \frac{d_2}{52} = \frac{d_1 + d_2}{60 + 52} = \frac{196}{112} = 1,75$$

1 ساعة 75 جزء من 100 يمثل 1 ساعة و 45 دقيقة

$$6h30mn + 1h45mn = 7h75mn = 8h15mn$$

إذن على الساعة 8 و 15 دقيقة تتلاقى فيها السيارة مع الدراجة النارية

$$d_1 = 60 \times 1,75 = 105m \text{ منه } d_1 = V_1 t_1 \text{ منه } V_1 = \frac{d_1}{t_1}$$

المسألة 2

نرمز بطول الحديقة ب L و عرضها ب l نجد :

$$\begin{cases} L - 3 = l + 6 \\ (L - 3)(l + 6) = Ll + 78 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L - l = 6 + 3 \\ Ll + 6L - 3l - 18 = Ll + 78 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L - l = 9 \dots\dots(1) \\ 6L - 3l = 96 \dots\dots(2) \end{cases}$$

$$L = 9 + l \text{ ومنه } L - l = 9$$

نعوض L في المعادلة رقم (2) نجد :

$$6(9 + l) - 3l = 96$$

$$54 + 6l - 3l = 96 \text{ منه } 3l = 96 - 54 \text{ منه } 3l = 42 \text{ منه } l = \frac{42}{3}$$

$$l = 14 \text{ منه } l = \frac{42}{3}$$

نعوض قيمة l في المعادلة رقم (1) نجد : L = 9 + 14

$$L = 23$$

إذن الطول 23m و العرض 14m .

المسألة 3

$$\begin{cases} x - y = -3 \\ (x - y)(x + y) = 6 \end{cases} \text{ منه } \begin{cases} x - y = -3 \\ x^2 - y^2 = 6 \end{cases} *$$

$$\begin{cases} x - y = -3 \dots\dots(1) \\ x + y = -2 \dots\dots(2) \end{cases}$$

$$x = \frac{-5}{2} \text{ منه } 2x = -5 \text{ بالجمع نجد}$$

نعوض قيمة x في المعادلة (1) نجد :

$$y = \frac{1}{2} \text{ منه } y = \frac{-5}{2} + \frac{6}{2} \text{ منه } -\frac{5}{2} - y = -3$$

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ (x + y)(x - y) = 40 \end{cases} \text{ منه } \begin{cases} x + y = 20 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{cases} *$$

$$\begin{cases} x + y = 20 \dots\dots(1) \\ x - y = 2 \dots\dots(2) \end{cases}$$

$$x = \frac{22}{2} = 11 \text{ منه } 2x = 22 \text{ بالجمع نجد}$$

نعوض قيمة x في المعادلة (1) نجد :

$$y = 20 - 11 = 9 \text{ منه } 11 + y = 20$$

المسألة 4

$$\text{منه } \begin{cases} AC + BC = 108 - 27 \\ AC^2 = BC^2 - AB^2 \end{cases}$$

$$\text{منه } \begin{cases} AC + BC = 81 \\ AC^2 - BC^2 = -729 \end{cases}$$

$$\text{منه } \begin{cases} AC + BC = 81 \\ (AC + BC)(AC - BC) = -729 \end{cases}$$

$$\text{بالجمع نجد } \begin{cases} AC + BC = 81 \dots\dots(1) \\ AC - BC = 9 \dots\dots(2) \end{cases}$$

$$2AC = 90$$

$$AC = \frac{90}{2} = 45cm \text{ منه}$$

نعوض AC بقيمته في المعادلة رقم (1) نجد :

$$45 + BC = 81$$

$$BC = 81 - 45 = 36cm$$

جملة معادلتين من الدرجة 1 بمجهولين - مسائل

المسألة 5

(1)

$$2(x + y) = 18$$

$$xy = 18$$

(2)

$$(x + y)^2 - 4xy = x^2 + y^2 + 2xy - 4xy$$

$$= x^2 + y^2 - 2xy \dots \dots \dots (1)$$

$$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن :

$$(x + y)^2 - 4xy = (x - y)^2$$

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

$$= \left(\frac{18}{2}\right)^2 - 4 \times 18$$

$$= 9^2 - 72$$

$$= 81 - 72$$

$$= 9$$

$$x - y = \sqrt{9} = 3 \quad (3)$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \dots \dots \dots (1) \\ x + y = 9 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \dots \dots \dots (1) \\ x + y = 9 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

بالجمع نجد :

$$x = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm} \quad \text{منه} \quad 2x = 12$$

نعوض قيمة x في المعادلة (2) نجد :

$$y = 9 - 6 = 3 \text{ cm} \quad \text{منه} \quad 6 + y = 9$$

المسألة 6

نرمز لعدد الدراجات النارية ب x و عدد السيارات ب y

نجد :

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ 2x + 4y = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ \frac{2x + 4y}{2} = \frac{180}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 70 \dots \dots \dots (1) \\ x + 2y = 90 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 70 \dots \dots \dots (1) \\ x + 2y = 90 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

بالطرح نجد :

$$y = 20 \quad \text{منه} \quad -y = -20$$

نعوض قيمة y في المعادلة (1) نجد :

$$x = 70 - 20 = 50 \quad \text{منه} \quad x + 20 = 70$$

إن عدد الدراجات النارية هو 50 و عدد سيارات الأجرة هو 20 .

المسألة 7

(1)

$$\begin{cases} AB + AC = 14\sqrt{5} \\ AB = AC + 2\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB + AC = 14\sqrt{5} \\ AB = AC + 2\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB + AC = 14\sqrt{5} \dots \dots \dots (1) \\ AB - AC = 2\sqrt{5} \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} AB + AC = 14\sqrt{5} \dots \dots \dots (1) \\ AB - AC = 2\sqrt{5} \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

بالجمع نجد :

$$AB = \frac{16\sqrt{5}}{2} = 8\sqrt{5} \quad \text{منه} \quad 2AB = 16\sqrt{5}$$

نعوض قيمة AB في المعادلة (1) نجد :

$$AC = 14\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = 6\sqrt{5} \quad \text{منه} \quad 8\sqrt{5} + AC = 14\sqrt{5}$$

(2)

إذا كان ABC قائم في A فإن :

(نظرية فيثاغورث) ومنه $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$BC^2 = (8\sqrt{5})^2 + (6\sqrt{5})^2$$

$$= 64 \times 5 + 36 \times 5$$

$$= 320 + 180$$

$$= 500$$

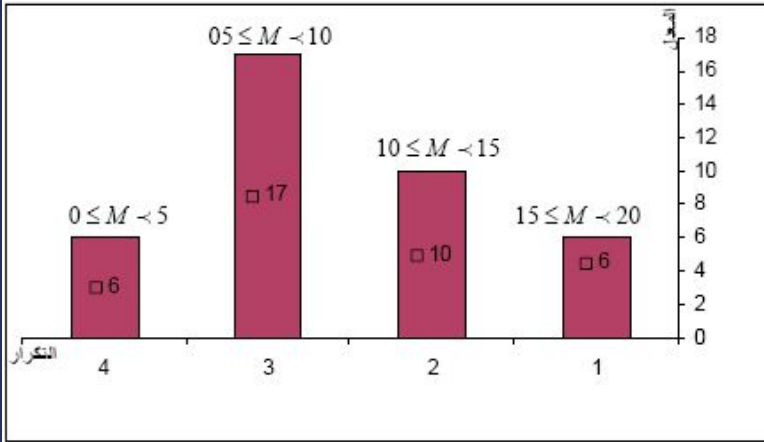
$$BC = \sqrt{500} = 10\sqrt{5} \quad \text{منه}$$

الإحصاء - تمارين

التمرين 4

$x = 39$ (التكرار المجمع المتناقص الأخير)

المعدل (M)	$0 \leq M < 5$	$05 \leq M < 10$	$10 \leq M < 15$	$15 \leq M < 20$
التكرار	6	17	10	6



التمرين 6

$$\frac{10 \times 20 + 20 \times 25 + 30 \times 5 + 40 \times 30}{20 + 25 + 5 + 30}$$

الوسط الحسابي:

$$\frac{2050}{80} \approx 25.63$$

$$\frac{40}{2} = 20 \text{ الوسيط}$$

تمرين 8 ص 147:

$$\frac{0+14}{2} \times \frac{34.21}{100} + \frac{14+64}{2} \times \frac{61.72}{100} + \frac{65+95}{2} \times \frac{4.07}{100} = 2.39 + 24.07 + 3.25 \approx 30$$

معدل عمر الجزائريين هو 30 سنة.

❖ نسبة الجزائريين الذين تقل أعمارهم عن 64 سنة:

$$34.21 + 61.72 = 95.93$$

$$32.08 \times \frac{95.93}{100} \approx 31 \text{ مليون نسمة}$$

التمرين 1

(1) التكرار النسبي لمساحة وهران هو: $P = \frac{1}{6}$

(2) التكرار النسبي لمساحات الولايات التي تفوق 100000 Km^2 هو $\frac{5}{6}$

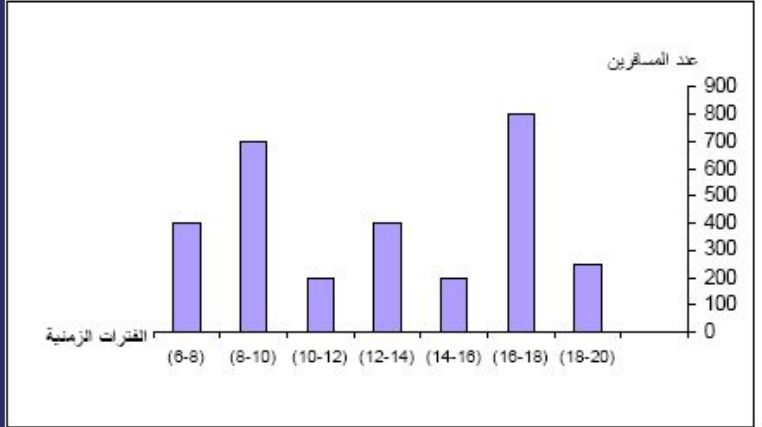
$$1 - P = 1 - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$1 - P = \frac{5}{6} \text{ إذن}$$

أي التكرار النسبي لمساحات الولايات التي تفوق 100000 Km^2 يساوي الفرق بين التكرار النسبي الكلي و التكرار النسبي لمساحة وهران.

التمرين 2

(1)



(2) عدد المسافرين في الفترة الصباحية هو: 1300 مسافر.

(3) التكرار النسبي للفترة الصباحية: $\frac{1300}{3000} \approx 0.43$

التمرين 3

عدد تلاميذ القسم هو 40 تلميذ (التكرار المجمع المتزايد الأخير)

المعدل (M)	$0 \leq M < 5$	$05 \leq M < 10$	$10 \leq M < 15$	$15 \leq M < 20$
التكرار	6	18	11	5

الإحصاء - تمارين

التمرين 7

تواريخ الازدياد	1989	1990	1991
عدد التلاميذ	7	21	2
أعمار التلاميذ	18	17	16

(1) معدل سنة 2000:

$$\frac{2171 + 3656 + 11 + 9318 + 1584}{5}$$

$$= \frac{16740}{5} = 3348$$

معدل سنة 2001:

$$\frac{2003 + 4373 + 16 + 26567 + 1637}{5} = \frac{3459.6}{5} = 6919.2$$

معدل سنة 2002:

$$\frac{1919 + 4184 + 21 + 19514 + 1544}{5} = \frac{27182}{5} = 5436.4$$

معدل سنة 2003:

$$\frac{2005 + 4372 + 22 + 42000 + 1613}{5} = \frac{50012}{5} = 10002.4$$

(2) نسبة إنتاج الحبوب في كل سنة:

$$\frac{9318 \times 100}{16740} = 55.66\% \text{ سنة 2000}$$

$$\frac{26567 \times 100}{34596} = 76.79\% \text{ سنة 2001}$$

$$\frac{19514 \times 100}{27182} = 71.79\% \text{ سنة 2002}$$

$$\frac{42000 \times 100}{50012} = 83.97\% \text{ سنة 2003}$$

(3) نسبة إنتاج الحبوب في السنوات الأربع:

$$\frac{(9318 + 26567 + 19514 + 42000) \times 100}{16740 + 34596 + 27182 + 50012} = \frac{9739900}{128530} \approx 75.78\%$$

(1) وسط تاريخ ازديادهم:

$$\frac{1989 \times 7 + 1990 \times 21 + 1991 \times 2}{2 + 21 + 7}$$

$$= \frac{59695}{30} = 1989.83$$

$$(2) \text{ وسط أعمارهم: } \frac{16 \times 2 + 17 \times 21 + 18 \times 7}{2 + 21 + 7} = \frac{515}{30} \approx 17$$

التمرين 9

$\leq a < 20$	$20 \leq a < 40$	$40 \leq a < 60$	$60 \leq a < 80$	$80 \leq a < 100$
218°	54°	44°	27°	17°
61	15	12	7.5	4.5
305	75	60	37	23
10	30	50	70	90

وسط أعمار سكان الحي:

$$\frac{10 \times 305 + 30 \times 75 + 50 \times 60 + 70 \times 37 + 90 \times 23}{305 + 75 + 60 + 37 + 23}$$

$$= \frac{12960}{500} \approx 25.92$$

التمرين 10

$$(1) \text{ الوسط الحسابي } = \frac{\text{مجموع}}{\text{عدد}} = \frac{\text{النقاط}}{\text{النقاط}}$$

$$\frac{196.25}{26} \approx 7.54$$

$$(2) \text{ النقطة الوسطية: } \frac{7 + 7.5}{2} = \frac{14.5}{2} = 7.25$$

$$(3) \text{ مدى نقاط القسم: } 13 - 2.5 = 10.5$$

(4) العدد هو 8:

$$\text{النسبة: } \frac{8 \times 100}{26} = \frac{800}{26} \approx 31\% \text{ بما أن } 31\% \text{ من التلاميذ}$$

تحصلوا على نقطة تفرق أو تساوي 10 فإن نتائج القيم ضعيفة.

الإحصاء - تمارين

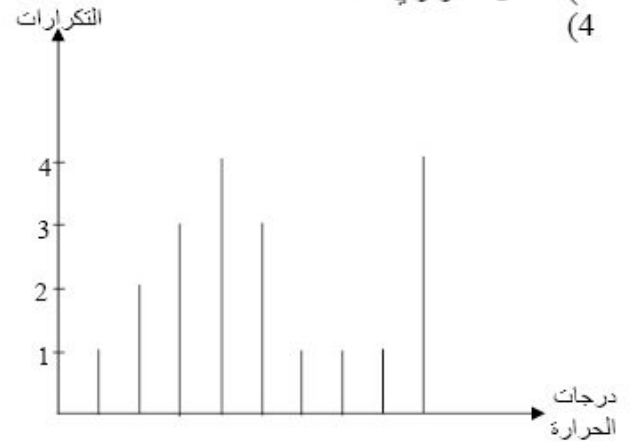
التمرين 12

درجات الحرارة (C°)	9	11	14	15	17	18	19	20	28
التكرارات	1	2	3	4	3	1	1	1	4

$$\frac{9 \times 1 + 11 \times 2 + 14 \times 3 + 15 \times 4 + 17 \times 3 + 18 \times 1 + 19 \times 1 + 20 \times 1 + 28 \times 4}{1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 1 + 1 + 1 + 4} = \frac{353}{20} = 17.65^\circ\text{C}$$

$$(2) \text{ القيمة الوسيطة: } \frac{15 + 17}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$(3) \text{ المدى الحراري: } 28 - 9 = 19$$



(5) منوال هذه الدرجات الحرارية هو 15 و 28

(6) عدد درجات الحرارة الأقل من 17°C و 10

نسبة درجات الحرارة الأكبر من 20°C :

$$\frac{4 \times 100}{20} = 20\%$$

التمرين 13

(1) عدد المشتركين في النادي:

$$1 + 4 + 3 + 4 + 5 + 6 = 23$$

(2)

الأعمار	12	13	14	15	16	17
التكرارات	3	4	6	5	4	1
التواترات	0.13	0.17	0.26	0.22	0.17	0.04
التكرارات المجمعة	23	20	16	10	5	1
المتناقصة						

(3) عدد المشتركين الذين تفوق أعمارهم 14 سنة :

$$5 + 4 + 1 = 10$$

النسبة المئوية للمشاركين الذين أعمارهم 14 سنة:

$$\frac{6 \times 100}{23} \approx 26\%$$

(4) معدل الأعمار المشتركين في النادي:

$$\frac{12 \times 3 + 13 \times 4 + 14 \times 6 + 15 \times 5 + 16 \times 4 + 17}{3 + 4 + 6 + 5 + 4 + 1}$$

$$= \frac{328}{23} \approx 14.26$$

(5) العمر الوسيط هو 14 سنة:

(6) مدى الأعمار المشتركين: 17 - 12 = 5

التمرين 14

تكرار القيم الأصغر تماماً من 1g/l هو: 12

تكرار القيم الأكبر من 1g/l هو: 21

القيمة الوسيطة لنسبة السكر في الدم لهذه العينة هي: 1.06

$$\frac{35.39}{34} = 1.04 \text{ هي: متوسط نسبة السكر في الدم للعينة هي:}$$

التمرين 15

القيم	1	2	3	4	5
التكرارات	12	9	14	10	5
التكرارات	12	21	35	45	50
التكرارات المتجمعة	50	38	290	15	58
المتناقصة					
التواترات المتجمعة	0.24	0.42	0.7	0.9	1
المتزايدة					
التواترات المتجمعة	1	0.76	0.58	0.3	0.1
المتناقصة					

$$\frac{12 + 9 \times 2 + 14 \times 3 + 10 \times 4 + 5 \times 5}{12 + 9 + 14 + 10 + 5} = \frac{137}{50} = 2.74$$

الوسيط هو: 14

الإحصاء - مسائل

المسألة 1

$$\frac{\bar{x} + 5 + 5 + 8 + 89 + 9 + y}{7} = 7$$

$$\frac{x + 36 + y}{7} = 7$$

$$x + y = 49 - 36 \quad \text{منه} \quad x + y + 36 = 49$$

$$x + y = 13 \quad \text{منه}$$

$$y - x = 7$$

لدينا

$$\begin{cases} x + y = 13 \dots\dots(1) \\ y - x = 7 \dots\dots(2) \end{cases} \quad \text{نحل الجملة:}$$

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ y - x = 7 \end{cases}$$

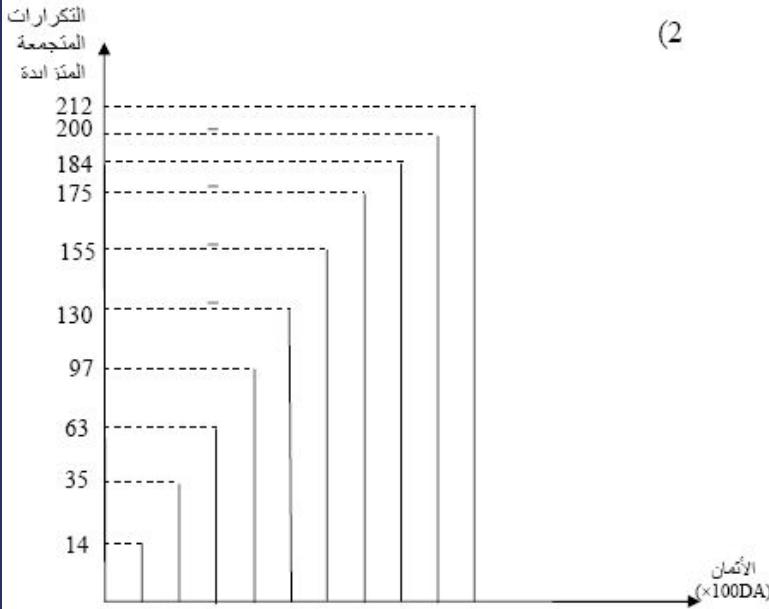
$$\text{بالجمع نجد:} \quad 2y = 20$$

$$y = 10 \quad y = \frac{20}{2}$$

نعوض قيمة y في المعادلة رقم (1) نجد:

$$x + 10 = 13 \quad \text{منه} \quad x = 13 - 10 \quad \text{منه} \quad x = 3$$

المسألة 2



(3) التكرار الكلي هو 212 منه الوسيط هو 106 منه التكرار 97
الوسيط ينتمي إلى الفئة $2000 < \text{التمن} \leq 1500$ ذات

(4) التكرار النسبي للبضائع التي أثمانها محصورة بين 4500DA, 2500DA

$$\frac{25 + 20 + 9 + 16}{212} \approx 0.33$$

المسألة 3

مراكز الفئات	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	150
مراكز الفئات	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	150
المتجمعة المترتبة	80	100	113	117	120	122	
التكرارات	80	100	113	117	120	122	
التكرارات	80	100	113	117	120	122	
فئات الأجر ($\times 10^3$)	35 ≤	40 ≤	45 ≤	50 ≤	55 ≤	60 ≤	65

(1) عدد عمال المؤسسة هو 122 عامل (مجموع

التكرارات).

(1) عدد عمال المؤسسة هو 122 عامل (مجموع

التكرارات).

$$(3) \quad \text{عدد} = \frac{122}{2} = 61$$

الوسيط هو الأجر الواحد وستون وينتمي إلى الفئة الأولى أي $15 < \text{الأجر} \leq 10$

الأثمان (DA)	<5	<10	<15	<20	<25	<30	<35	<40	<45	<50
الأثمان ($\times 100$)	14	35	63	97	130	155	175	184	200	212
التكرارات المتجمعة	14	21	28	34	33	25	20	9	16	12
مراكز الفئات	250	750	1250	1750	2250	2750	3250	3750	4250	4750
الجاءات	3500	15750	35000	59500	74250	68750	65000	33750	68000	57000

(1)

الوسيط الحسابي المتوازن: = مجموع الجاءات / مجموع التكرارات

$$\frac{480500}{212} = 2266.5$$

الإحصاء - مسائل

المسألة 4

نرمز لعدد عمال المؤسسة الأولى بـ x نجد:
 $\frac{2}{5}x$ عاملا حديثو التوظيف.

$\frac{3}{5}x$ باقي العمال.

$$x = 10 \text{ منه} \quad \frac{3}{5}x = 63 \quad \frac{2}{5}x = 42$$

إذن عدد عمال المؤسسة الأولى هو 105

نرمز لعدد عمال المؤسسة الثانية بـ y نجد: $\frac{5}{7}y$ عدد العمال الباقون.

$$y = 42 \text{ منه} \quad \frac{5}{7}y = 30 \quad y = 30 \times \frac{7}{9} = 35$$

إذن عمال المؤسسة الثانية هو: 42

	المؤسسة الأولى	المؤسسة الثانية
عدد العمال	105	42
عدد العمال حديثو التوظيف	42	30
عدد العمال القدماء	63	12
متوسط الأجر	13800	13285.7
الأجر الوسيط	15000	13000

(1)

❖ في المؤسسة الأولى عدد العمال القدماء أكبر من عدد العمال حديثو التوظيف.

في المؤسسة الثانية عدد العمال حديثو التوظيف أكبر من عدد العمال القدماء.

❖ متوسط الأجر في المؤسسة الأولى أكبر من متوسط الأجر في المؤسسة الثانية.

❖ الأجر الوسيط في المؤسسة الأولى أكبر من الأجر الوسيط في المؤسسة الثانية.

(2) النسبة المئوية لعمال المؤسسة الأولى الذين

يتقاضون أجر يقل عن معدل أجور المؤسسة هو 40%.

النسبة المئوية لعمال المؤسسة الثانية هو 71%

إذن يوجد عدد أكبر من العمال في المؤسسة الثانية يتقاضون أجورا تقل عن معدل الأجور في مؤسستهم.

المسألة 5

(1) العدد الكلي لقطع الغيار هو 360 قطعة
 (2) الوسط:

$$\frac{440 + 450 + 460 + 470 + 480 + 490 + 500}{7} = 470g$$

وسيط هو 470g.

(3) نسبة قطع الغيار التي يفوق وزنها تماما 480g .

$$\frac{(490 \times 30 + 500 \times 24) \times 100}{169460} \approx 16\%$$

(4) نسبة قطع الغيار التي يفوق وزنها تماما 460g .

$$\frac{(440 \times 10 + 450 \times 34) \times 100}{169460} \approx 12\%$$

(5) النسبة المئوية لقطع الغيار الصالحة للاستعمال:

$$\frac{(460 \times 88 + 470 \times 94 + 480 \times 80) \times 100}{169460} \approx 73\%$$

(6) وسط الوزن لقطع الغيار الصالحة للاستعمال:

$$\frac{460 \times 88 + 470 \times 94 + 480 \times 80}{88 + 94 + 80} = \frac{123060}{262} \approx 469.7g$$

المسألة 6

(2) سنة 2001 كان أكبر تدفق للاستثمار.

(3) بين سنتي 2000 و 2001 كان أسرع تطور

لتدفق للاستثمار.

(4) معادلة المستقيم الممثل لتدفق للاستثمار بدلالة السنوات في المرحلة الأخيرة.

$$\frac{1.2 - 1}{2003 - 2002} = \frac{0.2}{1} = 0.2$$

$$y = 0.2x + t$$

نعوض y بـ 1.2 و x بـ 2003 نجد:

$$1.2 = 0.2 \times 2003 + t$$

$$t = 1.2 - 400.6$$

$$t = -399.6$$

نعوض x بـ 2007 نجد:

$$y = 0.2 \times 2007 - 399.6$$

$$y = 2$$

إذن قيمة تدفق الاستثمار لسنة 2007 هو 2.

نظرية طالس- تطبيقات

التطبيق 1

الحالة (1) :

يمكن تطبيق نظرية طالس لأن $L \in (PM)$ و $N \in (PO)$ و $(LN) \parallel (MO)$

الحالة (2) :

لا يمكن تطبيق نظرية طالس لأن (CB) لا يوازي (ED)

الحالة (3) :

لا يمكن تطبيق نظرية طالس لأن $R \notin (VM)$ و $R \notin (HQ)$

الحالة (4) :

لا يمكن تطبيق نظرية طالس لأن $G \notin (FS)$ و $K \notin (FT)$

التطبيق 2

حساب الطول ER :

حسب نظرية طالس : $\frac{ER}{EF} = \frac{EL}{EG}$ منه

$$\frac{ER}{25,5} = \frac{8,1}{15,3}$$

$$15,3ER = 25,5 \times 8,1$$

$$15,3ER = 206,55$$

$$ER = \frac{206,55}{15,3}$$

$$ER = 13,5cm$$

حساب الطول FG :

حسب نظرية طالس : $\frac{EL}{EG} = \frac{LR}{FG}$ و منه

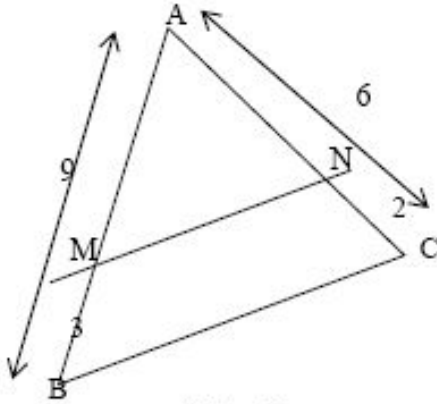
$$\frac{8,1}{15,3} = \frac{18,9}{FG}$$

$$8,1FG = 18,9 \times 15,3$$

$$8,1FG = 289,17$$

$$FG = \frac{289,17}{8,1} = 35,7cm$$

التطبيق 3



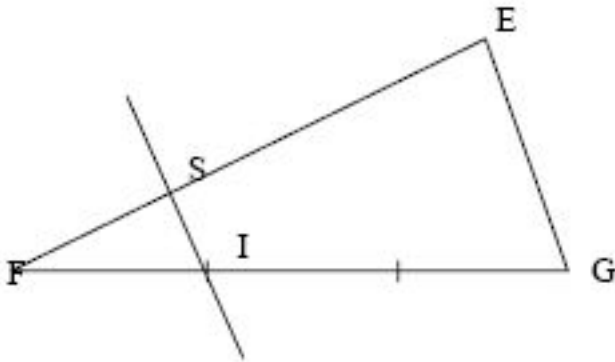
$$\frac{AC}{NC} = \frac{6}{2} = 3 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{AB}{BM} = \frac{9}{3} = 3 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن :

$\frac{AC}{NC} = \frac{AB}{BM}$ و منه $(BC) \parallel (MN)$ حسب عكس نظرية طالس.

التطبيق 4



بما أن : $FI = \frac{1}{3}FG$ فإن $GI = \frac{2}{3}FG$

حسب نظرية طالس : $\frac{ES}{EF} = \frac{GI}{GF}$ و منه

$$\frac{ES}{EF} = \frac{\frac{2}{3}FG}{FG} = \frac{2}{3}$$

نظرية طالس - تطبيقات

التطبيق 5

$$\frac{AC}{AE} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} \dots\dots\dots(1)$$

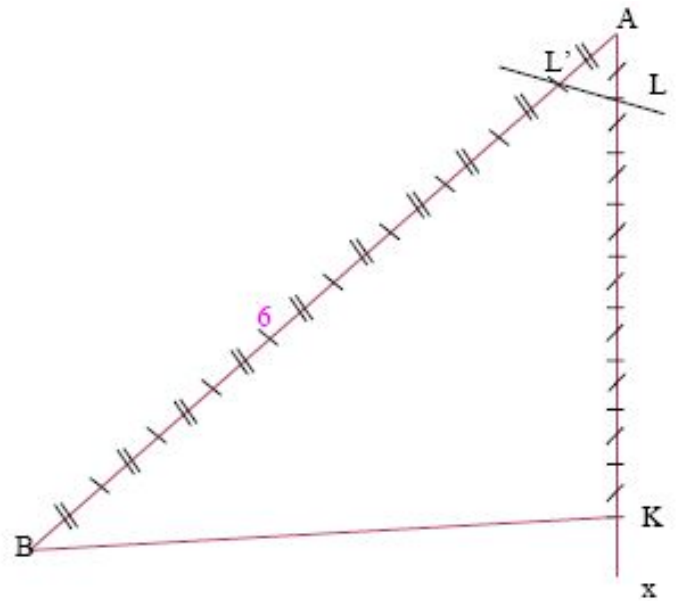
$$\frac{AF}{AB} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} \dots\dots\dots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن :

$$\frac{AC}{AE} = \frac{AF}{AB} \text{ و منه } (FC) \parallel (FB)$$

حسب عكس نظرية طاليس .

التطبيق 6



ننشئ نصف مستقيم $[Ax)$ و حامله يختلف عن (AB)

نعين نقطة K بحيث $AK=9$ و $K \in [Ax)$

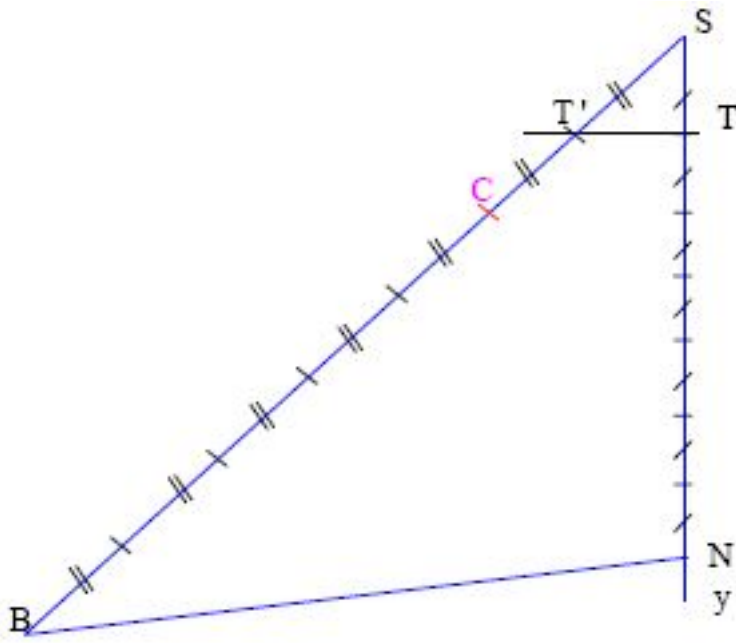
ننشئ المستقيم (BK) ، نعين نقطة L على $[AK]$

ننشئ المستقيم (D) الذي يشمل L و يوازي (BK) يقطع (AB) في L'

نقسم القطعة $[AB]$ إلى قطع متقايسة طول كل منها AL' باستعمال المدور.

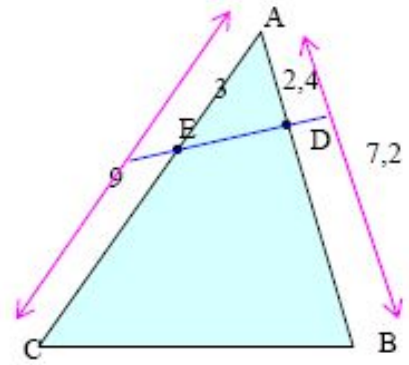
$$\frac{AE}{AB} = \frac{5}{9} \text{ بحيث } E$$

التطبيق 7



نظرية طالس - تمارين

التمرين 1



$$\frac{AD}{AB} = \frac{2,4}{7,2} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن :

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ و منه $(DE) \parallel (BC)$ حسب عكس نظرية طاليس

التمرين 2

(1) بما أن $(AB) \perp (BC)$ (لأن ABC مثلث قائم في B) و $(AB) \perp (EF)$ (من المعطيات)

فان $(BC) \parallel (EF)$ (2)

حسب نظرية طاليس: $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ و منه

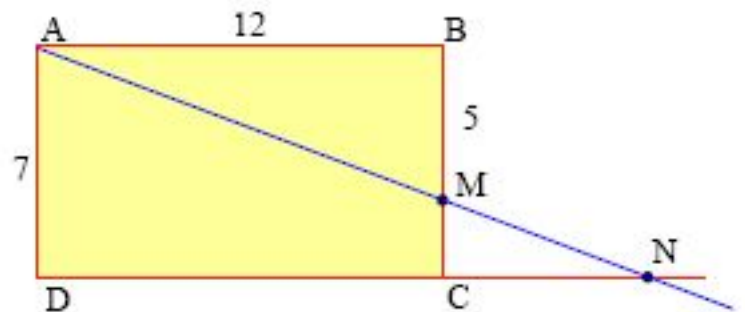
$$\frac{2}{4,5} = \frac{AF}{9}$$

$$4,5AF = 2 \times 9$$

$$4,5AF = 18$$

$$AF = \frac{18}{4,5} = 4cm$$

التمرين 3



(1) بتطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث ABM نجد :

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 = 144 + 25 = 169$$

$$AM = \sqrt{169} = 13cm \text{ و منه}$$

(2)

حساب MN :

$$\frac{MN}{MA} = \frac{MC}{MB} \text{ * حسب نظرية طاليس:}$$

$$\frac{MN}{13} = \frac{7-5}{5} = \frac{2}{5} \text{ و منه}$$

$$MN = \frac{26}{5} = 5,2cm$$

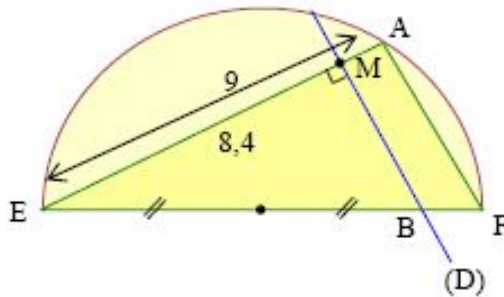
* حساب NC :

حسب نظرية طاليس: $\frac{NC}{DC} = \frac{NM}{MA}$ و منه

$$\frac{NC}{12} = \frac{5,2}{13}$$

$$NC = \frac{62,4}{13} = 4,8cm$$

التمرين 4



(5) بما أن $[EF]$ قطر في نصف الدائرة (c) و $A \in (c)$ فان المثلث AEF قائم في A و منه

$$(AE) \perp (AF) \dots\dots\dots (1)$$

لدينا : $(AE) \perp (BM) \dots\dots\dots (2)$ (من المعطيات)

من (1) و (2) نستنتج أن :

$$(AF) \parallel (BM)$$

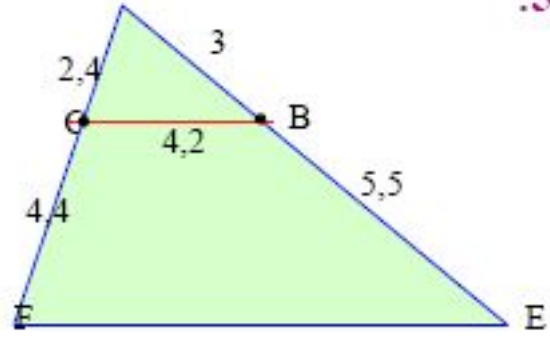
(6) حسب نظرية طاليس: $\frac{EM}{EA} = \frac{EB}{FB}$ و منه

$$\frac{8,4}{9} = \frac{EB}{10}$$

$$EB = \frac{84}{9} = \frac{28}{3}cm$$

نظرية طالس - تمارين

التمرين 5



(1)

$$\frac{AC}{CF} = \frac{2,4}{4,4}$$

$$\frac{AB}{BE} = \frac{3}{5,5}$$

بما أن $3 \times 4,5 = 5,5 \times 2,4$ أي $13,5 = 13,5$

$$\text{فان } \frac{AC}{CF} = \frac{AB}{BE} \text{ و منه } \frac{2,4}{4,4} = \frac{3}{5,5}$$

منه $(BC) \parallel (EF)$ حسب عكس نظرية طاليس .

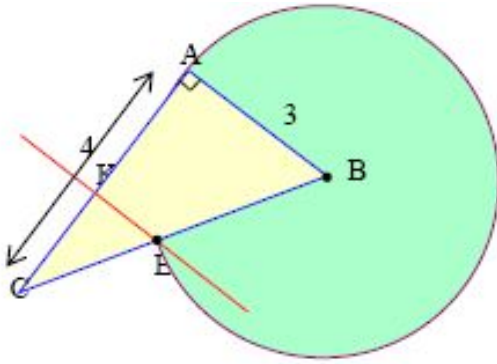
(2) حسب نظرية طاليس: $\frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$ و منه

$$\frac{2,4}{6,8} = \frac{4,2}{EF}$$

$$2,4EF = 4,2 \times 6,8 = 28,56$$

$$EF = \frac{28,56}{2,4} = 11,9cm$$

التمرين 6



(1) حسب نظرية فيثاغورث :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$= 4^2 + 3^2$$

$$= 16 + 9$$

$$= 25$$

$$\text{ومنه } BC = \sqrt{25} = 5cm$$

(3) حساب EK :

بما أن $(AC) \perp (AB)$ (لأن ABC مثلث قائم في A) و

$(AC) \perp (KE)$ (من المعطيات)

فان $(AB) \parallel (KE)$

$$CE = BC - EB = 5 - 3 = 2$$

حسب نظرية طاليس :

$$\frac{CE}{CB} = \frac{EK}{AB}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{EK}{3}$$

$$EK = \frac{6}{5} = 1,2cm$$

حسب نظرية طاليس :

$$\frac{CK}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{CK}{4} = \frac{2}{5}$$

$$5CK = 8$$

$$CK = \frac{8}{5} = 1,6cm$$

نظرية طاليس - تمارين

التمرين 7

* حسب نظرية طاليس :

$$\frac{RP}{AC} = \frac{BP}{BC} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{BP}{BC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $\frac{RP}{AC} = \frac{1}{3}$

$$\frac{MP}{MC} = \frac{PS}{AC} \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{MP}{MC} = \frac{3-2}{3} \text{ منه } \frac{MP}{MC} = \frac{MB-PB}{3}$$

$$\frac{MP}{MC} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots(4)$$

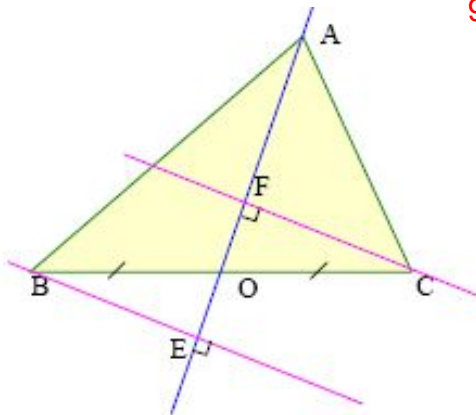
من (3) و (4) نستنتج أن : $\frac{PS}{AC} = \frac{1}{3}$

$$\frac{RP}{AC} = \frac{PS}{AC} \text{ فان } \frac{PS}{AC} = \frac{1}{3} \text{ و } \frac{RP}{AC} = \frac{1}{3}$$

و منه $RP=PS$

و بما أن $P \in [RS]$ فان P منتصف $[RS]$

التمرين 9



(1) بما أن $(BE) \perp (AO)$ و $(CF) \perp (AO)$ فان $(BF) \parallel (CF)$

$$\frac{CO}{CB} = \frac{EO}{EF} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{CO}{CB} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots(2)$$

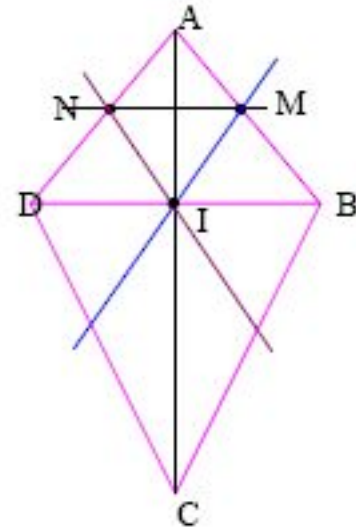
من (1) و (2) نستنتج أن :

$$\frac{EO}{EF} = \frac{1}{2} \text{ و منه } O \text{ منتصف } [EF]$$

(2) بما أن O منتصف $[BC]$ و O منتصف $[EF]$ فان القطران

$[BC]$ و $[EF]$ في الرباعي $ECFB$ متناصفان

و منه الرباعي $ECFB$ متوازي أضلاع .



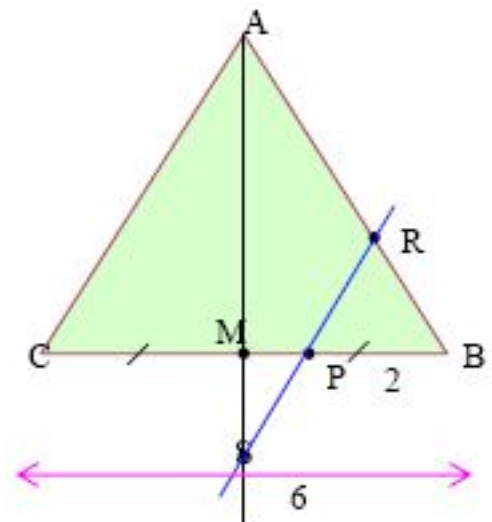
بما أن $(MI) \parallel (CB)$ فان (1) $\frac{AM}{AB} = \frac{AI}{AC}$
(حسب نظرية طاليس)

بما أن $(NI) \parallel (CD)$ فان $\frac{AN}{AD} = \frac{AI}{AC}$

من (1) و (2) نستنتج أن :

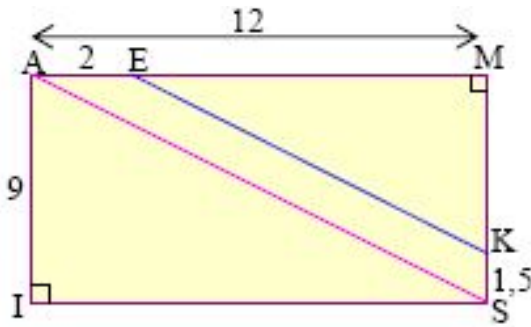
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} \text{ و منه } (BD) \parallel (MN)$$

التمرين 8



نظرية طالس - تمارين

التمرين 11



(2) نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث AMS نجد :

$$\begin{aligned} AS^2 &= AM^2 + MS^2 \\ &= 12^2 + 9^2 \\ &= 144 + 81 \\ &= 225 \end{aligned}$$

و منه $AS = \sqrt{225} = 15cm$ (3)

$$\frac{ME}{MA} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{MK}{MS} = \frac{7,5}{9} = \frac{5}{6} \dots\dots\dots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $\frac{ME}{MA} = \frac{MK}{MS}$

و منه (EK) // (AS) (عكس نظرية فيثاغورث) (4)

حسب نظرية طاليس : $\frac{ME}{MA} = \frac{EK}{AS}$ و منه

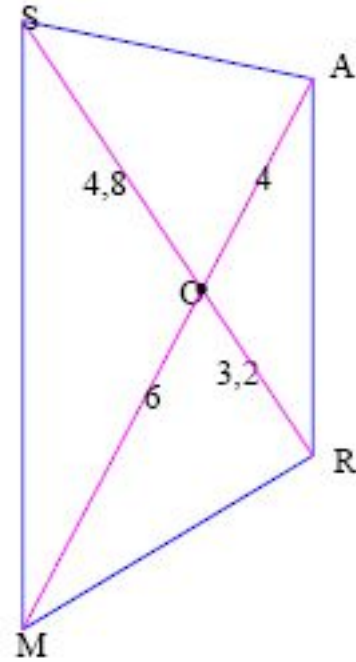
$$\frac{10}{12} = \frac{EK}{15}$$

$$12EK = 10 \times 15$$

$$12EK = 150$$

$$EK = \frac{150}{12} = 12,5cm$$

التمرين 10



(1)

$$\frac{OA}{OM} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{OR}{OS} = \frac{3,2}{4,8} = \frac{2}{3} \dots\dots\dots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $\frac{OA}{OM} = \frac{OR}{OS}$ و منه (SM) // (AR) (عكس نظرية طاليس) (2)

$$\frac{OS}{OR} = \frac{4,8}{3,2} = \frac{3}{2} \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{OA}{OM} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \dots\dots\dots(4)$$

من (3) و (4) نستنتج أن : $\frac{OS}{OR} = \frac{OA}{OM}$ و منه (RM) لا يوازي (AS)

نظرية طالس - تمارين

التمرين 12

(1)

$$\frac{AB}{AD} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} \text{ من (1) و (2) نستنتج أن :}$$

و منه (ED) // (BC) (عكس نظرية طاليس)
(2)

$$\text{بما أن : } AB = \frac{1}{3} AD \text{ و } AC = \frac{1}{3} AE \text{ و } BC = \frac{1}{3} DE$$

فان سلم التصغير هو $\frac{1}{3}$

(3) بما أن $\frac{1}{3}$ هو السلم لحساب مساحة المثلث ABC نقسم مساحة

المثلث ADE على 3^2 أي 9 .

$$S = \frac{54}{9} = 6$$

إذن مساحة المثلث ABC هي 6 cm^2 .

التمرين 13

(1)

$$BC^2 = (\sqrt{74})^2 = 74 \dots\dots\dots (1)$$

$$AB^2 + AC^2 = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74 \dots\dots\dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
و منه المثلث ABC قائم في A (عكس نظرية فيثاغورث)

(2)

بما أن (AB) ⊥ (AC) (لأن ABC قائم في A)

و (JH) ⊥ (AC) (لأن (JH) محور [EC])

فان (AB) // (JH)

$$CH = \frac{CE}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad (3)$$

حسب نظرية طاليس : $\frac{CH}{CA} = \frac{JH}{AB}$ و منه

$$\frac{2}{7} = \frac{JH}{5}$$

$$7JH = 10$$

$$JH = \frac{10}{7} \text{ cm}$$

(4) حسب نظرية طاليس : $\frac{EH}{EA} = \frac{HM}{AB}$ و منه

$$\frac{2}{3} = \frac{HM}{5}$$

$$3HM = 10$$

$$HM = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

التمرين 14

(1)

حساب AB :

حسب نظرية طاليس : $\frac{OA}{OD} = \frac{AB}{CD}$ و منه

$$\frac{5}{9} = \frac{AB}{15}$$

$$9AB = 75$$

$$AB = \frac{75}{9} = \frac{25}{3} \text{ dm}$$

حساب OB :

حسب نظرية طاليس : $\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD}$ و منه

$$\frac{OB}{12} = \frac{5}{9}$$

$$9OB = 60$$

$$OB = \frac{60}{9} = \frac{20}{3} \text{ dm}$$

(2)

$$AB^2 = \left(\frac{25}{3}\right)^2 = \frac{625}{9} \dots\dots\dots (1)$$

$$OA^2 + OB^2 = 5^2 + \left(\frac{20}{3}\right)^2 = 25 + \frac{400}{9}$$

$$= \frac{225}{9} + \frac{400}{9}$$

$$= \frac{625}{9}$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $AB^2 = OA^2 + OB^2$

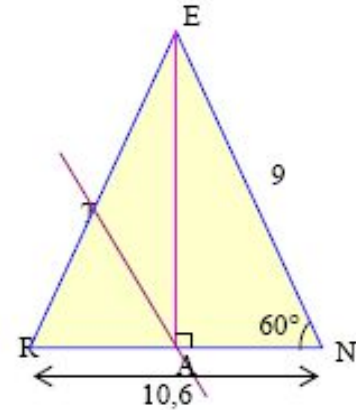
و منه المثلث OAB قائم في O و منه (AD) ⊥ (BC)
(3)

$$\cos \hat{OCD} = \frac{OC}{CD} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\hat{OCD} = 36^\circ \text{ و } \cos \hat{OCD} = 0,8 \quad (4)$$

نظرية طالس - تمارين

التمرين 15



$$\cos 60^\circ = \frac{AN}{9} \text{ و منه } \cos \hat{ENA} = \frac{AN}{EN} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{AN}{9}$$

$$2AN = 9$$

$$AN = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ cm}$$

(2)

نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث ANE نجد :

$$EA^2 + AN^2 = EN^2$$

$$EA^2 = EN^2 - AN^2$$

$$= 9^2 - 4,5^2$$

$$= 81 - 20,25$$

$$= 60,75$$

$$EA = \sqrt{60,75} = 7,8 \text{ cm و منه}$$

(3)

$$AR = RN - AN = 10,6 - 4,5 = 6,1 \text{ cm}$$

(4)

$$\text{حسب نظرية طاليس : } \frac{RA}{RN} = \frac{AT}{EN} \text{ و منه}$$

$$\frac{6,1}{10,6} = \frac{AT}{9}$$

$$10,6AT = 54,9$$

$$AT = \frac{54,9}{10,6} = 5,2 \text{ cm}$$

(5)

$$\text{حسب نظرية فيثاغورث : } RE^2 = RA^2 + AE^2$$

$$RE^2 = (6,1)^2 + (7,8)^2 = 37,21 + 60,84 = 98,05$$

$$\text{و منه } RE = \sqrt{98,05} = 9,9$$

التمرين 16

نرمز لطول الشجرة ب x نجد :

$$\frac{2}{12} = \frac{1,2}{x}$$

$$2x = 12 \times 1,2 = 14,4$$

$$x = \frac{14,4}{2} = 7,2 \text{ m}$$

التمرين 17

(1) نرمز لطول النخلة ب a نجد :

$$\frac{15 - 13,75}{15} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1,25}{15} = \frac{1}{a}$$

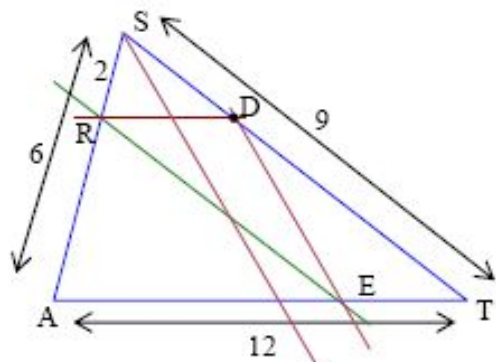
$$1,25a = 15$$

$$a = \frac{15}{1,25} = 12 \text{ m}$$

(2) استعمل حامد هذه الطريقة لأنها سهلة بالنسبة لقياس طول النخلة .

نظرية طالس - تمارين

التمرين 19



(1) حساب SD :

حسب نظرية طاليس : $\frac{SD}{ST} = \frac{SR}{SA}$ ومنه

$$\frac{SD}{9} = \frac{2}{6}$$

$$6SD = 18$$

$$SD = \frac{18}{6} = 3cm$$

حساب DT :

حسب نظرية طاليس : $\frac{SD}{DT} = \frac{SR}{RA}$ و منه

$$\frac{3}{DT} = \frac{2}{6-2} = \frac{2}{4}$$

$$2DT = 12$$

$$DT = \frac{12}{2} = 6cm$$

حساب RD :

حسب نظرية طاليس : $\frac{SR}{SA} = \frac{RD}{AT}$ و منه

$$\frac{2}{6} = \frac{RD}{12}$$

$$6RD = 24$$

$$RD = \frac{24}{6} = 4cm$$

(2) حساب AE :

حسب نظرية طاليس : $\frac{AR}{AS} = \frac{AE}{AT}$ و منه

$$\frac{4}{6} = \frac{AE}{12}$$

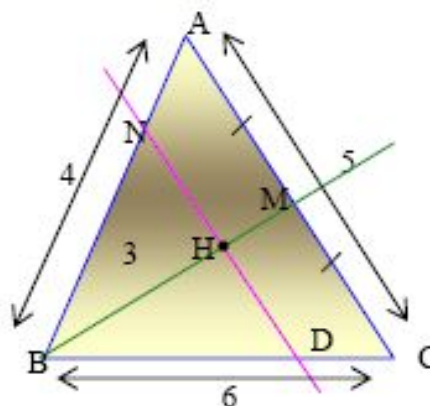
$$6AE = 48$$

$$AE = \frac{48}{6} = 8cm$$

(3) حساب TE :

$$TE = AT - AE = 12 - 8 = 4\text{cm}$$

التمرين 18



(1) حساب BD :

حسب نظرية طاليس : $\frac{BN}{BA} = \frac{BD}{BC}$ و منه

$$\frac{3}{4} = \frac{BD}{6}$$

$$4BD = 18$$

$$BD = \frac{18}{4} = 4,5 \text{ cm}$$

حساب DN :

حسب نظرية طاليس : $\frac{BN}{BA} = \frac{DN}{AC}$ و منه

$$\frac{3}{4} = \frac{DN}{5}$$

$$4DN = 15$$

$$DN = \frac{15}{4} = 3,75cm$$

(2) حساب MC :

$$MC = \frac{AC}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

حساب HD :

حسب نظرية طاليس : $\frac{BD}{BC} = \frac{HD}{MC}$ و منه

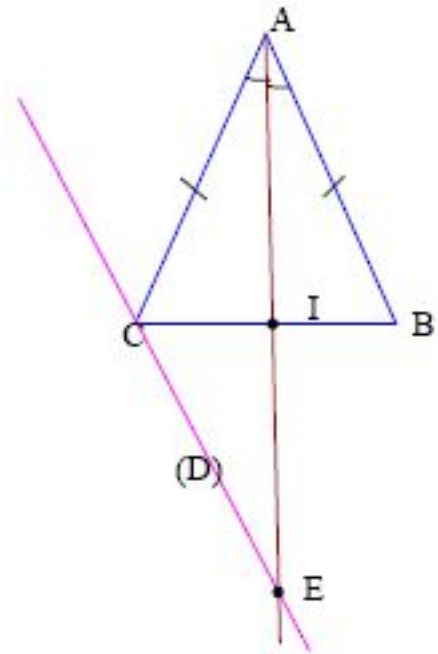
$$\frac{4,5}{6} = \frac{HD}{25}$$

$$6HD = 11.25$$

$$HD = \frac{11,25}{6} = 1,875cm$$

نظرية طالس - تمارين

التمرين 20



(1) بما أن $\widehat{CAE} = \widehat{EAB}$ (لأن $[AE]$ منصف)
و $\widehat{EAB} = \widehat{AEC}$ (بالتبادل الداخلي)
فإن : $\widehat{CAE} = \widehat{AEC}$
و منه المثلث ACE متساوي الساقين .
(2)

$$\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{CE} \dots\dots\dots (1) \text{ حسب نظرية طاليس}$$

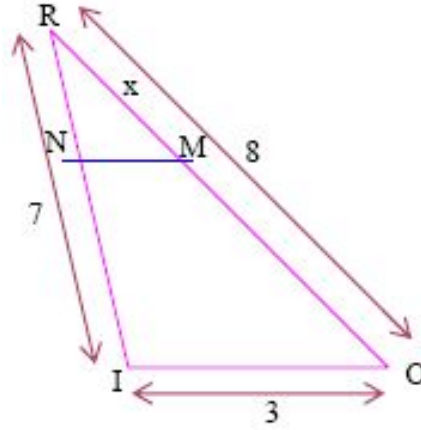
بما أن ACE مثلت متساوي الساقين قاعدته [AE] فإن
 $AC=CE$

بتعويض CE ب AC في العلاقة (1) نجد :

$$\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$$

نظرية طالس - مسائل

المسألة 1



(1) حسب نظرية طاليس : $\frac{RM}{RO} = \frac{MN}{OI}$ و منه

$$\frac{x}{8} = \frac{MN}{3}$$

$$3x = 8MN$$

$$MN = \frac{3x}{8}$$

حسب نظرية طاليس : $\frac{RM}{RO} = \frac{RN}{RI}$ و منه

$$\frac{x}{8} = \frac{RN}{7}$$

$$7x = 8RN$$

$$RN = \frac{7x}{8}$$

(2)

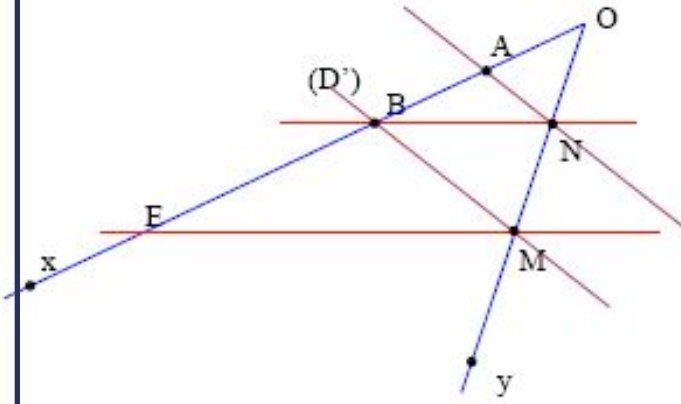
$$P_1 = RM + NM + RN$$

$$= x + \frac{3x}{8} + \frac{7x}{8}$$

$$= \frac{18x}{8}$$

$$= \frac{9}{4}x$$

المسألة 2



$$\frac{OA}{OB} = \frac{ON}{OM} \dots\dots\dots (1) \text{ حسب نظرية طاليس :}$$

$$\frac{OB}{OE} = \frac{OM}{ON} \dots\dots\dots (2) \text{ حسب نظرية طاليس :}$$

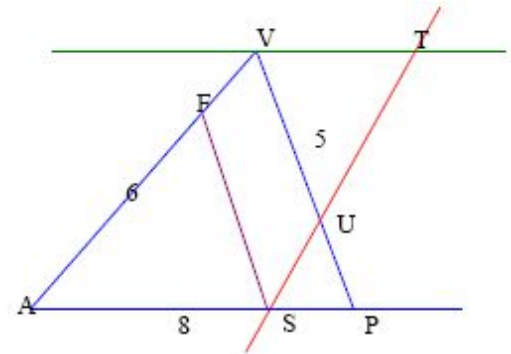
$$\text{من (1) و (2) نستنتج أن : } \frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OE} \text{ و منه}$$

$$OB \times OB = OA \times OE$$

$$OB^2 = OA \times OE$$

نظرية طالس - مسائل

المسألة 3



حساب SP :

$$SP = AP - AS = 12 - 8 = 4$$

حساب VE :

حسب نظرية طاليس : $\frac{AE}{VE} = \frac{AS}{PS}$ و منه

$$\frac{6}{VE} = \frac{8}{4}$$

$$8VE = 24$$

$$VE = \frac{24}{8} = 3$$

حساب VP :

حسب نظرية طاليس : $\frac{AS}{AP} = \frac{ES}{VP}$ و منه

$$\frac{8}{12} = \frac{5}{VP}$$

$$8VP = 60$$

$$VP = \frac{60}{8} = 7,5$$

*

$$\frac{AP}{SP} = \frac{12}{4} = 3 \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{VP}{UP} = \frac{7,5}{7,5 - 5} = \frac{7,5}{2,5} = 3 \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{AP}{SP} = \frac{VP}{UP} \text{ من (1) و (2) نستنتج أن :}$$

و منه (AV) // (SU) (حسب عكس نظرية طاليس)

حساب UV :

بما أن (SU) // (EV) و (VU) // (ES) فإن الرباعي EVUS متوازي أضلاع و منه

$$US = EV = 3$$

حسب نظرية طاليس : $\frac{US}{UT} = \frac{UP}{UV}$ و منه

$$\frac{3}{UT} = \frac{2,5}{5}$$

$$2,5UT = 15$$

$$UT = \frac{15}{2,5} = 6$$

المسألة 4

بما أن (AL) ⊥ (AS) و (BL) ⊥ (AT) فإن (AS) // (BL) و منه حسب نظرية طاليس : $\frac{TL}{TS} = \frac{BL}{AS}$ و منه

$$\frac{TL}{150000000} = \frac{1736}{695000}$$

$$695000TL = 260400000000$$

$$TL = \frac{260400000000}{695000} = 37467,625 \text{ Km}$$

المسألة 5

التحويل : $1m = 100cm$

حسب نظرية طاليس : $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{DC}$ و منه

$$\frac{15}{15 + BC} = \frac{20}{100}$$

$$(15 + BC) \times 20 = 1500$$

$$300 + 20BC = 1500$$

$$20BC = 1200$$

$$BC = \frac{1200}{20} = 60cm$$

إذن ارتفاع الطاولة عن الأرض هو 60cm .

النسب المثلثية في مثلث قائم - تطبيقات

التطبيق 4

$$0.8 = \frac{AB}{2} \quad \text{منه} \quad \sin 60 = \frac{AB}{AC} \quad (1)$$

$$AB \approx 1.6 \text{ cm} \quad \text{منه} \quad AB = 0.8 \times 2$$

$$AB = 0.8 \times 2\sqrt{3} = 1.6\sqrt{3} \text{ cm} \quad (2)$$

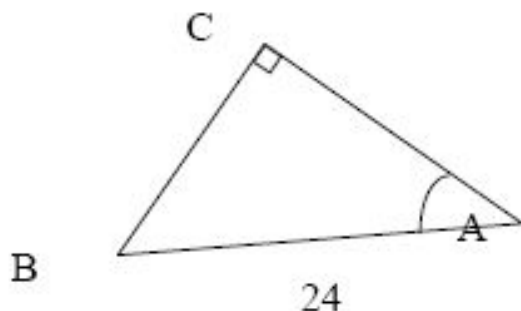
التطبيق 5

بما أن $ABIK$ مستطيل فإن $AB = IK = 6$
 $AK = BI = 5$

$$\tan \alpha = \frac{IK}{AK} = \frac{6}{5} = 1.2$$

$$\alpha \approx 50^\circ \quad \text{منه} \quad \tan \alpha = 1.2$$

التطبيق 6



$$\frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{CB}{24} \quad \text{منه} \quad \sin \hat{A} = \frac{CB}{AB}$$

$$CB = 6\sqrt{5} \text{ cm} \quad \text{منه} \quad CB = \frac{24\sqrt{5}}{4}$$

التطبيق 1

$$\frac{AB}{AC} = \sin \hat{C} = \cos \hat{A}$$

$$\frac{BC}{AC} = \sin \hat{A} = \cos \hat{C}$$

$$\frac{AB}{BC} = \tan \hat{C} = \frac{BC}{AB} = \tan \hat{A}$$

التطبيق 2

في المثلث القائم ABC : $\sin \hat{C} = \frac{AB}{AC}$, $\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC}$

في المثلث القائم ABE : $\sin \hat{A} = \frac{BE}{AB}$

في المثلث القائم AEC : $\sin \hat{C} = \frac{BE}{BC}$

$$\tan \hat{C} = \frac{AB}{BC}, \quad \tan \hat{C} = \frac{BE}{EC}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC}, \quad \cos \hat{A} = \frac{AE}{AB}$$

$$\cos \hat{C} = \frac{BC}{AC}, \quad \cos \hat{C} = \frac{EC}{CB}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{BC}{AB}, \quad \tan \hat{A} = \frac{BE}{AE}$$

التطبيق 3

بما أن $[AB]$ قطر في الدائرة، C تنتمي إلى الدائرة فإن المثلث ABC قائم في C

$$AB = 5 \times 2 = 10 \text{ cm}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{CB}{AB} = \frac{4}{10} = 0.4$$

تطبيق نظرية فيثاغورث على المثلث ABC نجد :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$5^2 = AC^2 + 4^2$$

$$AC^2 = 25 - 16$$

$$AC = \sqrt{9} = 3 \text{ cm} \quad \text{منه} \quad AC^2 = 9$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4} = 0.75$$

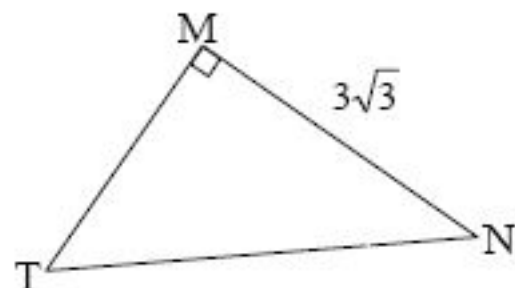
بما أن $\sin \hat{A} = 0.4$ فإن $\hat{A} \approx 24^\circ$

$$\hat{B} = 90^\circ - \hat{A} \quad \text{منه} \quad \hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 66^\circ \quad \text{منه} \quad \hat{B} = 90 - 24$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تطبيقات

التطبيق 7



$$\frac{1}{3} = \frac{MT}{3\sqrt{3}} \quad \tan \hat{N} = \frac{MT}{MN}$$

$$MT = \sqrt{3} \quad \text{منه} \quad MT = \frac{3\sqrt{3}}{3} \quad \text{منه}$$

التطبيق 8

$$\frac{8}{x} \approx 0.16 \quad \text{منه} \quad \frac{8}{x} = \cos 81^\circ \quad \text{(أ)}$$

$$x \approx 50 \quad \text{منه} \quad x = \frac{8}{0.16} \quad \text{منه}$$

$$\frac{x}{25} \approx 0.96 \quad \text{منه} \quad \frac{x}{25} = \cos 17^\circ$$

$$x \approx 24^\circ \quad \text{منه} \quad x = 25 \times 0.96 \quad \text{منه}$$

$$0.60 \approx \frac{x}{12} \quad \text{منه} \quad \sin 37^\circ = \frac{x}{12} \quad \text{(ب)}$$

$$x \approx 7.2 \quad \text{منه} \quad x \approx 12 \times 0.60 \quad \text{منه}$$

$$0.53 = \frac{x}{9} \quad \text{منه} \quad \tan 28^\circ = \frac{x}{9}$$

$$x \approx 4.77 \quad \text{منه} \quad x \approx 9 \times 0.53 \quad \text{منه}$$

التطبيق 9

84°	60°	57°	45°	39°	30°	14°	α
0.995	0.866	0.839	0.707	0.629	0.5	0.242	$\sin \alpha$
0.105	0.5	0.545	0.707	0.777	0.866	0.970	$\cos \alpha$
9.514	1.732	1.540	1	0.810	0.577	0.249	$\tan \alpha$

التطبيق 10

(أ)

$$\hat{B} = 64^\circ \quad \text{منه} \quad \sin \hat{B} = 0.9$$

$$\hat{B} = 48^\circ \quad \text{منه} \quad \sin \hat{B} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\hat{B} = 57^\circ \quad \text{منه} \quad \sin \hat{B} = 0.836$$

(ب)

$$\hat{B} = 70^\circ \quad \text{منه} \quad \cos \hat{B} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\hat{B} = 71^\circ \quad \text{منه} \quad \cos \hat{B} = \frac{1}{3}$$

$$\hat{B} = 60^\circ \quad \text{منه} \quad \cos \hat{B} = 0.5$$

(ج)

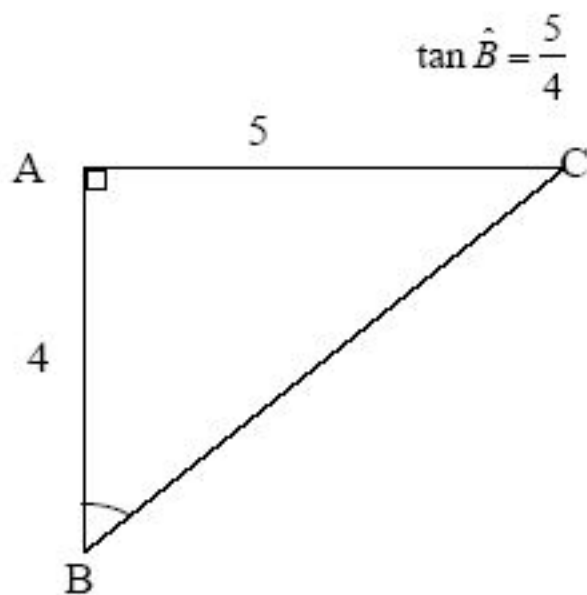
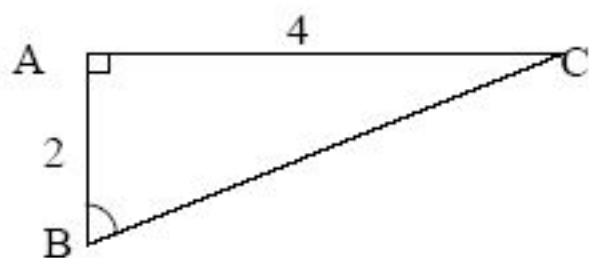
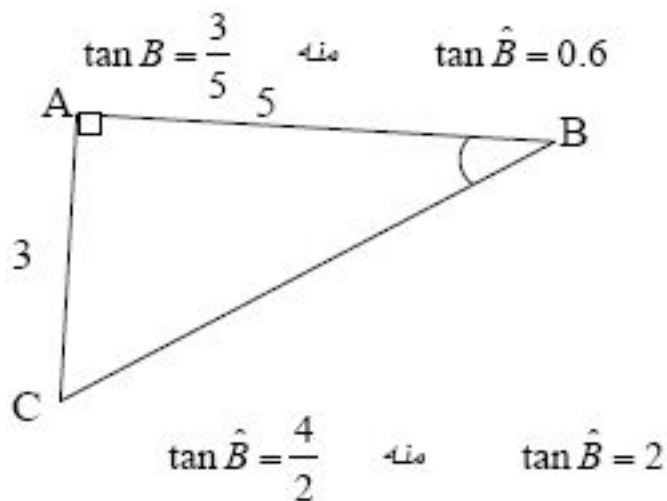
$$\hat{B} = 72^\circ \quad \text{منه} \quad \tan \hat{B} = \sqrt{10}$$

$$\hat{B} = 59^\circ \quad \text{منه} \quad \tan \hat{B} = \frac{5}{3}$$

$$\hat{B} = 45^\circ \quad \text{منه} \quad \tan \hat{B} = 1$$

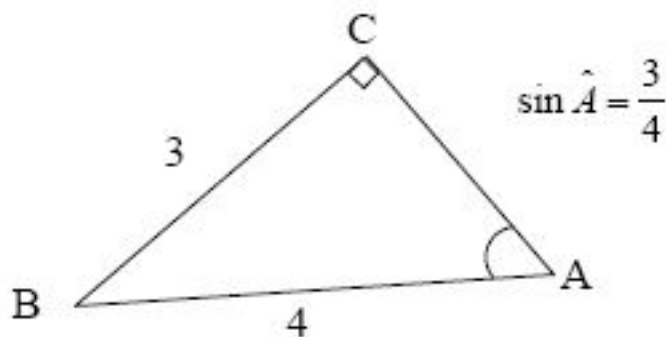
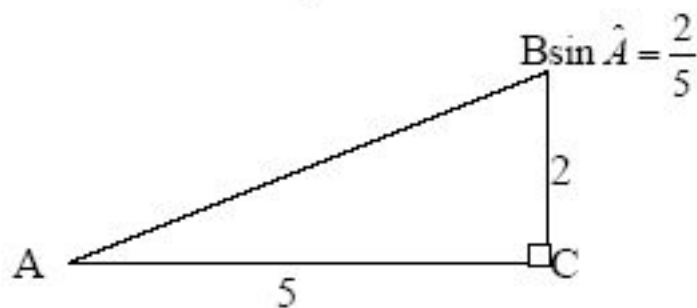
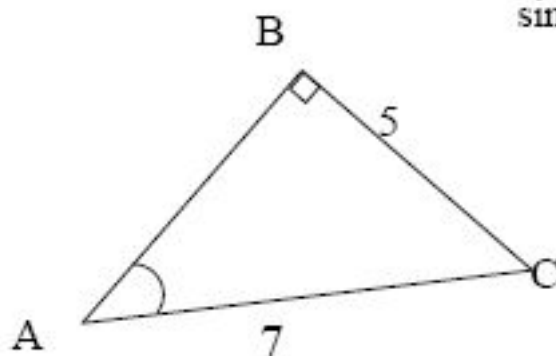
النسب المثلثية في مثلث قائم - تطبيقات

التطبيق 12



التطبيق 11

$$\sin \hat{A} = \frac{5}{7}$$



النسب المثلثية في مثلث قائم - تطبيقات

التطبيق 13

التطبيق 18

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 \quad \text{منه} \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} \quad \text{منه} \quad \sin^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \quad \text{منه}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \quad \text{منه} \quad \sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} \quad \text{منه} \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{\frac{5}{13}}{\cos x} \quad \text{منه} \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos x = \frac{5}{13} \times \frac{12}{5} \quad \text{منه} \quad \cos x = \frac{5}{13} \div \frac{5}{12} \quad \text{منه}$$

$$\cos x = \frac{12}{13} \quad \text{منه}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \left(\frac{5}{13}\right)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169} + \frac{144}{169} = \frac{169}{169} = 1$$

إذن: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

التطبيق 14

$$\sin^2 \alpha + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1 \quad \text{منه} \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{16}{16} - \frac{1}{16} \quad \text{منه} \quad \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{16} \quad \text{منه}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \text{منه} \quad \sin \alpha = \sqrt{\frac{15}{16}} \quad \text{منه} \quad \sin^2 \alpha = \frac{15}{16}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{4} \times \frac{4}{1} = \sqrt{15}$$

$$(0.6)^2 + \cos^2 x = 1 \quad \text{منه} \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = 0.64 \quad \text{منه} \quad \cos^2 x = 1 - 0.36 \quad \text{منه}$$

$$\cos x = 0.8 \quad \text{منه} \quad \cos x = \sqrt{0.64}$$

التطبيق 15

$$(0.72)^2 + \cos^2 x = 1 \quad \text{منه} \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = 1 - 0.5184 \quad \text{منه} \quad 0.5184 + \cos^2 x = 1 \quad \text{منه}$$

$$\cos x = \sqrt{0.4816} \quad \text{منه} \quad \cos^2 x = 0.4816 \quad \text{منه}$$

$$\cos x = 0.69$$

التمرين 16

$$\sin^2 x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 1 \quad \text{منه} \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = \frac{25}{25} - \frac{4}{25} \quad \text{منه} \quad \sin^2 x = 1 - \frac{4}{25}$$

$$\sin x = \sqrt{\frac{21}{25}} \quad \text{منه} \quad \sin^2 x = \frac{21}{25} \quad \text{منه}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

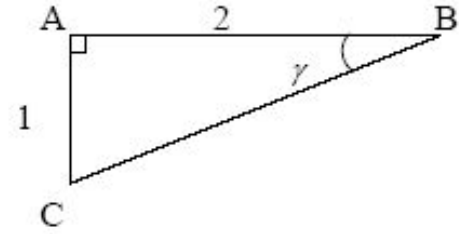
التطبيق 17

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3}$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تطبيقات

التطبيق 19

$$\tan \gamma = 0.5 = \frac{1}{2}$$



نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث A B C نجد:

$$BC^2 = 2^2 + 1^2 \quad BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 4 + 1$$

$$BC^2 = 5$$

$$BC = \sqrt{5} \quad \text{منه}$$

$$\sin \gamma = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos \gamma = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 1

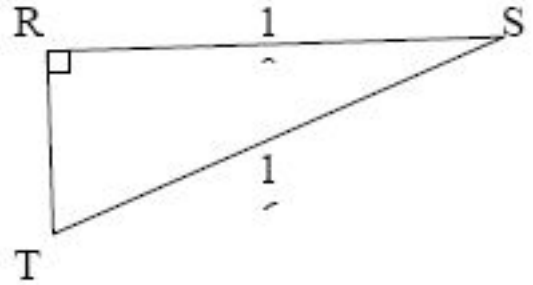
بما أن $\triangle AOB$ مثلث متساوي الساقين قاعدته $[AB]$ فإن محور (BO) منصف APB .

$$\tan \hat{APO} = \frac{AO}{PO} = \frac{3.66}{11} \approx 0.33 \quad \text{في المثلث القائم } APO$$

$$\hat{APO} = 18^\circ \quad \text{منه}$$

$$\hat{APB} = 2\hat{APO} = 2 \times 18 = 36^\circ$$

التمرين 2



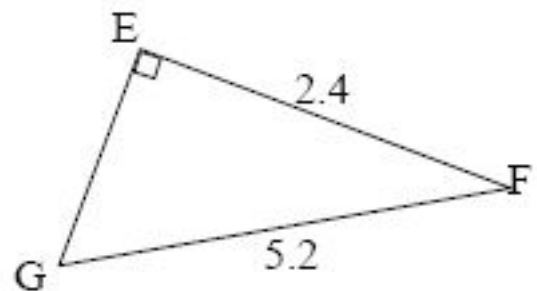
$$\sin \hat{STR} = \frac{RS}{TS} = \frac{10}{16} = 0.63$$

$$\hat{STR} \approx 39^\circ \quad \text{منه}$$

$$\cos \hat{RST} = \frac{RS}{TS} = 0.63$$

$$\hat{RST} = 51^\circ \quad \text{منه}$$

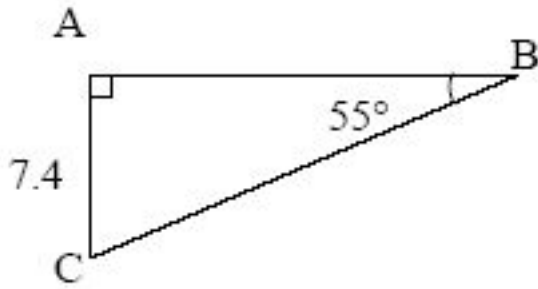
التمرين 3



$$\cos \hat{GFE} = \frac{EF}{GF} = \frac{2.4}{5.2} \approx 0.46$$

$$\hat{GFE} \approx 62^\circ \quad \text{منه}$$

التمرين 4

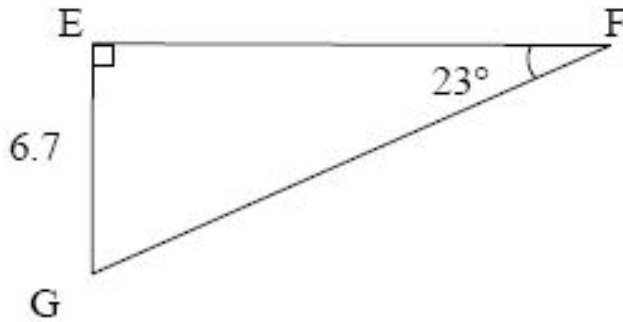


$$\sin 55^\circ = \frac{AC}{BC} \quad \text{منه} \quad \sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$$

$$BC = \frac{7.4}{0.82} \quad \text{منه } BC = \frac{7.4}{\sin 55^\circ} \quad \text{منه}$$

$$BC \approx 9.02 \text{ cm} \quad \text{منه}$$

التمرين 5

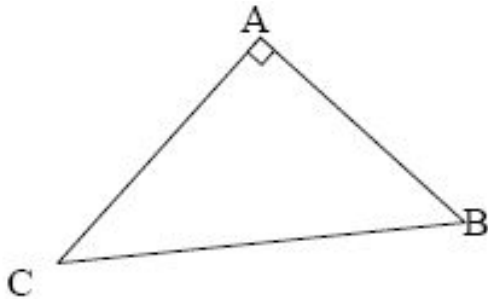


$$\tan 23^\circ = \frac{EG}{EF} \quad \text{منه} \quad \tan \hat{F} = \frac{EG}{EF}$$

$$EF = \frac{6.7}{0.42} \quad \text{منه} \quad EF = \frac{6.7}{\tan 23^\circ}$$

$$EF \approx 159 \text{ mm} \quad EF \approx 15.95 \text{ cm} \quad \text{منه}$$

التمرين 6



$$AC = 24 \text{ mm}, AB = 6 \text{ cm}, \hat{ABC} = 22^\circ \quad (1)$$

$$BC = 77 \text{ mm}, AB = 7 \text{ cm}, \hat{ACB} = 65^\circ \quad (2)$$

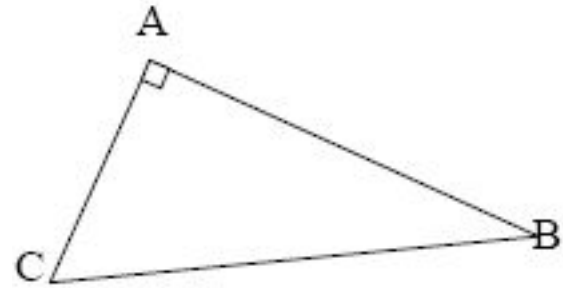
$$AB = 105 \text{ mm}, BC = 14.8 \text{ cm}, \hat{ACB} = 48^\circ \quad (3)$$

$$AB = 16 \text{ mm}, BC = 3.5 \text{ cm}, \hat{ACB} = 28^\circ \quad (4)$$

$$AB = 9 \text{ mm}, BC = 5 \text{ cm}, \hat{ACB} = 10^\circ \quad (5)$$

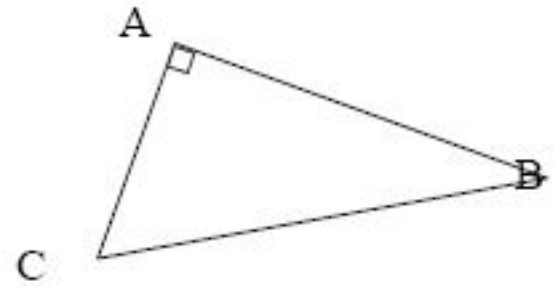
النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 7



- (1) $\hat{A}BC = 22^\circ, AB = 6.1, AC = 2.5 \text{ cm}$
- (2) $\hat{A}BC = 28^\circ, AB = 9, AC = 17 \text{ cm}$
- (3) $\hat{A}BC = 47^\circ, AB = 3.7, AC = 5.4 \text{ cm}$

التمرين 8



$$\tan \hat{B}CA = \frac{AB}{AC} = \frac{14.6}{9.6} \approx 1.52$$

$$\hat{B}CA = 56.7^\circ \quad \text{منه}$$

التمرين 9

- (1) $\triangle ABC$ مثلث قائم في C ، $\cos \hat{B}$ مساو لـ :
 (أ) $\frac{AC}{AB}$ □ (ب) $\frac{AB}{BC}$ □ (ج) $\frac{BC}{AB}$ □ (د) $\frac{AC}{BC}$ □
- (2) (أ) □ متعلقة بـ α (ب) □ متساوية دائما لـ 1
 (ج) □ متساوية دائما لـ 2
- (3) مهما تكن الزاوية الحادة B فإن $\tan B$ مسا لـ :
 (أ) $\frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}}$ □ (ب) $\frac{\cos \hat{B}}{\sin \hat{B}}$ □ (ج) $(\sin B)(\cos B)$ □

التمرين 10

الأعداد التي يمكن أن تكون جيوب تمام لزاوية حادة هي : $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}$

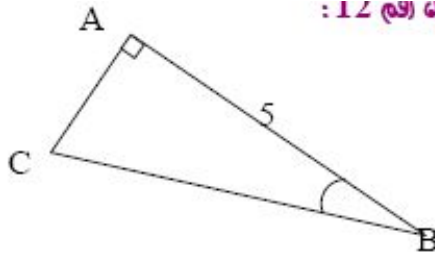
التمرين 11

$$\frac{2\sqrt{13}}{9} = \frac{2 \times 36}{9} \approx 0.8$$

بما أن $0.8 < 1$ فإنه يمكن أن يكون العدد $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ جيب الزاوية.

التمرين 12

تمرين (م) 12 :



حساب BC : $\cos \hat{A}BC = \frac{AB}{BC}$

$$BC = \frac{5 \times 39}{20} \quad \text{منه} \quad \frac{20}{39} = \frac{5}{BC}$$

$$BC = 9.75 \text{ cm}$$

حساب AC : حسب نظرية فيثاغورث نجد :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

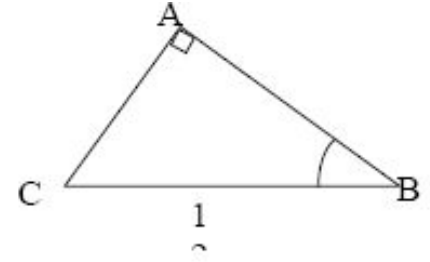
$$AC^2 = 95.0625 - 25 \quad \text{منه} \quad (9.75)^2 = 5^2 + AC^2 \quad \text{منه}$$

$$AC = \sqrt{70.0625} \quad \text{منه} \quad AC^2 = 70.0625$$

$$AC \approx 8.37 \text{ cm} \quad \text{منه}$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 13



حساب AB :

$$\sin \hat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$

$$AB = 12 \text{ cm} \text{ بمأان } AC = 3 \text{ cm} \text{ فإن}$$

حساب AC :

حسب نظرية فيثاغورث

نجد :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$AC^2 = 144 - 81 \text{ منه}$$

$$AC = 3\sqrt{7} \text{ cm} \text{ منه}$$

$$12^2 = 9^2 + AC^2 \text{ منه}$$

$$AC = \sqrt{63} \text{ منه}$$

$$AC^2 = 63 \text{ منه}$$

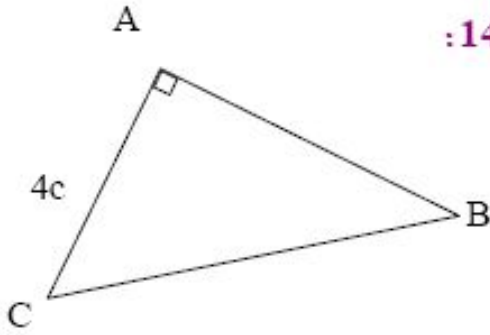
حساب $\cos \hat{ACB}$:

$$\cos \hat{ACB} = \frac{AC}{BC} = \frac{3\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

حساب $\tan \hat{ACB}$:

$$\tan \hat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{9}{3\sqrt{7}} = \frac{9\sqrt{7}}{21} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

تمرين رقم 14 :



حساب AB :

$$\tan \hat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{13}{5} = \frac{13 \times 0.8}{5 \times 0.8}$$

$$AB = 10.4 \text{ cm} \text{ فإن } AC = 4 \text{ cm} \text{ بمأان}$$

حساب BC :

حسب نظرية

فيثاغورث نجد :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (10.4)^2 + 4^2$$

$$BC^2 = 108.16 + 16$$

$$BC^2 = 124.16$$

$$BC \approx 11.14 \text{ cm} \text{ منه } BC = \sqrt{124.16} \text{ منه}$$

حساب $\cos \hat{ACB}$:

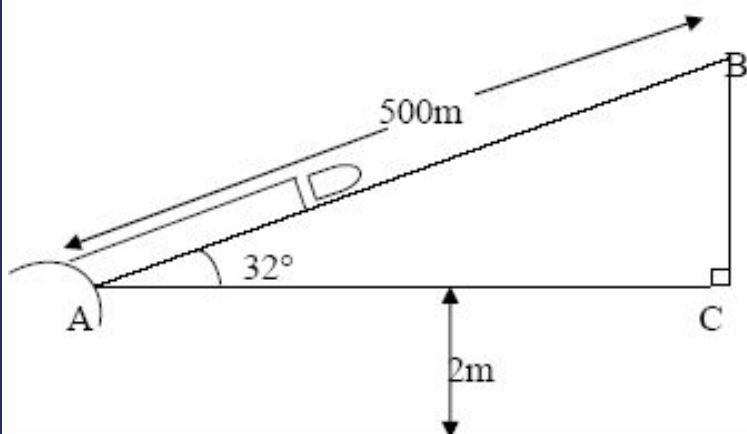
$$\cos \hat{ACB} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{11.14} \approx 0.36$$

حساب $\sin \hat{ACB}$:

$$\sin \hat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{10.4}{11.14} \approx 0.93$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 17



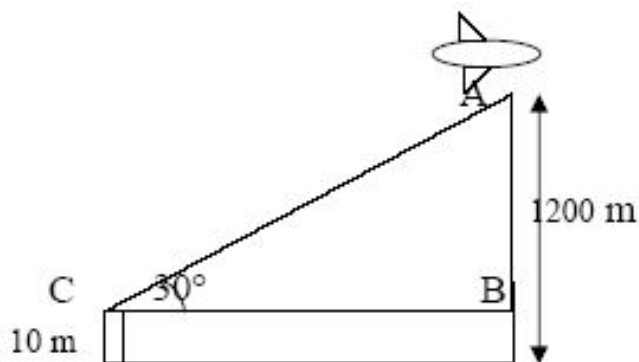
$$\sin 32^\circ = \frac{BC}{AB}$$

$$BC = 500 \times 0.53 \quad \text{منه} \quad 0.53 = \frac{BC}{500} \quad \text{منه}$$

$$BC \approx 265 \quad \text{منه}$$

إذن ارتفاع القذيفة على بعد 500m هو 267m

التمرين 15



$$AB = 1200 - 10 = 1190m$$

$$\sin \hat{ACB} = \frac{AB}{AC}$$

$$0.5 = \frac{1190}{AC} \quad \text{منه} \quad \sin 30^\circ = \frac{1190}{AC}$$

$$AC = 2380m \quad \text{منه} \quad AC = \frac{1190}{0.5}$$

تبعد الطائرة عن برج المراقبة بـ 2380m.

التمرين 16

$$\alpha = 67^\circ \quad \text{منه} \quad \sin \alpha = 0.9210 \quad (1)$$

$$\alpha = 35^\circ \quad \text{منه} \quad \cos \alpha = 0.8192 \quad (2)$$

$$\alpha = 52^\circ \quad \text{منه} \quad \sin \alpha = 0.7880 \quad (3)$$

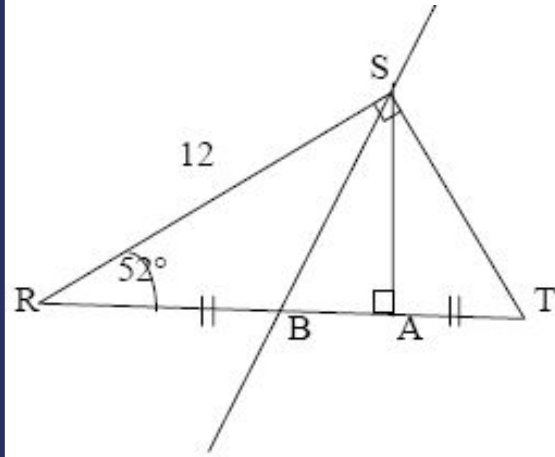
$$\alpha = 23^\circ \quad \text{منه} \quad \cos \alpha = 0.4245 \quad (4)$$

$$\alpha = 85^\circ \quad \text{منه} \quad \tan \alpha = 11.4300 \quad (5)$$

$$\alpha = 40^\circ \quad \text{منه} \quad \cos \alpha = 0.7714 \quad (6)$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 18



حساب SA :

$$\sin 52^\circ = \frac{SA}{RS} \quad \text{منه} \quad 0.79 = \frac{SA}{12}$$

$$SA = 12 \times 0.79 \quad \text{منه} \quad SA \approx 9.48$$

حساب TR :

$$\cos 52^\circ = \frac{RT}{RS} \quad \text{منه} \quad 0.62 = \frac{RT}{12}$$

$$RT = \frac{12}{0.62} \quad \text{منه} \quad RT \approx 19.35$$

$$\hat{ARS} = 38^\circ \quad \text{منه} \quad \hat{ARS} = 90^\circ - 52^\circ$$

$$\tan 38^\circ = \frac{SA}{RA} \quad \text{منه} \quad \tan \hat{ARS} = \frac{SA}{RA}$$

$$RA = \frac{9.48}{0.78} \quad \text{منه} \quad 0.78 = \frac{9.48}{RA}$$

$$AR = 12.15 \quad \text{منه}$$

حساب AT :

$$AT = RT - AR$$

$$AT = 19.35 - 12.15$$

$$AT = 7.2$$

حساب SB :

بما أن STR مثلث قائم في S فإن

$$SB = \frac{1}{2} RT$$

$$SB \approx 9.68 \quad \text{منه} \quad SB = \frac{1}{2} \times 19.35$$

التمرين 19

أ-

$$\alpha = 28^\circ \quad \text{منه} \quad \sin \alpha = 0.467$$

$$\alpha = 48^\circ \quad \text{منه} \quad \sin \alpha = 0.743$$

$$\alpha = 57^\circ \quad \text{منه} \quad \sin \alpha = 0.836$$

ب-

$$\alpha = 45^\circ \quad \text{منه} \quad \tan \alpha = 1$$

$$\alpha = 31^\circ \quad \text{منه} \quad \cos \alpha = 0.86$$

$$\alpha = 60^\circ \quad \text{منه} \quad \cos \alpha = 0.5$$

ج-

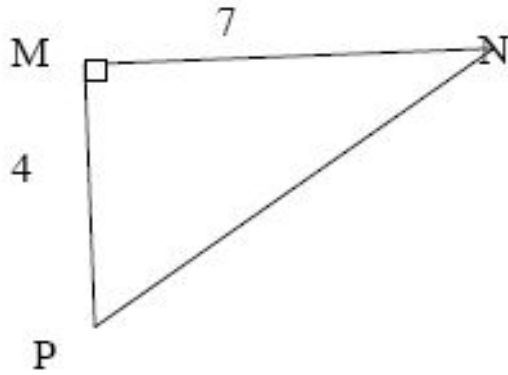
$$\alpha = 59^\circ \quad \text{منه} \quad \tan \alpha = \frac{5}{3}$$

$$\alpha = 64^\circ \quad \text{منه} \quad \sin \alpha = 0.9$$

$$\alpha = 71^\circ \quad \text{منه} \quad \cos \alpha = \frac{1}{3}$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 23



نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث PMN نجد:

$$PN^2 = PM^2 + MN^2$$

$$PN^2 = 4^2 + 7^2$$

$$PN^2 = 16 + 49$$

$$PN^2 = 65$$

$$PN = \sqrt{65} \quad \text{منه}$$

$$\sin \hat{p} = \frac{MN}{PN} = \frac{7}{\sqrt{65}} = 0.86$$

$$\sin \hat{p} = \frac{PM}{PN} = \frac{4}{\sqrt{65}} = 0.49$$

$$\tan \hat{p} = \frac{MN}{PM} = \frac{7}{4} = 1.75$$

$$\hat{p} = 60^\circ$$

التمرين 24

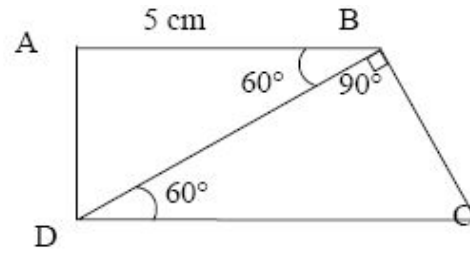
1.

$$\tan \hat{O\hat{S}B} = \frac{OB}{OS} = \frac{4}{2.8} = 1.43$$

$$\hat{O\hat{S}B} = 55^\circ$$

$$V = \frac{\pi R^2 \times 50}{3} = \frac{3.14 \times 16 \times 50}{3} = 47 \text{ cm}^3 \quad 2.$$

التمرين 20



حساب BD:

$$\cos 60^\circ = \frac{5}{BD} \quad \text{منه} \quad \cos \hat{ABC} = \frac{AB}{BD}$$

$$BD = \frac{5}{0.5} \quad \text{منه} \quad 0.5 = \frac{5}{BD} \quad \text{منه}$$

$$BD = 10 \text{ cm} \quad \text{منه}$$

حساب AD:

نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث ADB نجد:

$$10^2 = 5^2 + AD^2 \quad \text{منه} \quad BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$AD^2 = 75 \quad \text{منه} \quad AD^2 = 100 - 25 \quad \text{منه}$$

$$AD = 5\sqrt{3} \text{ cm} \quad \text{منه} \quad AD = \sqrt{75} \quad \text{منه}$$

حساب CD:

$$(بالتبادل الداخلي) \quad \hat{CDB} = \hat{ABD}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{10}{CD} \quad \text{منه} \quad \cos \hat{CDB} = \frac{BD}{CD}$$

$$CD = \frac{10}{0.5} \quad \text{منه} \quad 0.5 = \frac{10}{CD} \quad \text{منه}$$

$$CD = 20 \text{ cm} \quad \text{منه}$$

حساب CB:

$$\sin 60^\circ = \frac{CB}{20} \quad \text{منه} \quad \sin \hat{CDB} = \frac{CB}{CD}$$

$$CB \approx 17.4 \text{ cm} \quad \text{منه} \quad 0.87 = \frac{CB}{20} \quad \text{منه}$$

التمرين 21

$$\sin \hat{A\hat{O}C} = \frac{3}{5}, \quad \sin \hat{A\hat{O}B} = \frac{1}{5}, \quad \sin \hat{A\hat{O}B} = \frac{4}{5}$$

التمرين 22

نرمز للجزء الأخضر للشجرة بـ X

$$\tan 25^\circ = \frac{x}{50}$$

$$x = 0.47 \times 50 \quad \text{منه} \quad 0.47 = \frac{x}{50} \quad \text{منه}$$

$$x \approx 23.5 \quad \text{منه}$$

$$23.5 + 1.75 = 25.25 \text{ m} \quad \text{علو الشجرة:}$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - تمارين

التمرين 25

حساب MH :

$$\cos 65^\circ = \frac{MH}{AM}$$

$$MH = 0.42 \times 5 \quad \text{منه} \quad 0.42 = \frac{MH}{5}$$

$$MH = 2.1 \text{ cm}$$

حساب AH :

$$\sin 65^\circ = \frac{AH}{MA}$$

$$AH = 0.91 \times 5 \quad \text{منه} \quad 0.91 = \frac{AH}{5}$$

$$AH = 4.55 \text{ cm}$$

حساب HN :

$$\tan 20^\circ = \frac{AH}{HN}$$

$$HN = \frac{4.55}{0.36} \quad \text{منه} \quad 0.36 = \frac{4.55}{HN}$$

$$HN = 12.63 \text{ cm}$$

حساب MN :

$$MN = MH + HN$$

$$MN = 2.1 + 12.63$$

$$MN = 14.73 \text{ cm}$$

حساب AN :

$$\sin 20^\circ = \frac{AH}{HN}$$

$$AN = \frac{4.55}{0.34} \quad \text{منه} \quad 0.34 = \frac{4.55}{AN}$$

$$AN = 12.38 \text{ cm}$$

التمرين 26

حساب MH :

$$\tan 19^\circ = \frac{MH}{AH}$$

$$MH \approx 5.04 \text{ cm} \quad \text{منه} \quad 0.84 = \frac{MH}{6}$$

حساب AM :

$$\cos 40^\circ = \frac{AH}{AM}$$

$$AM = \frac{6}{0.77} \quad \text{منه} \quad 0.77 = \frac{6}{AM}$$

$$AM \approx 7.79 \text{ cm}$$

حساب NH :

$$\tan 19^\circ = \frac{AH}{NH}$$

$$NH = \frac{6}{0.34} \quad \text{منه} \quad 0.34 = \frac{6}{NH}$$

$$NH \approx 17.65 \text{ cm}$$

حساب MN :

$$MN = MH + NH$$

$$MN = 5.04 + 17.65$$

$$MN \approx 22.69$$

حساب AN :

$$\sin 19^\circ = \frac{AH}{AN}$$

$$AN = \frac{6}{0.33} \quad \text{منه} \quad 0.33 = \frac{6}{AN}$$

$$AN \approx 18.18 \text{ cm}$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - مسائل

المسألة 1

حساب AB:

$$0.42 = \frac{2.5}{AB} \quad \angle L_2 \qquad \sin 25^\circ = \frac{2.5}{AB} \quad \angle L_2$$

$$AB \approx 5.95 \text{ cm} \quad \text{also} \quad AB = \frac{2.5}{0.42} \quad \text{also}$$

حساب طول قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
 بما أن $[AE]$ قطر في الدائرة و B تنتمي إلى الدائرة فإن
 المثلث ABE قائم في B

$$\cos \hat{BAE} = \frac{AB}{AE}$$

$$0.91 = \frac{5.95}{AE} \quad \text{Also} \quad \cos 25^\circ = \frac{5.95}{AE} \quad \text{Also}$$

$$AE = 6.54 \text{ cm} \quad \text{also} \quad AE = \frac{5.95}{0.91} \text{ also}$$

المسألة 3

$$EB = 18 + 1.6$$

$$EB = 19.6m$$

$$\tan \hat{EBC} = \frac{EC}{EB}$$

$$1.73 = \frac{EC}{19.6} \quad \angle I_d \quad \tan 60^\circ = \frac{EC}{19.6} \quad \angle I_d$$

$$EC = 33.91m \quad 4i_{\phi} \quad EC = 19.6 \times 1.73 \quad 4i_{\phi}$$

$$\tan \hat{ABE} = \frac{EA}{EB} = \frac{12}{19.6} \approx 0.61$$

$$\hat{A}BE \approx 31^\circ$$

$$AC = EC - EA$$

$$AC = 33.91 - 12$$

$$AC = 21.91\text{ m}$$

$$CB = AC + AB$$

$$CB = 3 + 1 = 4$$

$$\tan \hat{CDB} = \frac{CB}{CD} = \frac{4}{7}$$

$$C \hat{D} B \approx 30^\circ \text{ also}$$

$$\tan \hat{A} = \frac{AC}{CD} = \frac{3}{7}$$

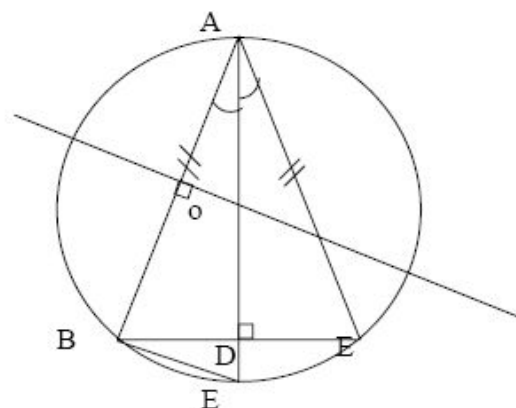
$$A \hat{D} C \approx 23^\circ$$

$$\alpha = C\hat{D}B - A\hat{D}C$$

$$\alpha = 30^\circ - 23^\circ$$

$\alpha = 7^\circ$

المسألة 2



حساب AD:

❖ بما أن $[AD]$ ارتفاع متعلق بالقاعدة فإن $[AD]$ متوسط و $[AD]$ منصف متعلق بالقاعدة:

إذن :

$$\hat{B}AD = \frac{\hat{B}AD}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$$

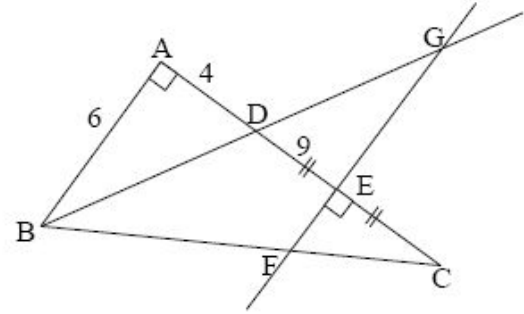
$$BD = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$\tan \hat{BAD} = \frac{BD}{AD} \quad \therefore 0.47 = \frac{2.5}{AD} \quad \therefore \tan 25^\circ = \frac{2.5}{AD}$$

$$AD \approx 5.32 \text{ cm} \quad \text{also} \quad AD = \frac{2.5}{0.47} \text{ also}$$

النسب المثلثية في مثلث قائم - مسائل

المسألة 4



$$\tan \hat{A}DB = \frac{AB}{AD} = \frac{6}{4} = 1.5$$

$$\tan \hat{A}CB = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{9} = 0.66$$

نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث ABD نجد:

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$BD^2 = 4^2 + 6^2$$

$$BD^2 = 52$$

$$BD = 2\sqrt{13}cm \quad \text{منه} \quad BD = \sqrt{52} \quad \text{منه}$$

$$\cos \hat{A}BD = \frac{AD}{BD} = \frac{4}{2\sqrt{13}} = \frac{4\sqrt{13}}{26} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

حساب EF :

$$DC = 9 - 4 = 5cm$$

$$CE = \frac{DC}{2} = \frac{5}{2} = 2.5cm$$

$$(AC) \perp (EF), (AC) \perp (AB) \quad \text{بما أن}$$

$$(AB) \parallel (EF) \quad \text{فإن}$$

حسب نظرية طالس نجد:

$$\frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB}$$

$$EF = \frac{6 \times 2.5}{9} \quad \text{منه} \quad \frac{2.5}{9} = \frac{EF}{6} \quad \text{منه}$$

$$EF \approx 1.67cm \quad \text{منه}$$

المسألة 5

$$\tan \hat{B}AC = \frac{BC}{AB}$$

$$0.75 = \frac{BC}{60} \quad \text{منه} \quad \tan 37^\circ = \frac{BC}{60}$$

$$BC \approx 45m \quad \text{منه} \quad BC = 60 \times 0.75 \quad \text{منه}$$

$$BA' = BA - AA'$$

$$BA' = 60 - 25$$

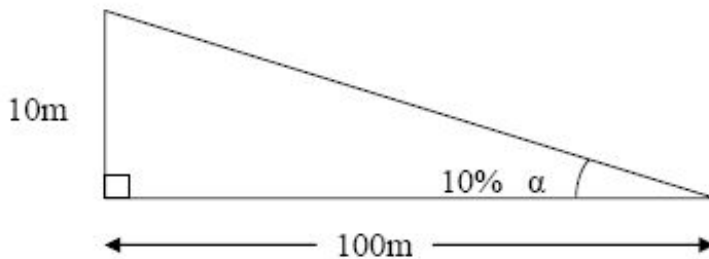
$$BA' = 35^\circ$$

$$\tan \hat{B}AC = \frac{BC}{BA'} = \frac{45}{35} \approx 1.29$$

$$\hat{B}AC = 52^\circ \quad \text{منه}$$

المسألة 6

الكتابة 10% تعني كلما تسير السيارة 100 m تتحدر بـ 10m.

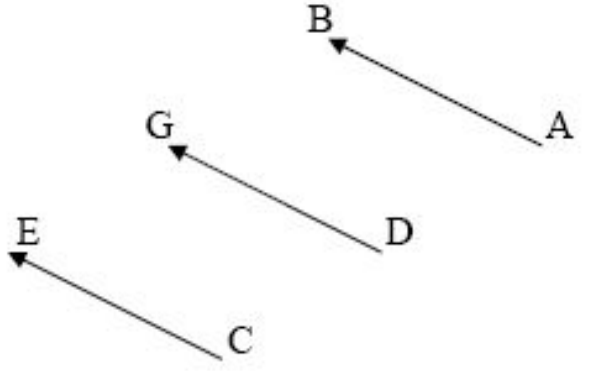


$$\tan \alpha = \frac{10}{100} = 0.1$$

$$\alpha = 6^\circ \quad \text{منه}$$

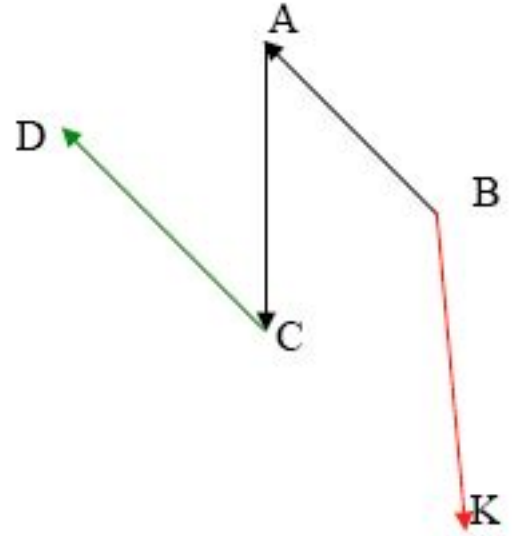
الأشعة و الانسحاب - تطبيقات

التطبيق 1

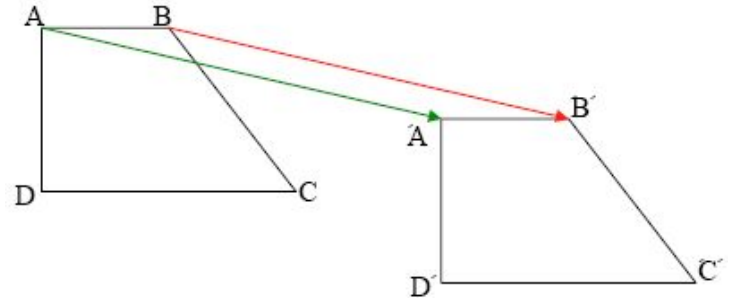


ملاحظة: النقطة A مقترحة لأنها لا توجد في الشكل.

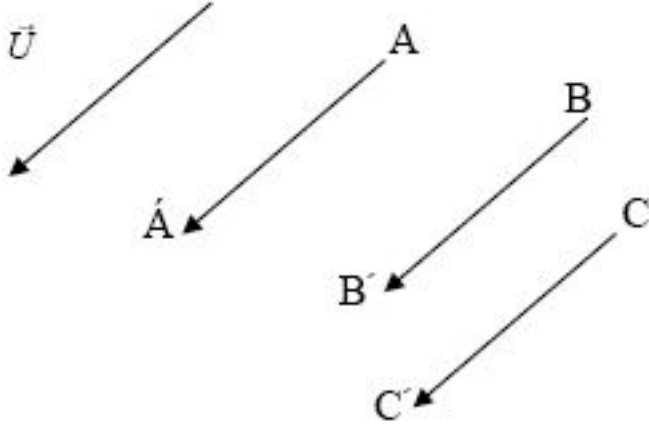
التطبيق 2



التطبيق 3



التطبيق 4



التطبيق 5

E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FN}$
 B صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{KG}$
 C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{MK}$
 N صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{DE}$

التطبيق 6

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \quad , \quad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

$$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB} \quad , \quad \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$$

التطبيق 7

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO} \quad , \quad \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO}$$

$$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC} \quad , \quad \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \quad , \quad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

التطبيق 8

الأشعة المتساوية هي:

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{FE} \quad , \quad \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DF} \quad , \quad \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FD}$$

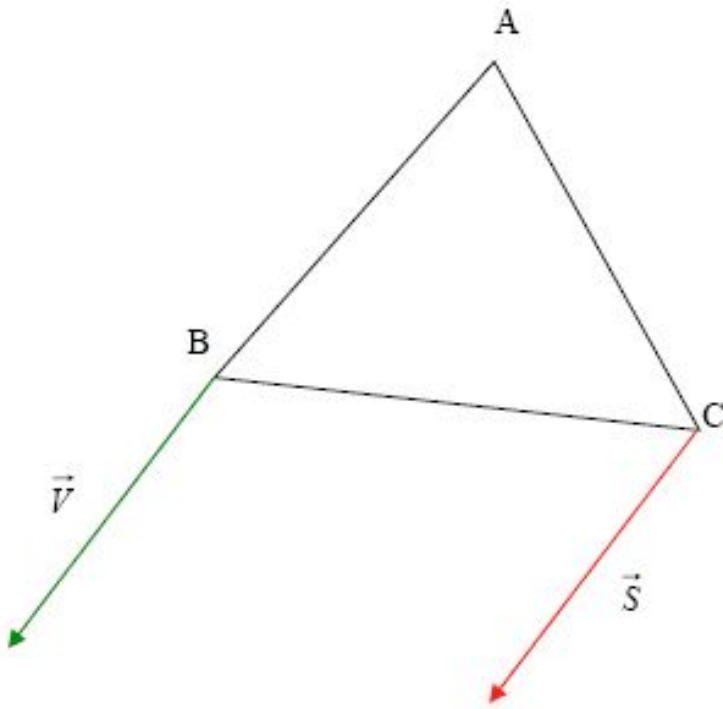
$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC} \quad , \quad \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CB} \quad , \quad \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{EF}$$

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EC} \quad , \quad \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BD} \quad , \quad \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{DB}$$

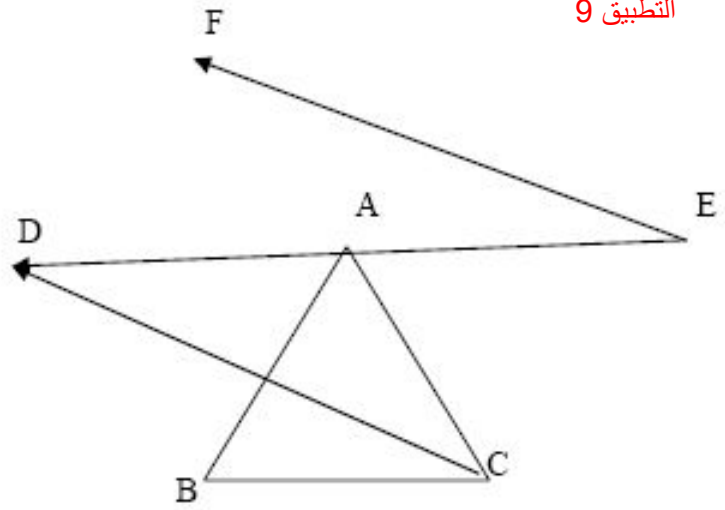
$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CE} \quad , \quad \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{EC} \quad , \quad \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CE}$$

الاشعة و الانسحاب - تطبيقات

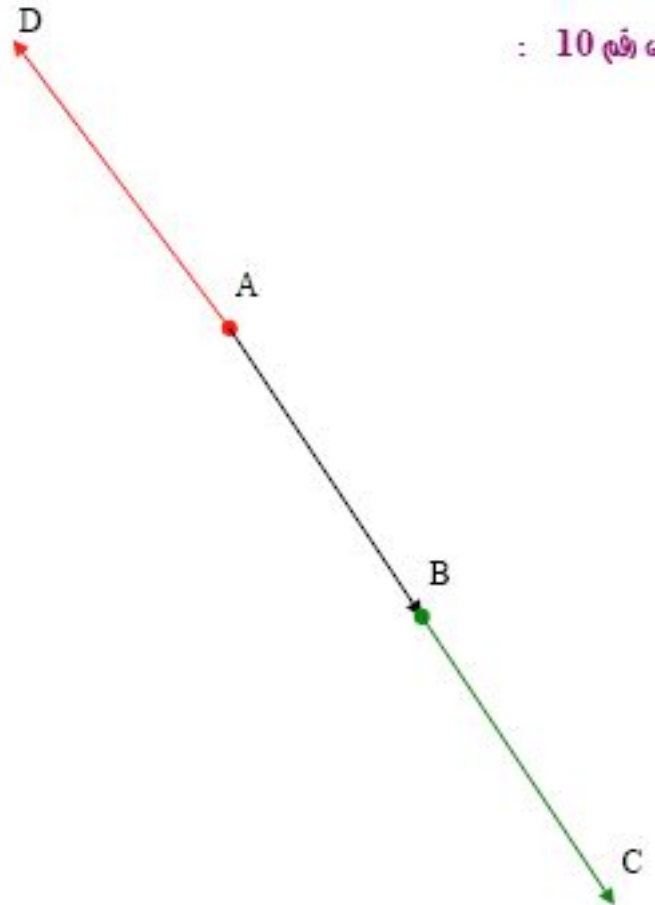
التطبيق 11



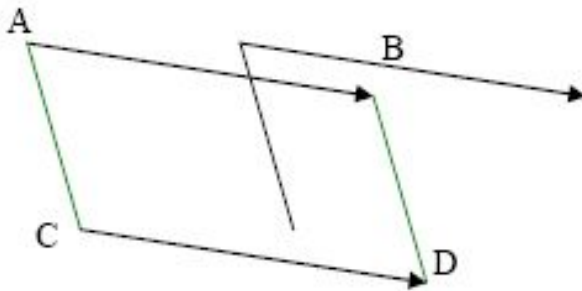
التطبيق 9



التطبيق 10
رقم 10 :



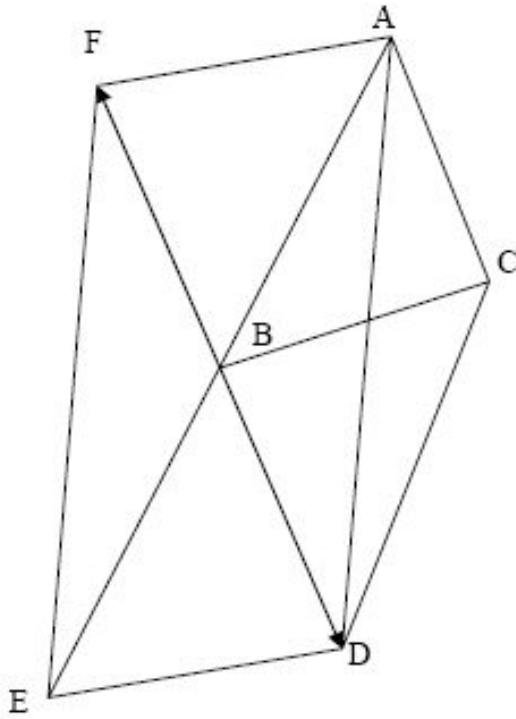
التطبيق 12



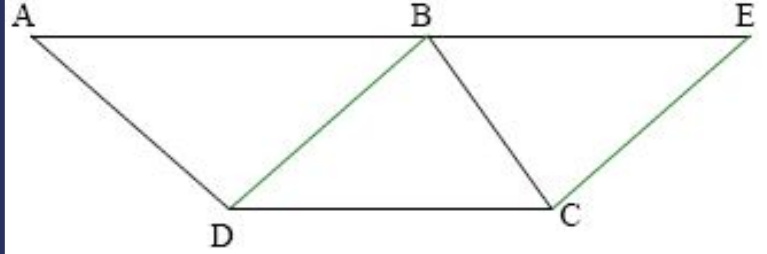
بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ فإن $[AB = CD, (AB) \parallel (CD)]$ منه
الرباعي ABCD متوازي الأضلاع.
وبما أن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ نفس الاتجاه فإن

الاشعة و الانسحاب - تطبيقات

التطبيق 15



(1)



التطبيق 13

بما أن ABCD متوازي أضلاع فإن: (1).....

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

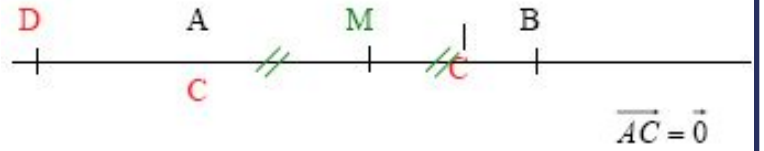
بما أن $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BE} = \vec{0}$ فإن B منتصف [AE] منه

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE} \text{(2)}$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC}$ منه $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC}$ $[BE = DC, (BE) \parallel (DC)]$ منه الرباعي BECD متوازي أضلاع.

التطبيق 14

(2)



❖ بما أن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

❖ بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (لأن الرباعي ABCD متوازي أضلاع) و $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$ من المعطيات

فإن $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BE}$ منه الرباعي ACBE متوازي أضلاع.

❖ بما أن $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BF}$ فإن الرباعي ACBF متوازي أضلاع.

(3)

❖ بما أن ACBF متوازي أضلاع فإن (1).....

$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{CB}$$

بما أن ACBE متوازي أضلاع فإن (2).....

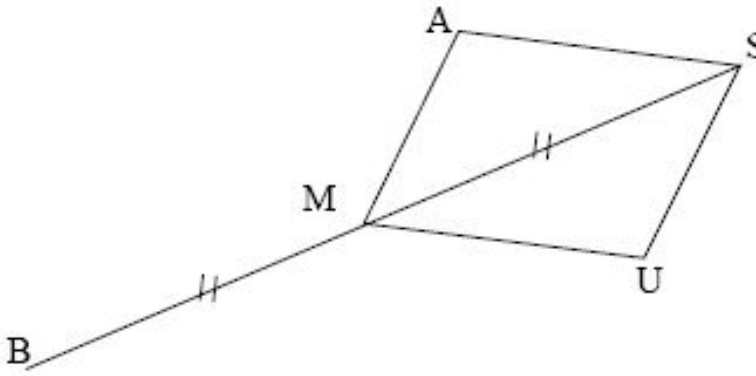
$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DE}$$

من: $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DE}$ منه الرباعي ADEF متوازي أضلاع.

الاشعة و الانسحاب - تطبيقات

التطبيق 16

التطبيق 19



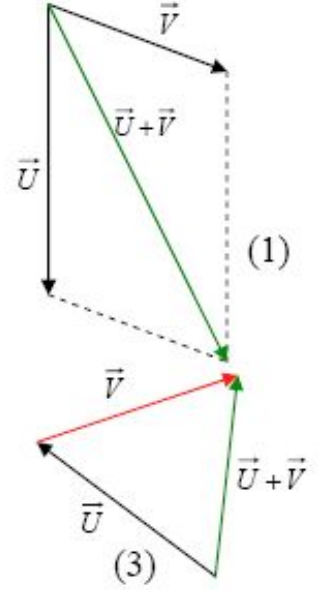
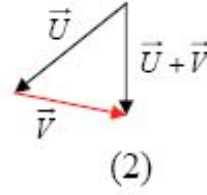
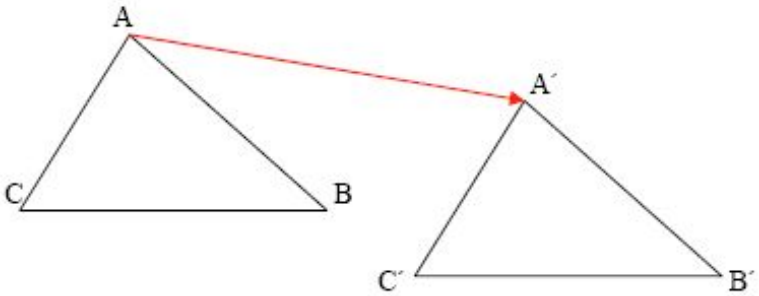
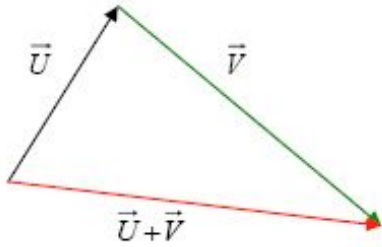
بما أن SAMU متوازي أضلاع فإن:

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SU} = \overrightarrow{SM} \dots\dots\dots(1)$$

بما أن M منتصف [SB] فإن $\overrightarrow{SM} = \overrightarrow{MB}$ بالتعويض في العلاقة (1) نجد:

$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SU} = \overrightarrow{MB}$$

التطبيق 20



التطبيق 17

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \quad (1)$$

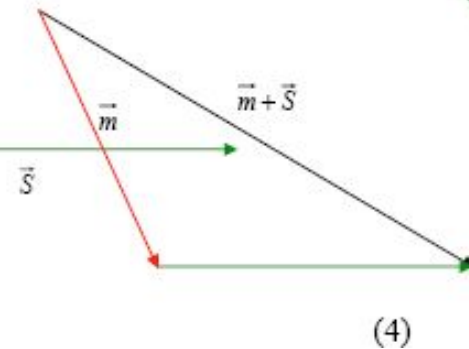
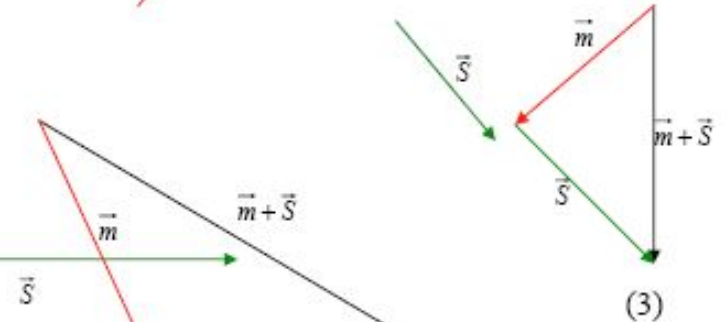
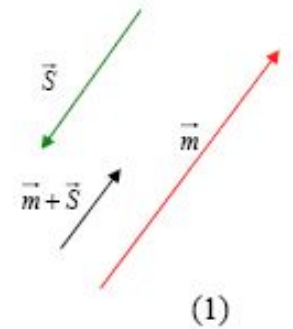
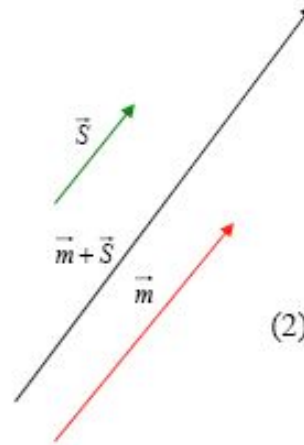
$$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \quad (2)$$

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \quad (3)$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} \quad (4)$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0} \quad (5)$$

التطبيق 18



الاشعة و الانسحاب - تطبيقات

التطبيق 12

(C)

التطبيق 22

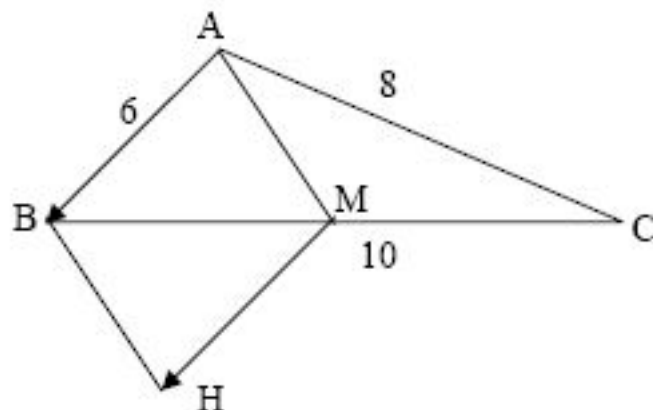
تمرين رقم 22 :

$\vec{DE} + \vec{FG}$

[illegible]

الاشعة و الانسحاب - تمارين

التمرين 1



$$BC^2 = 10^2 = 100 \dots\dots\dots (1) \spadesuit$$

$$AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \dots\dots\dots (2) \spadesuit$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (حسب عكس نظرية فيثاغورث) منه المثلث ABC قائم في A

❖ بما أن $\overline{MH} = \overline{AB}$ فإن $[MH = AB, (MH) \parallel (AB)]$ منه
الرباعي AMHB متوازي أضلاع.

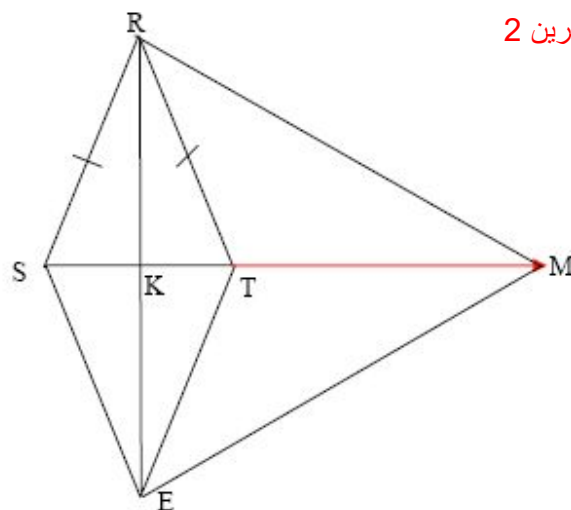
❖ بما أن M منتصف [BC] فإن [AM] متوسط متعلق بالوتر.

❖ بما أن ABC مثلث قائم في A ، $[AM]$ متوسط فإن

$$AM = \frac{10}{2} \text{ منه } AM = \frac{1}{2} BC$$

منه $AM = 5$.

التمرين 2



❖ بما أن $\overline{RE} = \overline{RS} + \overline{RT}$ فإن الرباعي RSET متوازي أضلاع وبما أن $RS = RT$ فإن RSET معين.

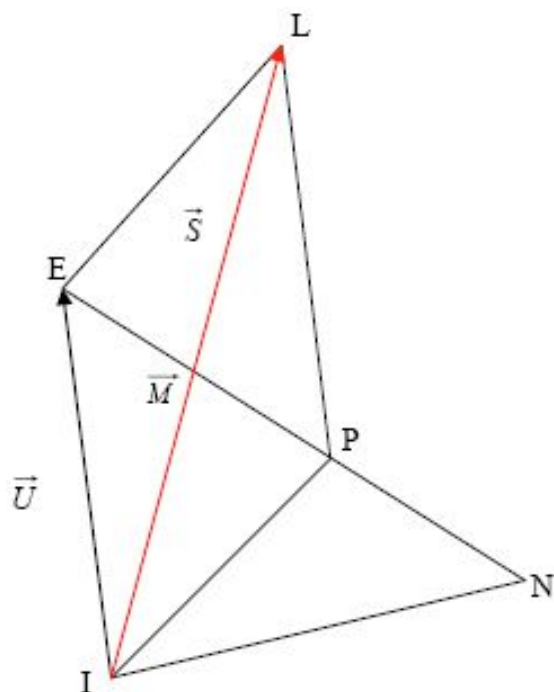
❖ بمأن $\overline{ST} = \overline{TM}$ فإن النقط S,T,M في استقامة واحدة
(SM) محور [RE]

بما أن M تنتمي إلى محور $[RE]$ فإن $MR = ME$ منه
 RME مثلث متساوي الساقين.

❖ بما أن $\overline{ST} = \overline{MT}$ فإن $\overline{TM}$, $\overline{TS}$ شعاعان متعاكسان

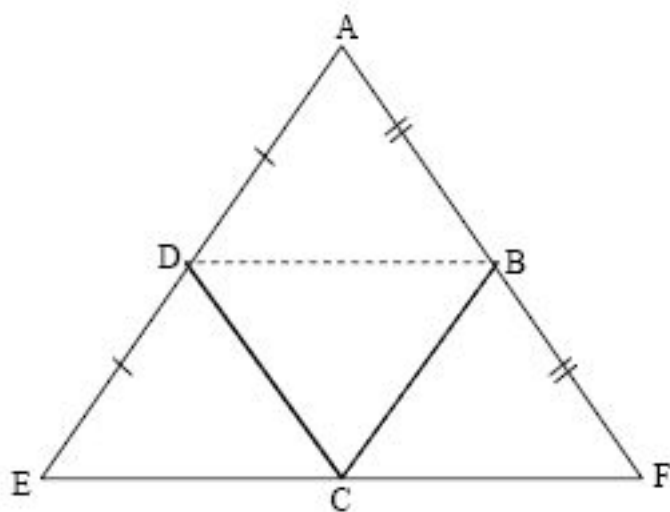
$$\overrightarrow{TS} + \overrightarrow{TM} = \vec{0} \text{ منه}$$

التمرين 3



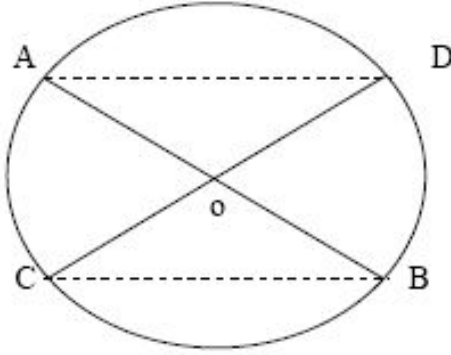
❖ بما أن $\overline{PL} = \overline{IE}$ فإن $\overline{PL} = \overline{IE} \parallel (IE)$ [PL = IE] منه الرباعي IPLE متوازي أضلاع منه القطران [LI], [PE] متناصفان.

التمرين 4



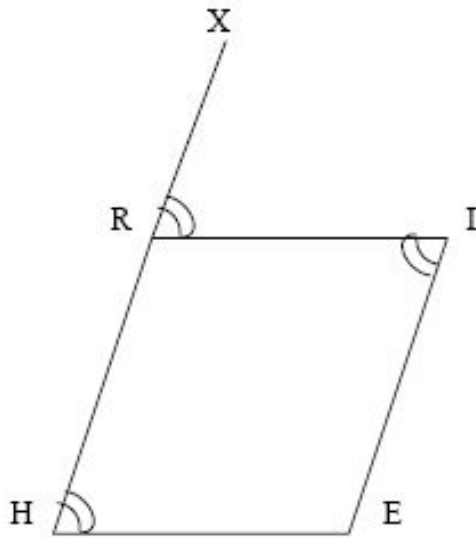
الاشعة و الانسحاب - تمارين

التمرين 7



O نقطة تقاطع (AB), (CD) لدينا $OA = OB = OC = OD$ (هو نصف القطر)

منه O منتصف [AB] و O منتصف [CD] أي: القطران [AB], [CD] متناصفان وبما أنهما متقاطعان فإن الرباعي ABCD مستطيل منه $AD = CB$.



تمرين رقم 8 :

بما أن RIE , IRX متبادلتان داخليا ومتناصفتان فإن

$$(RH) \parallel (IE) \dots \dots \dots (1)$$

بما أن RHE , IRX متماثلتين ومتناصفتين فإن

$$(RI) \parallel (HE) \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن الرباعي RIEH متوازي أضلاع

$$\text{منه } RH = IE$$

(1) بما أن ABCD متوازي أضلاع فإن:

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \dots \dots \dots (1)$$

بما أن D منتصف [AE] فإن: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DE} \dots \dots \dots (2)$

من (1) و (2) نستنتج أن: $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$

منه الرباعي ABCE متوازي أضلاع منه $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DB}$

(2) بما أن ABCD متوازي أضلاع فإن:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \dots \dots \dots (3)$$

بما أن B منتصف [AF] فإن: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF} \dots \dots \dots (4)$

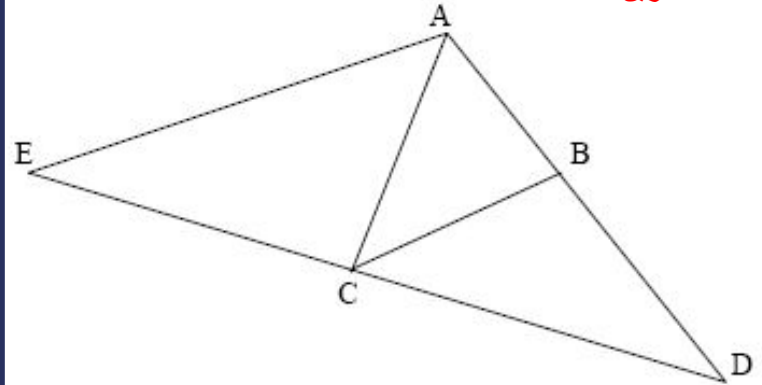
من (3) و (4) نستنتج أن: $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BF}$

منه الرباعي DBFC متوازي أضلاع منه $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DB}$

(3) بما أن $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{DB}$ فإن $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{EC}$

منه C منتصف [EF].

التمرين 5

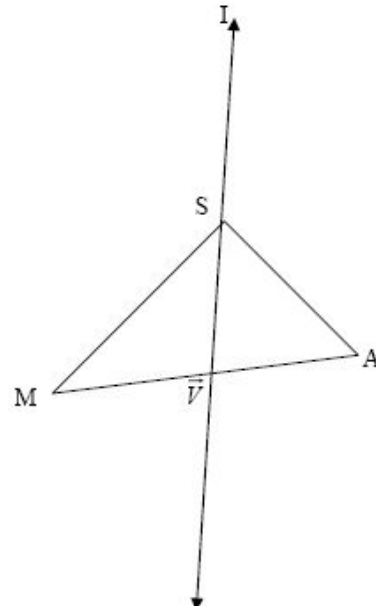


بما أن: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$ فإن B منتصف [AD] $\dots \dots \dots (1)$

بما أن: $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$ فإن C منتصف [DE] $\dots \dots \dots (2)$

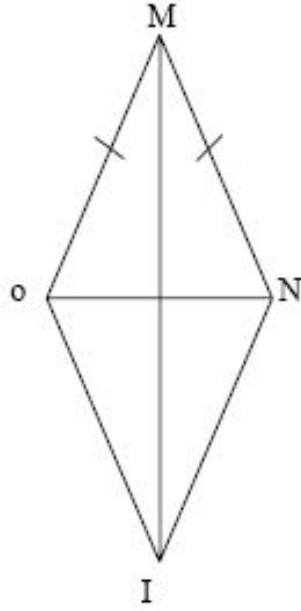
من (1) و (2) نستنتج أن: $(BC) \parallel (AE)$

التمرين 6



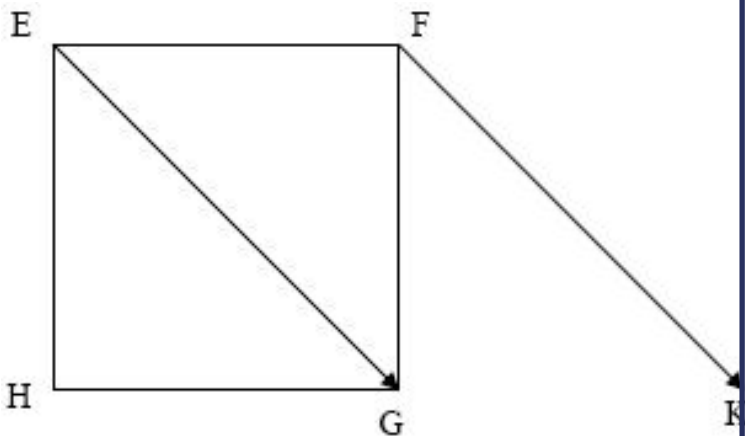
الاشعة و الانسحاب - تمارين

التمرين 11



بما أن $\overline{MO} = \overline{NI}$ فإن الرباعي MNIO متوازي أضلاع.
بما أن المثلث NOM متساوي الساقين فإن $Mo = MN$ في
المتوازي الأضلاع MNIO الضلعان $[Mo]$, $[MN]$
متقايسان ومتتاليان فهو معين قطراه $[Mo]$, $[MN]$ فهما
متعامدان منه $(NO) \perp (MI)$.

التمرين 12

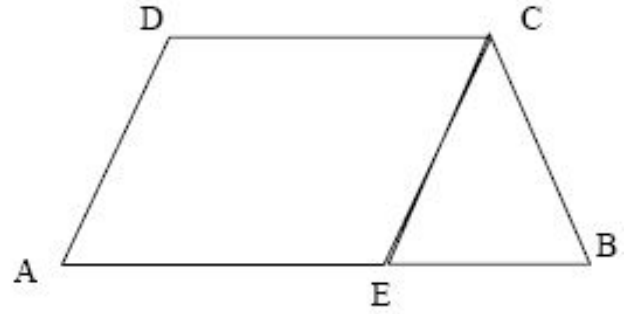


$$\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EF}$$

$$\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EG}$$

$$\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{FK} = \overrightarrow{HG}$$

التمرين 9



بما أن: $[AB]$, $[DC]$ قاعدتا شبه المنحرف فإن:

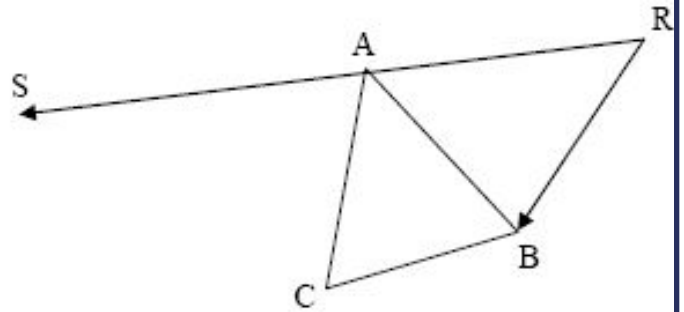
$$(AB) \parallel (DC) \dots \dots \dots (1)$$

$$(DC) \parallel (AE) \dots \dots \dots (2) \text{ فإن } \overline{DC} = \overline{AE}$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $(AE) \parallel (AB)$

وبما أن A نقطة مشتركة فإن النقط E, B, A في استقامة.

التمرين 10



بما أن $\overline{RB} = \overline{AC}$ فإن الرباعي ARBC متوازي أضلاع

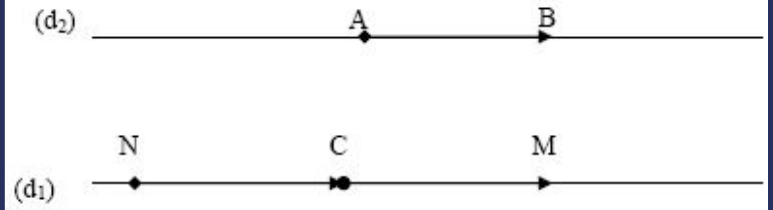
$$\overline{RA} = \overline{BC} \dots \dots \dots (1) \text{ منه}$$

$$\overline{AS} = \overline{BC} \dots \dots \dots (2) \text{ لدينا (من المعطيات)}$$

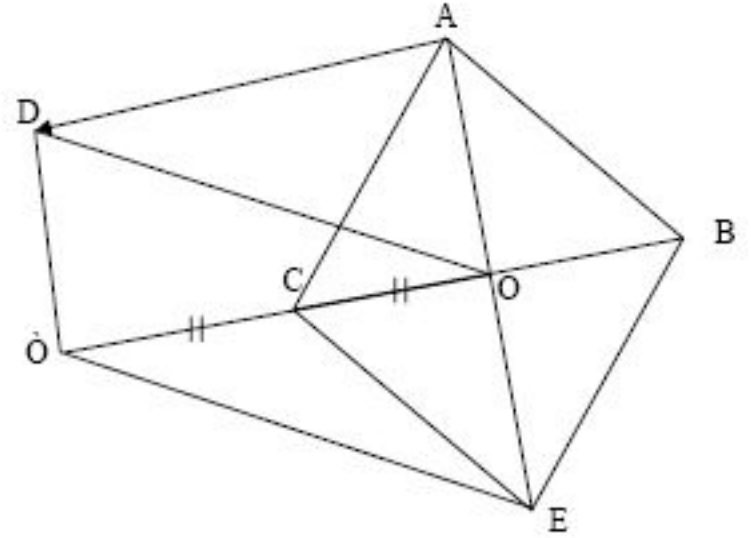
من (1) و (2) نستنتج أن: $\overline{RA} = \overline{AS}$

الاشعة و الانسحاب - تمارين

التمرين 13



التمرين 14



بما أن O نظيرة O بالنسبة إلى C فإن C منتصف [O].
بما أن $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ فإن الرباعي ABE C متوازي أضلاع

منه (1) $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$

بما أن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع

منه (2) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

من (1) و (2) نستنتج أن: $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$ منه C منتصف [DE]
بما أن C منتصف كل من [O] و [DE] وهما قطران في الرباعي D O E O فهو متوازي أضلاع منه $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{DO}$

التمرين 15

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} \quad , \quad \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} \quad \diamond$$

نجمع المساواتين طرف إلى طرف نجد:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}) \\ &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD}) \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \end{aligned}$$

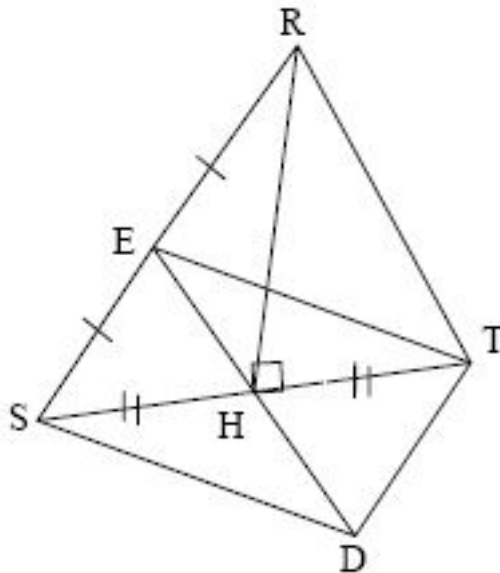
إذن: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} \\ &= \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}) \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} \end{aligned} \quad \diamond$$

علاقة شال

إذن: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

التمرين 16



الاشعة و الانسحاب - تمارين

التمرين 18

$$\begin{array}{l}
 (1) \quad \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA} \quad \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \quad \text{ب.} \quad \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \quad \square \\
 (2) \quad \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \quad \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM} \quad \text{ب.} \quad \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} \quad \square \\
 (3) \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \quad \text{ب.} \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{PC} \quad \square \\
 (4) \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} \quad \text{ب.} \quad \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} \quad \square
 \end{array}$$

❖ بما أن R S T مثلث متساوي الساقين قاعدته [ST] و [RH] عمود متعلق بالقاعدة فإن [RH] متوسط منه H منتصف [ST].

$$SH = \frac{ST}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{❖}$$

❖ بتطبيق نظرية فيثاغورث عن المثلث القائم R S H نجد:

$$RH^2 = RS^2 - SH^2 \quad \text{منه} \quad RS^2 = RH^2 + SH^2$$

$$\text{منه} \quad RH^2 = 5^2 - 3^2$$

$$= 25 - 9$$

$$= 16$$

$$\text{منه} \quad RH = \sqrt{16} \quad \text{منه} \quad RH = 4 \text{ cm}$$

❖ بما أن D نظيرة E بالنسبة إلى H فإن H منتصف [ED] ولدينا H منتصف [ST] (برهان سابق). إذن القطران

[ED] و [ST] في الرباعي E T D S متناصفان فهو

متوازي أضلاع.

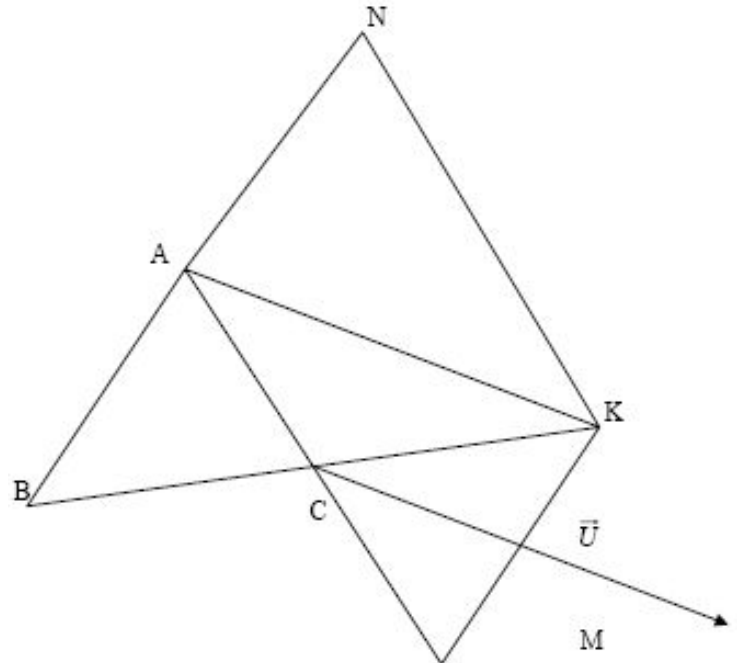
❖ بما أن E منتصف [SR] فإن $\overrightarrow{RE} = \overrightarrow{ES}$

$$\overrightarrow{RE} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{ES} + \overrightarrow{SD}$$

$$= \overrightarrow{ED}$$

$$\text{إذن:} \quad \overrightarrow{RE} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{ED}$$

التمرين 17



بما أن $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AM}$ فإن الرباعي ANKM متوازي

$$\text{أضلاع منه} \quad \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MK}$$

الاشعة و الانسحاب - مسائل

المسألة 1

$$EC = \sqrt{28.8} = \sqrt{\frac{288}{10}} = \frac{\sqrt{144 \times \sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}} = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$$

$$ED = \sqrt{115.2} = \sqrt{\frac{1152}{10}} = \frac{\sqrt{576 \times \sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt{5} \times \sqrt{2}}} = \frac{24}{\sqrt{5}} = \frac{24\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{24\sqrt{5}}{5}$$

$$DC^2 = (18)^2 = 144 \dots \dots \dots (1) \quad (2)$$

$$DE^2 + EC^2 = 28.8 + 115.2 = 144 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $DC^2 = DE^2 + EC^2$ منه المثلث DCD قائم في E .

(3) بما أن G صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FC}$ فإن $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{EG}$ منه الرباعي $EGCF$ متوازي أضلاع

(3).....

بما أن المثلث ECD قائم في E و (EF) متوسط متعلق

$$EF = \frac{1}{2}DC$$

$$EF = FC \dots \dots \dots (4) \quad \text{منه}$$

من (3) و (4) نستنتج أن الرباعي $EGCF$ معين.

بما أن $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{DF}$ (لأن F منتصف $[DC]$) فإن $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{DF}$ منه الرباعي $EGFD$ متوازي أضلاع.

(4) بما أن $EGCF$ معين فإن $(FG) \perp (EC)$ منه $[GH]$ ارتفاع متعلق بالضلع $[EC]$

بما أن $(BC) \perp (EG)$ فإن $[BC]$ ارتفاع متعلق بالضلع $[EG]$

بما أن $[GH]$ و $[BC]$ ارتفاعان في I فإن $[EI]$ ارتفاع متعلق بالضلع $[GC]$ منه $(EI) \perp (CG)$.

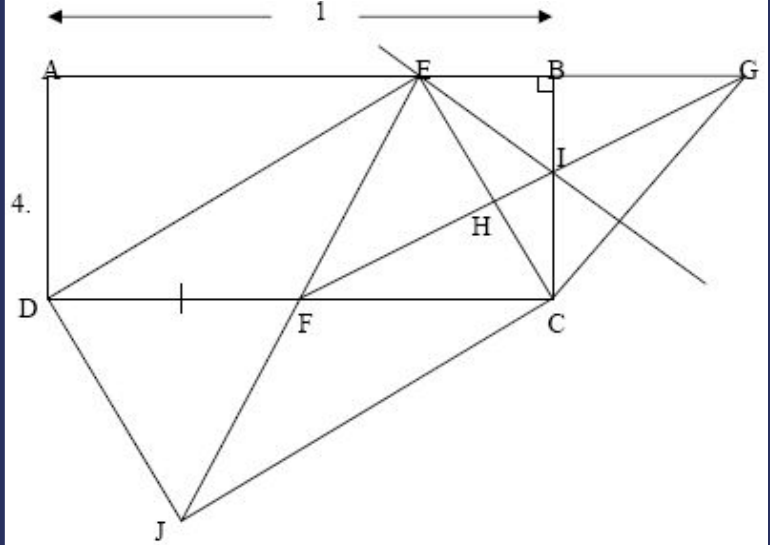
(5) بما أن $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{ED}$ فإن الرباعي $DECJ$ متوازي أضلاع (5).....

بما أن DEC مثلث قائم في E فإن

$$\widehat{DEC} = 90^\circ \dots \dots \dots (6)$$

من (6) و (5) نستنتج أن الرباعي $DECG$ مستطيل.

بما أن F نقطة تقاطع القطرين $[DC]$ و $[EJ]$ فإن F منتصف $[EJ]$ منه النقط J, F, E في استقامة واحدة.



(1) ❖ بما أن $ABCD$ مستطيل فإن المثلث $EB C$ قائم في B

$$EC^2 = BC^2 + EB^2$$

$$EC^2 = (4.8)^2 + (2.4)^2 \quad \text{منه}$$

$$EC^2 = 23.04 + 5.76$$

$$EC^2 = 28.8$$

منه $EC = 28.8$ منه $AE = AB - EB = 12 - 2.4 = 9.6$ ❖ بما أن $ABCD$ مستطيل فإن المثلث $A E D$ قائم في A

$$DE^2 = AE^2 + AD^2$$

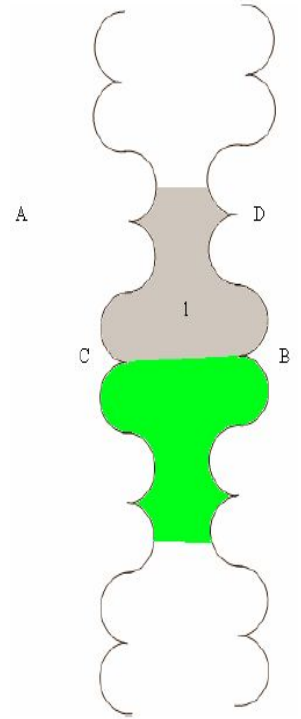
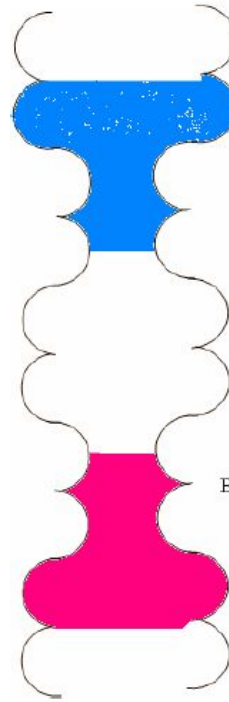
$$DE^2 = (9.6)^2 + (4.8)^2 \quad \text{منه}$$

$$DE^2 = 92.16 + 23.04$$

$$DE^2 = 115.2$$

الاشعة و الانسحاب - مسائل

المسألة 4



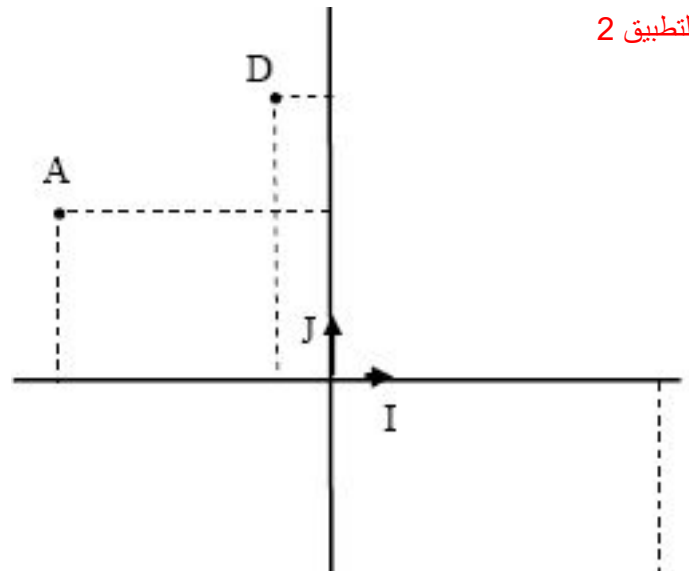
ملاحظة: الشكل الموجود في اليسار ضخم موضعه وسحب
بمربع واحد إلى اليمين.

المعالم - تطبيقات

التطبيق 1

$$\vec{m}(0,4) \quad , \quad \vec{b}(-7,-3) \quad , \quad \vec{f}(2,4) \\ \vec{s}(-2,3) \quad , \quad \vec{v}(+5,-3) \quad , \quad \vec{u}(-5,0)$$

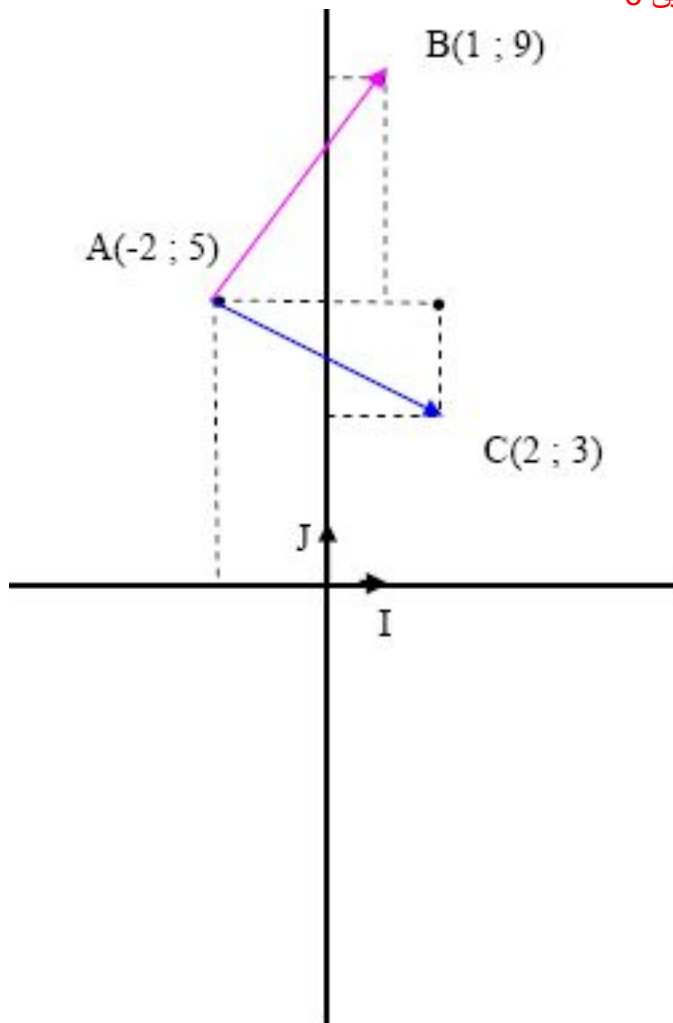
التطبيق 2



$$\vec{CD}(-1,14) \quad , \quad \vec{AC}(5,-11) \quad , \quad \vec{AB}(11,-7) \\ \vec{OD}(-1,6) \quad , \quad \vec{DC}(1,-14) \quad , \quad \vec{BD}(-7,10)$$

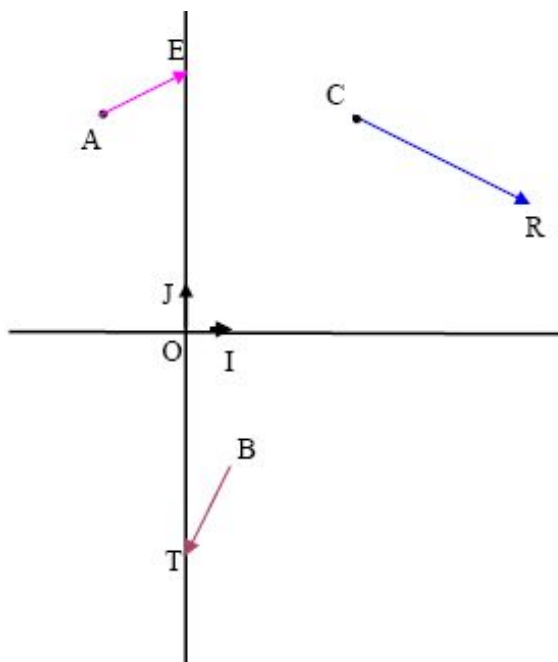
ملاحظة : لا توجد النقطة E .

التطبيق 3



$$C(2,3) \quad ; \quad B(1,9)$$

التطبيق 4



$$R(8,2) \quad ; \quad E(0,6) \quad ; \quad T(0,-5)$$

المعالم - تطبيقات

التطبيق 5

(1)

$$x_B - x_A = 7 - 1 = 6$$

$$y_B - y_A = -1 - 2 = -3$$

$$\vec{AB}(6, -3) \text{ إذن}$$

(2)

$$x_B - x_A = 0 - 3 = -3$$

$$y_B - y_A = -5 - 1 = -6$$

$$\vec{AB}(-3, -6) \text{ إذن}$$

(3)

$$x_B - x_A = 3 - 3 = 0$$

$$y_B - y_A = -5 + 2 = -3$$

$$\vec{AB}(0, -3) \text{ إذن}$$

(4)

$$x_B - x_A = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

$$y_B - y_A = -\frac{4}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{3} = -1$$

$$\vec{AB}\left(\frac{3}{4}, -1\right) \text{ إذن}$$

(5)

$$x_B - x_A = 0,1 - 0,5 = 0,4$$

$$y_B - y_A = 3,2 - 4 = -0,8$$

$$\vec{AB}(-0,4, -0,8) \text{ إذن}$$

التطبيق 6

* حساب إحداثي $\vec{AB}$:

$$x_B - x_A = 1 + 2 = 3$$

$$y_B - y_A = -2 - 3 = -5$$

$$\vec{AB}(3, -5) \text{ إذن}$$

* حساب إحداثي $\vec{BC}$:

$$x_C - x_B = 2 - 1 = 1$$

$$y_C - y_B = -1 + 2 = 1$$

$$\vec{BC}(1, 1) \text{ إذن}$$

* حساب إحداثي $\vec{AC}$:

$$x_C - x_A = 2 + 2 = 4$$

$$y_C - y_A = -1 - 3 = -4$$

$$\vec{AC}(4, -4) \text{ إذن}$$

* حساب إحداثي $\vec{CD}$:

$$x_D - x_C = -1 - 2 = -3$$

$$y_D - y_C = 4 + 1 = 5$$

$$\vec{CD}(-3, 5) \text{ إذن}$$

* حساب إحداثي $\vec{BD}$:

$$x_D - x_B = -1 - 1 = -2$$

$$y_D - y_B = 4 + 2 = 6$$

$$\vec{BD}(-2, 6) \text{ إذن}$$

التطبيق 7

$$x_N - x_M = 2 - (-1) = 2 + 1 = 3$$

$$y_N - y_M = 3 - (-3) = 3 + 3 = 6$$

$$\vec{MN}(3, 6) \text{ إذن}$$

المعالم - تطبيقات

التطبيق 8

* حساب إحداثيي $\vec{AD}$:

$$x_D - x_A = 0 - (-5) = 0 + 5 = 5$$

$$y_D - y_A = 5 - 3 = 2$$

إذن $\vec{AD}(5, 2)$

* حساب إحداثيي $\vec{CB}$:

$$x_B - x_C = -2 - (-7) = -2 + 7 = 5$$

$$y_B - y_C = 8 - 6 = 2$$

إذن $\vec{CB}(5, 2)$

بما أن $\vec{AD} = \vec{CB}$ فإن $(AD) \parallel (CB)$ و $AD = CB$ ومنه
الرباعي ACBD متوازي أضلاع.

التطبيق 9

MATH متوازي أضلاع منه $\vec{MA} = \vec{HT}$

* حساب إحداثيي $\vec{MA}$:

$$x_A - x_M = -1 - (-2) = -1 + 2 = 1$$

$$y_A - y_M = 3 - 3 = 0$$

إذن $\vec{MA}(1, 0)$

* حساب إحداثيي $\vec{HT}$ بدلالة إحداثيي T

$$x_T - x_H = x_T - 1$$

$$y_T - y_H = y_T + 2$$

و منه $\vec{MA} = \vec{HT}$

$$x_T - 1 = 1$$

$$x_T = 1 + 1 = 2$$

$$y_T + 2 = 0 \text{ و منه } y_T = -2$$

إذن $T(2, -2)$

التطبيق 10

* حساب إحداثيي النقطة P :

P منتصف [AB] ومنه

$$x_P = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_P = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + (-1)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

إذن $P(1, 0)$

* حساب إحداثيي النقطة E :

B منتصف [CE]

$$x_B = \frac{x_C + x_E}{2}$$

$$4 = \frac{5 + x_E}{2}$$

$$5 + x_E = 8$$

$$x_E = 8 - 5 = 3$$

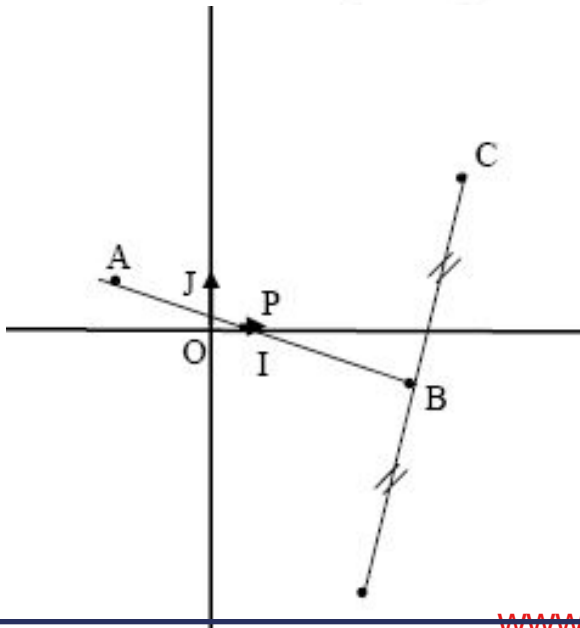
$$y_B = \frac{y_C + y_E}{2}$$

$$-1 = \frac{3 + y_E}{2}$$

$$3 + y_E = -2$$

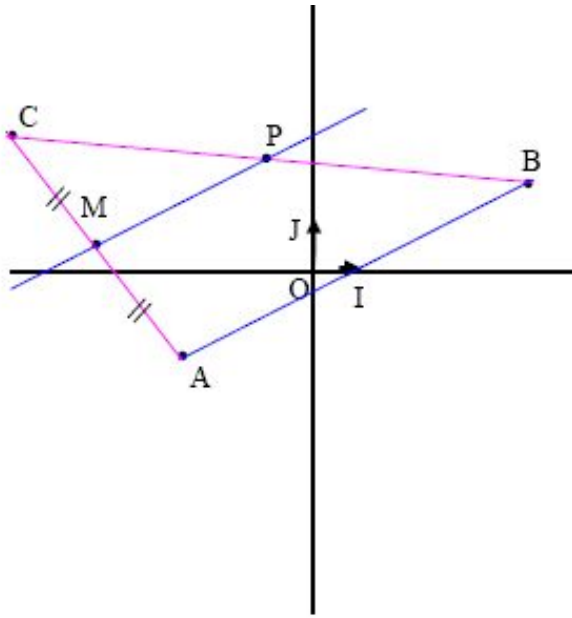
$$y_E = -2 - 3 = -5$$

إذن $E(3, -5)$



المعالم - تطبيقات

التطبيق 13



* حساب إحداثيي النقطة M :

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3 + (-7)}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$$

إذن $M(-5, 0,5)$

* حساب إحداثيي النقطة P :

P منتصف [CB]

$$x_P = \frac{x_C + x_B}{2} = \frac{-7 + 5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_P = \frac{y_C + y_B}{2} = \frac{3 + 2}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

إذن $P(-1, 2,5)$

نقول عن المستقيمين (MP) و (AB) أنهما متوازيين لأن :

$$\frac{CM}{CA} = \frac{1}{2} \dots\dots (1) \text{ فإن } [AC] \text{ منتصف } M$$

$$\frac{CP}{CB} = \frac{1}{2} \dots\dots (2) \text{ فإن } [CB] \text{ منتصف } P$$

$$\frac{CM}{CA} = \frac{CP}{CB} \text{ من (1) و (2) نستنتج أن :}$$

و منه $(AB) \parallel (MP)$ (حسب عكس نظرية طاليس).

التطبيق 11

(1)

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 - 5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{6 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

إذن $C(-1, 2)$

(2)

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{7 - 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

إذن $C(2, 1)$

(3)

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1 - 1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2 - 2}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

إذن $C(-1, 0)$

(4)

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0,6 + (-5,4)}{2} = \frac{-4,8}{2} = -2,4$$

$$y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-7,8 - 9,2}{2} = \frac{-17}{2} = -8,5$$

إذن $C(-2,4, -8,5)$

(5)

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{2} = \frac{\frac{4}{2}}{2} = \frac{4}{2} \times \frac{1}{2} = 1$$

$$y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-\frac{1}{3} - 1}{2} = \frac{-\frac{4}{3}}{2} = -\frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = -\frac{2}{3}$$

إذن $C\left(1, -\frac{2}{3}\right)$

التطبيق 12

* حساب إحداثيي النقطة M منتصف [BD] :

$$x_M = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{3 + 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_M = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{5 + (-1)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

إذن $M(2, 2)$

* حساب إحداثيي النقطة N منتصف [AC] :

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{3 + 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

إذن $N(2, 2)$

بما أن M منتصف [BD] و N منتصف [AC] و

M, N متطابقتان فإن القطران [BD] و [AC] متناصفان و

منه الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

المعالم - تطبيقات

التطبيق 14

بما أن $E\vec{B} + E\vec{C} = \vec{0}$ فإن E منتصف [BC]

$$x_E = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_E = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{3 + (-3)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\text{إذن } E\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

* حساب إحداثيات النقطة D :

$$x_E = \frac{x_A + x_D}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3 + x_D}{2}$$

$$x_D + 3 = 1$$

$$x_D = 1 - 3 = -2$$

$$y_E = \frac{y_A + y_D}{2}$$

$$0 = \frac{4 + y_D}{2}$$

$$y_D + 4 = 0$$

$$y_D = -4$$

$$D(-2, -4)$$

بما أن E منتصف [BC] و E منتصف [AD] فإن
القطران [AD] و [BC] متناصفان و منه الرباعي ABCD
متوازي أضلاع.

التطبيق 15

(1)

$$AB = \sqrt{(-2 + 6)^2 + (4 - 5)^2} = \sqrt{(5)^2 + (-1)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 1}$$

$$= \sqrt{26}$$

$$AC = \sqrt{(3 + 6)^2 + (-6 - 5)^2} = \sqrt{9^2 + (-11)^2}$$

$$= \sqrt{81 + 121}$$

$$= \sqrt{212}$$

$$= 2\sqrt{53}$$

$$BC = \sqrt{(3 + 2)^2 + (-6 - 4)^2} = \sqrt{5^2 + (-10)^2}$$

$$= \sqrt{25 + 100}$$

$$= \sqrt{125}$$

$$= 5\sqrt{5}$$

(2)

$$AB = \sqrt{\left(-4 + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{-10}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{100}{9} + \frac{9}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{481}{36}} = \frac{\sqrt{481}}{6}$$

$$AC = \sqrt{\left(\frac{5}{4} + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{5}{3} + 1\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{23}{12}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{529}{144} + \frac{4}{9}}$$

$$= \sqrt{\frac{5337}{1296}} = \frac{\sqrt{5337}}{36}$$

$$BC = \sqrt{\left(\frac{5}{4} + 4\right)^2 + \left(-\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{21}{4}\right)^2 + \left(-\frac{13}{6}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{441}{16} + \frac{169}{36}}$$

$$= \sqrt{\frac{18580}{576}} = \frac{2\sqrt{4645}}{24}$$

(3)

$$AB = \sqrt{(-5 + 2)^2 + (-7 - 3)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-10)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 100}$$

$$= \sqrt{109}$$

$$AC = \sqrt{(-4 + 2)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(3 + 2)^2 + (1 + 7)^2} = \sqrt{5^2 + 8^2}$$

$$= \sqrt{25 + 64}$$

$$= \sqrt{89}$$

المعالم - تطبيقات

التطبيق 17

حساب الأطوال AB , AC , BC :

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(3+1)^2 + (3-6)^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} \\ &= \sqrt{16+9} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(-7+1)^2 + (-2-6)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} \\ &= \sqrt{36+64} \\ &= \sqrt{100} = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(-7-3)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{(-10)^2 + (-5)^2} \\ &= \sqrt{100+25} \\ &= \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$BC^2 = (\sqrt{125})^2 = 125 \dots \dots \dots (1)$$

$$AB^2 + AC^2 = 5^2 + 10^2 = 25 + 100 = 125 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
و منه المثلث ABC قائم في A (حسب عكس نظرية فيثاغورث).

* حساب إحداثيي النقطة E منتصف [AC] :

$$x_E = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1 + (-7)}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$y_E = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{6 + (-2)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

إذن $E(-4, 2)$

حساب طول المتوسط المتعلق بالضلع [AC] :

$$\begin{aligned} BE &= \sqrt{(-4-3)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{49+1} \\ &= \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

التطبيق 16

$$AB = \sqrt{(3-2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(0-2)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{4+4} \\ &= \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(0-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{9+1} \\ &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$BC^2 = \sqrt{10}^2 = 10 \dots \dots \dots (1)$$

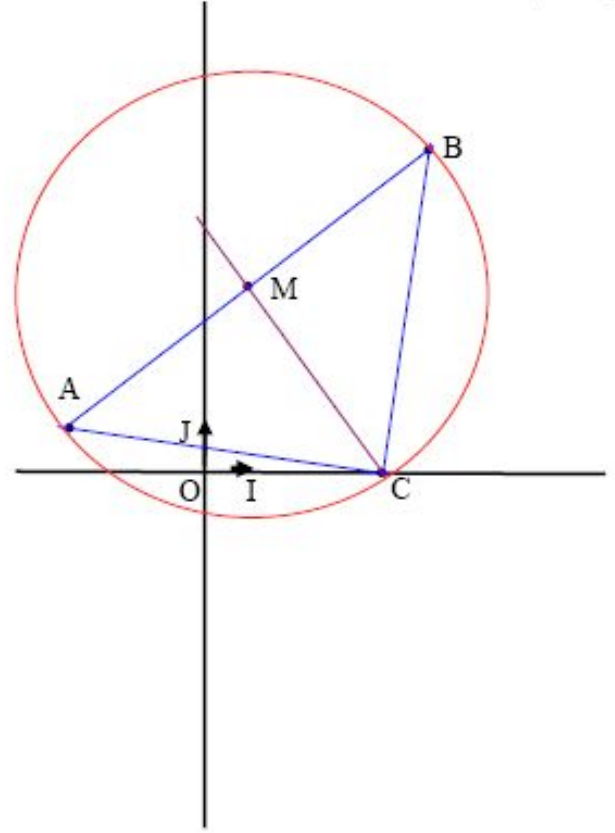
$$AB^2 + AC^2 = (\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 2 + 8 = 10 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
و منه المثلث ABC قائم في A
(حسب عكس نظرية فيثاغورث).

المعالم - تطبيقات

التطبيق 18

(1) تعليم النقط :



$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 7}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

إذن $M(1, 4)$

$$MA = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$

(2)

$$AC = \sqrt{(4 + 3)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{7^2 + (-1)^2}$$

$$= \sqrt{49 + 1}$$

$$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \dots \dots (1)$$

$$BC = \sqrt{(4 - 5)^2 + (0 - 7)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 49}$$

$$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \dots \dots (2)$$

(3)

من (1) و (2) نستنتج أن: $AC = BC$ و منه $\triangle ABC$ مثلث متساوي الساقين .

$$AB^2 = 10^2 = 100 \dots \dots (3)$$

$$BC^2 + AC^2 = (\sqrt{50})^2 + (\sqrt{50})^2 = 50 + 50 = 100 \dots \dots (4)$$

من (3) و (4) نستنتج أن: $AB^2 = BC^2 + AC^2$ (حسب عكس نظرية فيثاغورث) و منه $\triangle ABC$ مثلث قائم في C .

إذن $\triangle ABC$ مثلث قائم و متساوي الساقين .

(4)

بما أن $\triangle ABC$ مثلث قائم في C ، M هي مركز الدائرة المحيطة به فإن M هي منتصف [AB] .

المعالم - تطبيقات

التطبيق 19

(1) تعلیم النقط :

الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

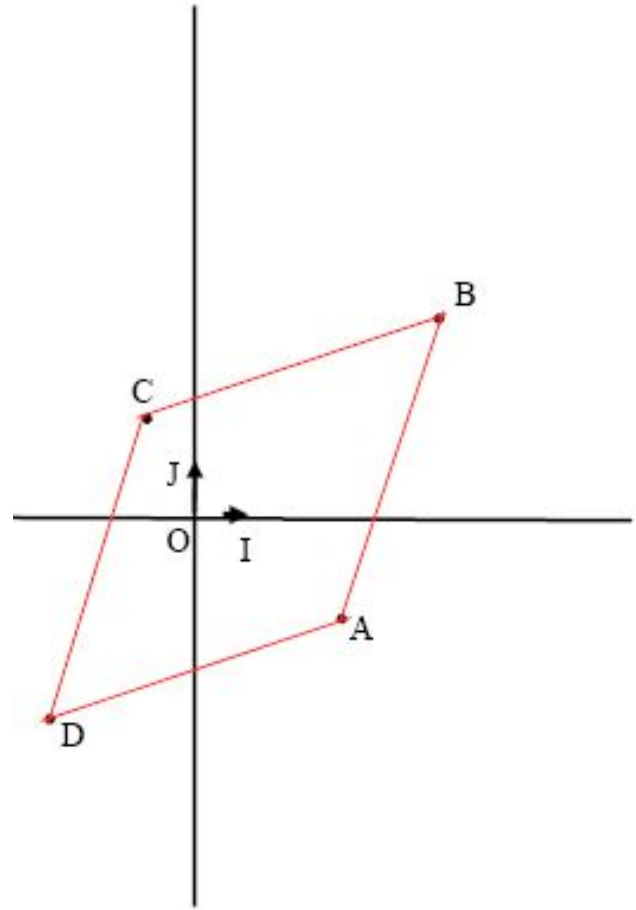
$$AB = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 36}$$

$$= \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \dots (1)$$

$$AD = \sqrt{(-3-3)^2 + (-4+2)^2} = \sqrt{36+4}$$

$$= \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $AB=AD$
 بما أن ABCD متوازي أضلاع و $AB=AD$ فإنه معين.



(2) حساب إحداثي $\vec{AB}$, $\vec{DC}$:

$$x_B - x_A = 5 - 3 = 2$$

$$y_B - y_A = 4 + 2 = 6$$

$$\text{إذن } \vec{AB}(2, 6)$$

$$x_C - x_D = -1 + 3 = 2$$

$$y_C - y_D = 2 + 4 = 6$$

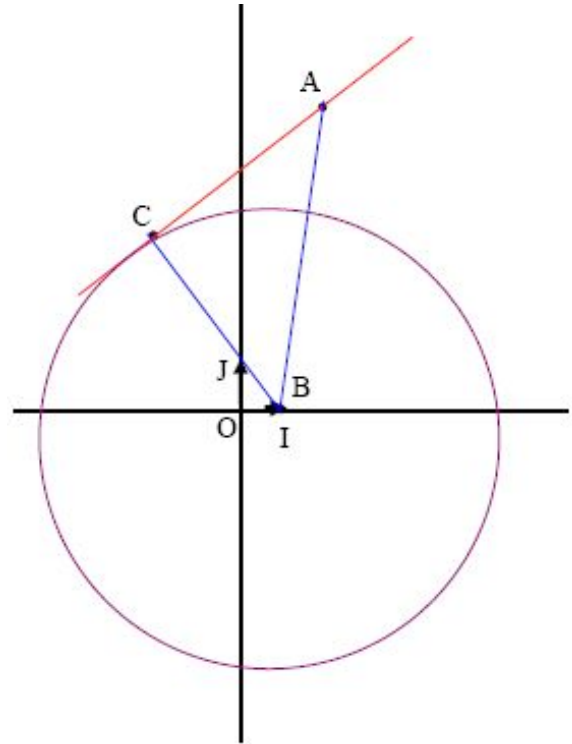
$$\text{إذن } \vec{DC}(2, 6)$$

$$\text{و منه فإن } \vec{AB} = \vec{DC}$$

$$\text{و منه } AB=DC , (AB) \parallel (DC)$$

المعالم - تمارين

التمرين 1



$$AB = \sqrt{(1-2)^2 + (0-7)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(-2-2)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$CB = \sqrt{(1+2)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

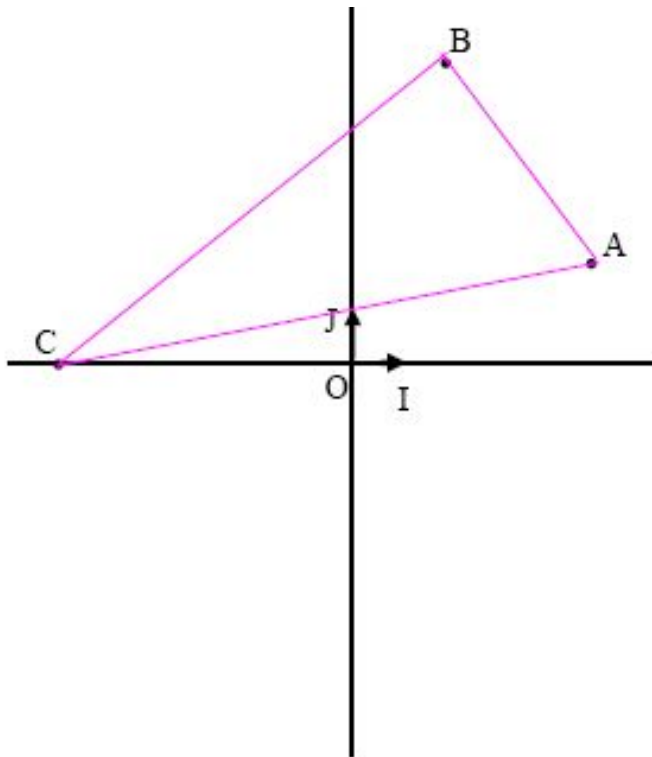
$$AB^2 = (\sqrt{50})^2 = 50 \dots \dots \dots (1)$$

$$AC^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $AB^2 = AC^2 + BC^2$

ومنه ABC مثلث قائم في C (حسب عكس نظرية فيثاغورث)
ومنه $(AC) \perp (CB)$ منه (AC) مماس الدائرة
(c) في النقطة C .

التمرين 2



(1)

$$AC = \sqrt{(-6-5)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{(-11)^2 + (-2)^2} = \sqrt{121+4} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$AB = \sqrt{(2-5)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$BC = \sqrt{(-6-2)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

$$AC^2 = (\sqrt{125})^2 = 125 \dots \dots \dots (1)$$

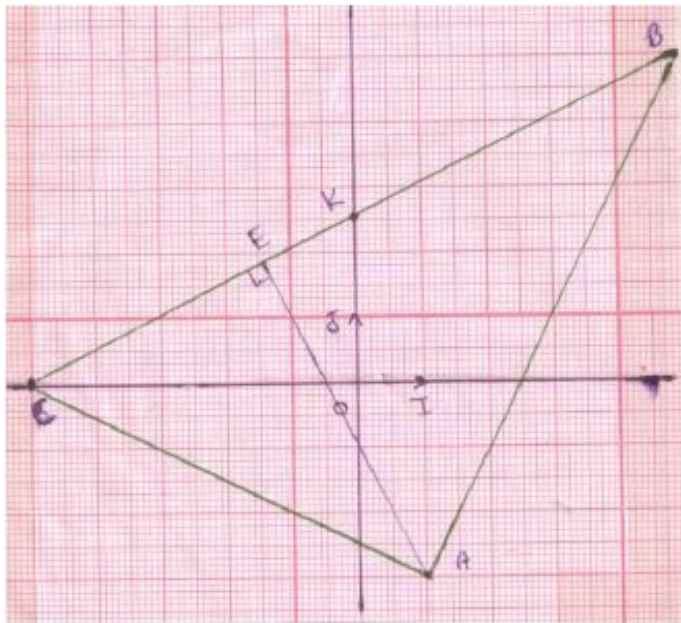
$$AB^2 + BC^2 = 5^2 + 10^2 = 25 + 100 = 125 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $AC^2 = AB^2 + BC^2$
ومنه المثلث ABC قائم في B (حسب عكس نظرية فيثاغورث).

المعالم - تمارين

التمرين 3

(1)



(2)

$$AB = \sqrt{(5-1)^2 + (5+3)^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} \\ = \sqrt{16 + 64} \\ = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(-5-1)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{(-6)^2 + 3^2} \\ = \sqrt{36 + 9} \\ = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(-5-5)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{(-10)^2 + (-5)^2} \\ = \sqrt{100 + 25} \\ = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$BC^2 = (\sqrt{125})^2 = 125 \dots \dots \dots (1)$$

$$AB^2 + AC^2 = (\sqrt{80})^2 + (\sqrt{45})^2 = 80 + 45 = 125 \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (حسب عكس نظرية فيثاغورث).

(3)

$$x_K = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{5 + (-5)}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$y_K = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{5 + 0}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

إذن $K(0, 2,5)$

(2)

$$x_D - x_A = x_D - 5$$

$$y_D - y_A = y_D - 2$$

إذن $\vec{AD}(x_D - 5, y_D - 2)$

$$x_C - x_B = -6 - 2 = -8$$

$$y_C - y_B = 0 - 6 = -6$$

إذن $\vec{BC}(-8, -6)$

$\vec{AD} = \vec{BC}$ مستطيل و منه ABCD

$$x_D - 5 = -8$$

$$x_D = -8 + 5 = -3$$

$$y_D - 2 = -6$$

$$y_D = -6 + 2 = -4$$

إذن $D(-3, -4)$

(3)

$$x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{5 + (-6)}{2} = -\frac{1}{2} = -0,5$$

$$y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 + 0}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

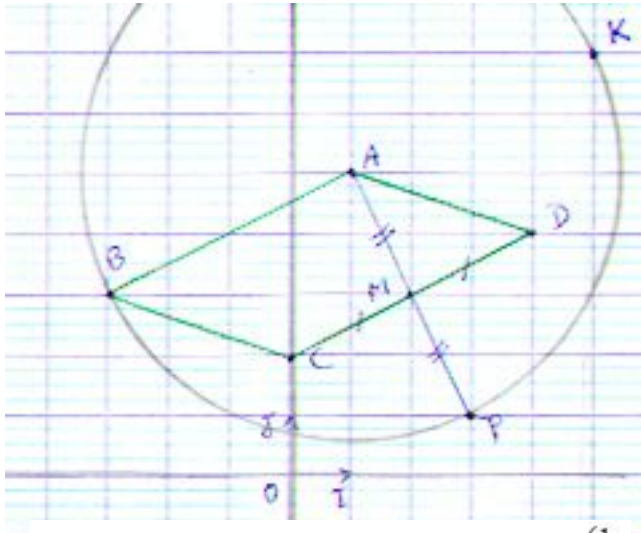
إذن $I(-0,5, 1)$

المعالم - تمارين

(4)

إذن نصف قطر الدائرة (C) هو 2,5cm .

التمرين 5



(1)

(2)

حساب إحداثيات $\vec{AB}$, $\vec{DC}$:

$$x_B - x_A = -3 - 1 = -4$$

$$y_B - y_A = 3 - 5 = -2$$

$$\vec{AB}(-4, -2) \text{ إذن}$$

$$x_C - x_D = 0 - 4 = -4$$

$$y_C - y_D = 2 - 4 = -2$$

$$\vec{DC}(-4, -2) \text{ إذن}$$

بما أن $\vec{AB} = \vec{DC}$ فان $AB = DC$, $(AB) \parallel (DC)$ و منه الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

(3)

$$x_M = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{0 + 4}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_M = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\text{إذن } M(2, 3)$$

P نظيرة A بالنسبة إلى M , معناه M منتصف [AP]

$$x_M = \frac{x_A + x_P}{2}$$

$$2 = \frac{1 + x_P}{2}$$

$$1 + x_P = 4$$

$$x_P = 4 - 1 = 3$$

$$y_M = \frac{y_A + y_P}{2}$$

$$5 + y_P = 6$$

$$y_P = 6 - 5 = 1$$

$$\text{إذن } P(3, 1)$$

(4)

$$S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{4\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}}{2} = \frac{12 \times 5}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

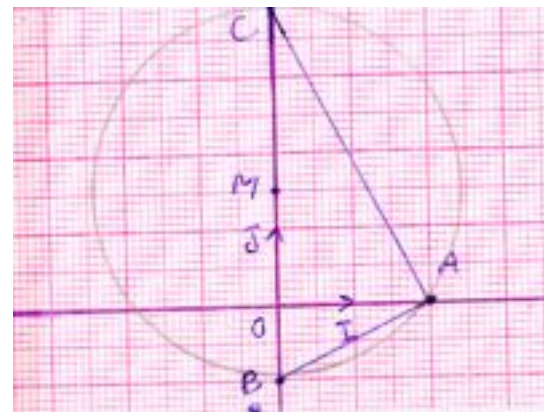
$$S = \frac{AE \times BC}{2}$$

$$30 = \frac{AE \times 5\sqrt{5}}{2}$$

$$5\sqrt{5}AE = 60$$

$$AE = \frac{60}{5\sqrt{5}} = \frac{60\sqrt{5}}{25} = \frac{12\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$$

التمرين 4



(1)

(2)

$$BC = \sqrt{(0 - 0)^2 + (4 + 1)^2} = \sqrt{0^2 + 5^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$AB = \sqrt{(0 - 2)^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(0 - 2)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$BC^2 = 5^2 = 25 \dots \dots \dots (1)$$

$$AB^2 + AC^2 = (\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 5 + 20 = 25 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ و منه المثلث ABC قائم في A (حسب عكس نظرية فيثاغورث) .

$$\text{و منه } \hat{BAC} = 90^\circ$$

(3)

M منتصف الوتر [BC]

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{0 + 0}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-1 + 4}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\text{إذن } M(0, 1,5)$$

$$MA = \sqrt{(0 - 2)^2 + (0 - 1,5)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-1,5)^2} = \sqrt{4 + 2,25} = \sqrt{6,25} = 2,5 \text{ cm}$$

المعالم - تمارين

إذن $D(2, 1)$

إذن $E(-4, -5)$

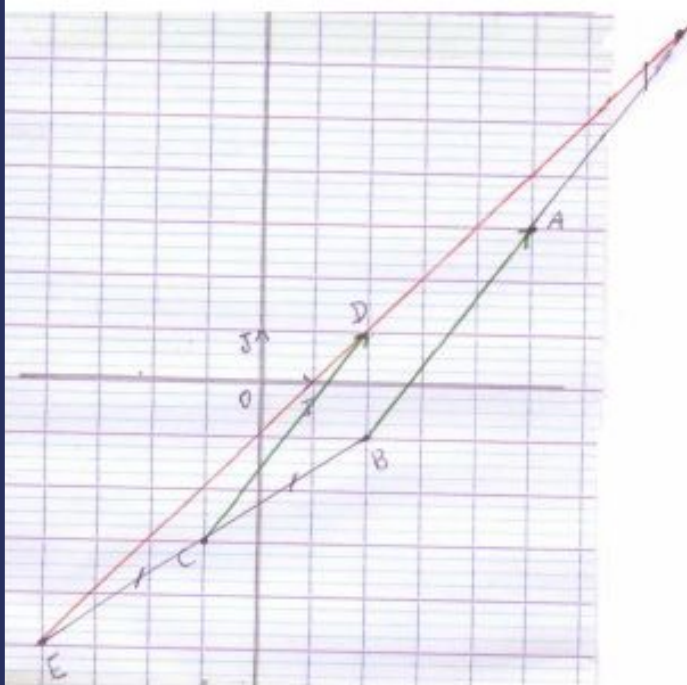
(3)

[EF] $\bar{D}$ منتصف

إذن $F(8, 7)$

التمرين 6

(1) تعليم النقط :



(2

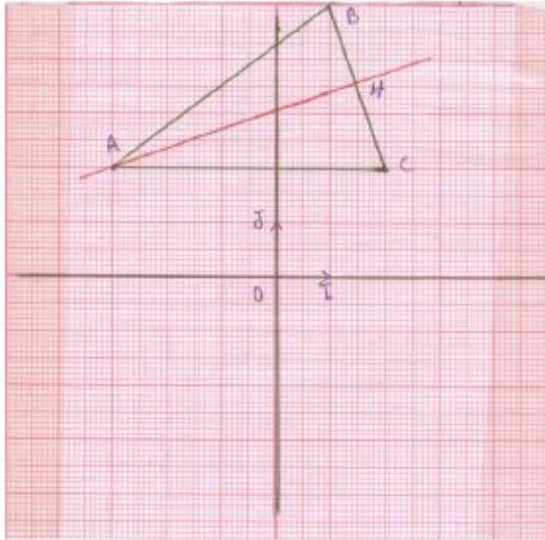
D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{BA}$ و منه $\vec{BA} = \vec{CD}$

إذن $C\vec{D}(x_D + 1, y_D + 3)$

المعالم - تمارين

التمرين 8

(1) تعلیم النقط :



(2)

$$AB = \sqrt{(1+3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \dots\dots\dots(1)$$

$$AC = \sqrt{(2+3)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5 \dots\dots\dots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $AB=AC$

و منه المثلث ABC متساوي الساقين قاعدته [BC].

(3)

بما أن ABC متساوي الساقين قاعدته [BC] و (AH) محور فان [AH] متوسط ومنه H منتصف [BC].

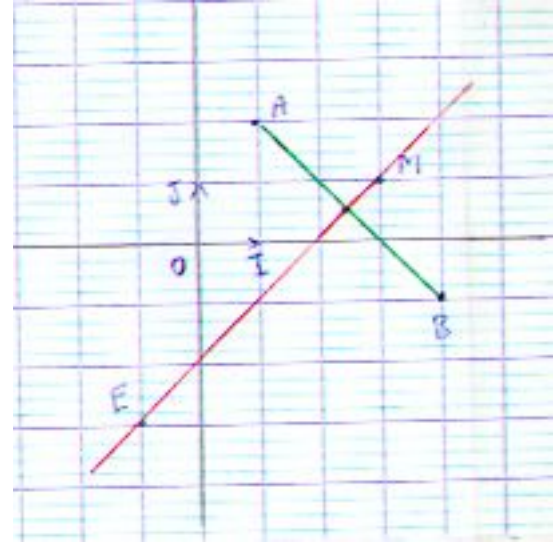
$$x_H = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$y_H = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{5+2}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$$

إذن $H(1,5, 3,5)$

$$AH = \sqrt{\left(\frac{3}{2}+3\right)^2 + \left(\frac{7}{2}-2\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{81}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{90}{4}} = \frac{3\sqrt{10}}{2} \text{ cm}$$

التمرين 7



(1) تعلیم النقط :

(2)

$$MA = \sqrt{(1-3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \dots\dots\dots(1)$$

$$MB = \sqrt{(4-3)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \dots\dots\dots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $MA=MB$

و منه M نقطة من محور [AB].

(3)

$$EA = \sqrt{(1+1)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29} \dots\dots\dots(3)$$

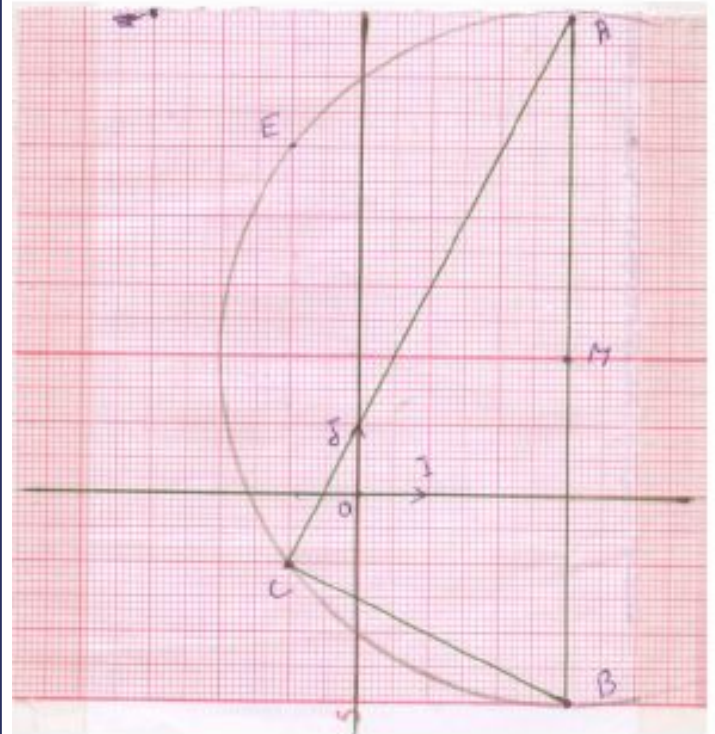
$$EB = \sqrt{(4+1)^2 + (-1+3)^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29} \dots\dots\dots(4)$$

من (3) و (4) نستنتج أن: $EA=EB$

و منه E نقطة من محور [AB].

بما أن M و E تنتميان إلى محور [AB] فان (ME) هو محور [AB] و منه (ME) يقطع [AB] في منتصفها.

(1)



(2)

* حساب إحداثي $\vec{BC}$:

$$x_C - x_B = -1 - 3 = -4$$

$$y_C - y_B = -1 + 3 = 2$$

إذن $\vec{BC}(-4, 2)$

* حساب إحداثي $\vec{AC}$:

$$x_C - x_A = -1 - 3 = -4$$

$$y_C - y_A = -1 - 7 = -8$$

إذن $\vec{AC}(-4, -8)$

* حساب إحداثي $\vec{AB}$:

$$x_B - x_A = 3 - 3 = 0$$

$$y_B - y_A = -3 - 7 = -10$$

إذن $\vec{AB}(0, -10)$

(3)

$$AB = \sqrt{(3-3)^2 + (-3-7)^2} = \sqrt{0^2 + (-10)^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$AC = \sqrt{(-1-3)^2 + (-1-7)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-8)^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(-1-3)^2 + (-1+3)^2} = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(4)

$$AB^2 = 10^2 = 100 \dots (1)$$

$$AC^2 + BC^2 = (\sqrt{80})^2 + (\sqrt{20})^2 = 80 + 20 = 100 \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $AB^2 = AC^2 + BC^2$ و منه المثلث ABC قائم في C.

(5)

بما أن ABC مثلث قائم في C و M هي مركز الدائرة المحيطة به فإن M هي منتصف [AB].

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{7 + (-3)}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

إذن $M(3, 2)$

$$AM = \sqrt{(3-3)^2 + (2-7)^2} = \sqrt{0^2 + (-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

نصف قطر الدائرة (C) هو 5cm.

(6)

$$ME = \sqrt{(-1-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

بما أن $ME=5$ (أي ME يساوي نصف القطر) فإن $E \in (C)$.

$$(1) \\ F(-2) = 3(-2) - 1 = -6 - 1 = -7 \\ F(1) = 3 \times 1 - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$(2) \\ \text{بما أن } F(-2) = -7 \text{ فإن } C(-2, -7) \\ \text{بما أن } F(1) = 2 \text{ فإن } D(1, 2) \\ (6)$$

حساب إحداثيات $\vec{AB}$:

$$x_B - x_A = -7 + 5 = -2$$

$$y_B - y_A = 2 - 6 = -4$$

$$\text{إذن } \vec{AB}(-2, -4)$$

$$\text{لدينا } \vec{AB} = \vec{CC'} = \vec{DD'}$$

$$x_{C'} - x_C = x_{C'} + 2$$

$$y_{C'} - y_C = y_{C'} + 7$$

$$\vec{AB} = \vec{CC'} \text{ ومنه}$$

$$\begin{cases} x_{C'} + 2 = -2 & x_{C'} = -4 \\ y_{C'} + 7 = -4 & y_{C'} = -11 \end{cases}$$

$$\text{إذن } C'(-4, -11)$$

$$x_{D'} - x_D = x_{D'} - 1$$

$$y_{D'} - y_D = y_{D'} - 2$$

$$\vec{AB} = \vec{DD'} \text{ ومنه}$$

$$\begin{cases} x_{D'} - 1 = -2 & x_{D'} = -1 \\ y_{D'} - 2 = -4 & y_{D'} = -2 \end{cases}$$

$$\text{إذن } D'(-1, -2)$$

(d') يشمل النقطتين C' و D'

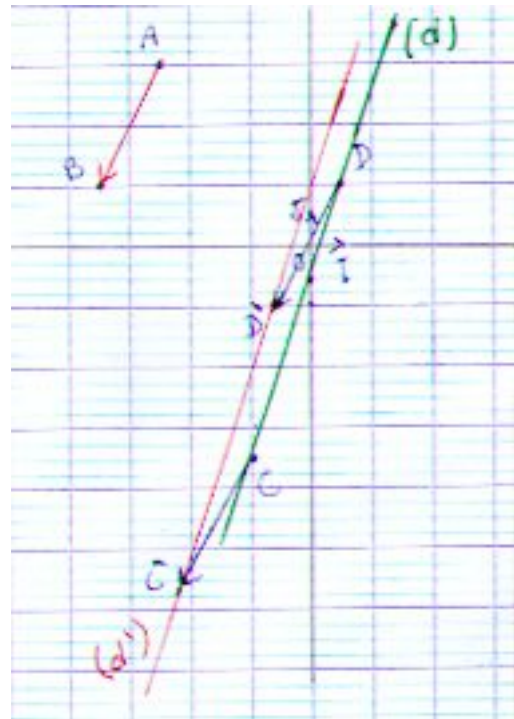
$$g: x \rightarrow ax + b$$

$$a = \frac{-2 - (-11)}{-1 - (-4)} = \frac{-2 + 11}{-1 + 4} = \frac{9}{3} = 3$$

$$-2 = 3(-1) + b$$

$$b = -2 + 3 = 1$$

$$\text{إذن } g: x \rightarrow 3x + 1$$



المعالم - مسائل

المسألة 2

$$x_B - x_A = 5 + 4 = 9$$

$$y_B - y_A = 0 - 2 = -2$$

$$\vec{AB}(9, -2) \text{ إذن}$$

$$x_N - x_C = x_N - 4$$

$$y_N - y_C = y_N - 4$$

$$\vec{CN}(x_N - 4, y_N - 4) \text{ إذن}$$

$$\vec{AB} = \vec{CN} \text{ و منه}$$

$$\begin{cases} x_N - 4 = 9 & x_N = 13 \\ y_N - 4 = -2 & y_N = 2 \end{cases}$$

$$\text{إذن } N(13, 2)$$

(6)

$$MN = \sqrt{(13+3)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{16^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{256 + 16}$$

$$= \sqrt{272} = 4\sqrt{17}$$

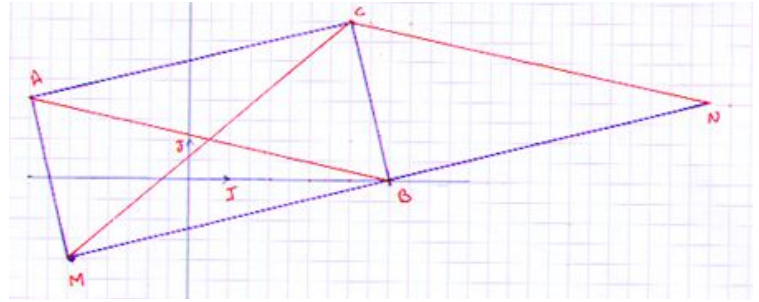
$$AM = \sqrt{(-3+4)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{1^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$S = \frac{(AC + MN) \times AM}{2} = \frac{(2\sqrt{17} + 4\sqrt{17}) \times \sqrt{17}}{2}$$

$$= \frac{6\sqrt{17} \times \sqrt{17}}{2}$$

$$= \frac{6 \times 17}{2} = 51 \text{ cm}^2$$



(1) تعليم النقط :

(2) حساب الأطوال : AC , AB , BC

$$AB = \sqrt{(5+4)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{9^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{81+4} = \sqrt{85}$$

$$AC = \sqrt{(4+4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{8^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{64+4}$$

$$= \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{(4-5)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$AB^2 = (\sqrt{85})^2 = 85 \dots \dots \dots (1)$$

$$AC^2 + BC^2 = (\sqrt{68})^2 + (\sqrt{17})^2 = 68 + 17 = 85 \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن : $AB^2 = AC^2 + BC^2$ (حسب عكس نظرية فيثاغورث).
و منه ABC مثلث قائم في C

(3)

* بما أن $\vec{CM} = \vec{CA} + \vec{CB}$ فإن الرباعي ACBM متوازي أضلاع و بما أن $\angle ACB = 90^\circ$ فإن ACBM مستطيل .

* بما أن ACBM مستطيل فإن $\vec{AM} = \vec{CB}$

$$\begin{cases} x_M - x_A = x_M + 4 \\ y_M - y_A = y_M - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B - x_C = 5 - 4 = 1 \\ y_B - y_C = 0 - 4 = -4 \end{cases}$$

$$\text{و منه } \vec{AM} = \vec{CB}$$

$$\begin{cases} x_M + 4 = 1 & x_M = -3 \\ y_M - 2 = -4 & y_M = -2 \end{cases}$$

$$\text{إذن } M(-3, -2)$$

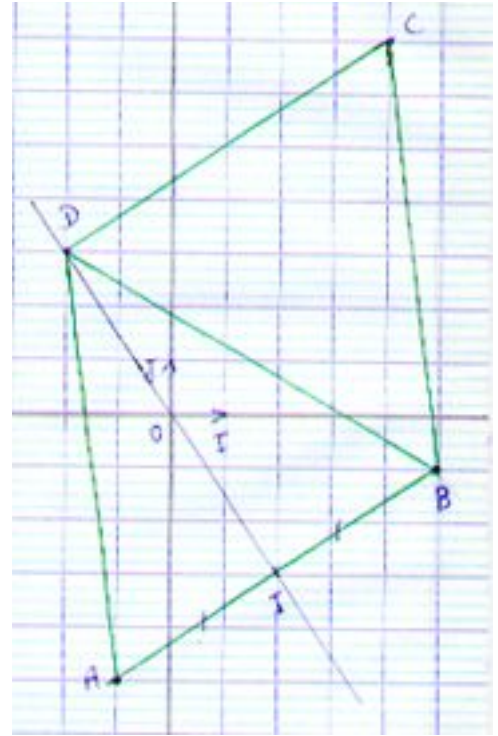
(4)

$$S = AC \times CB = 2\sqrt{17} \times \sqrt{17} = 2 \times 17 = 34 \text{ cm}$$

(5)

N صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$ و منه $\vec{AB} = \vec{CN}$

(1) تعلیم النقط :



(2) ABCD متوازي أضلاع معناه $\vec{AB} = \vec{DC}$

$$x_B - x_A = 5 + 1 = 6$$

$$y_B - y_A = -1 + 5 = 4$$

$$\vec{AB}(6, 4) \dots \dots \dots (1) \text{ إذن}$$

$$x_C - x_D = 4 + 2 = 6$$

$$y_C - y_D = 7 - 3 = 4$$

$$\vec{DC}(6, 4) \dots \dots \dots (2) \text{ إذن}$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $\vec{AB} = \vec{DC}$
و منه الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

(3)

$$AD = \sqrt{(-2+1)^2 + (3+5)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 8^2} \\ = \sqrt{1+64} = \sqrt{65} \dots \dots \dots (3)$$

$$BD = \sqrt{(-2-5)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 4^2} \\ = \sqrt{49+16} = \sqrt{65} \dots \dots \dots (4)$$

من (3) و (4) نستنتج أن: $AD=BD$

و منه المثلث ABD متساوي الساقين فاعدته [AB] .

(4) بما أن المثلث ABD متساوي الساقين فاعدته [AB] و [DI]

متوسط فان (DI) ارتفاع و منه $(AB) \perp (ID)$.

(5) حساب احداثتي I :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-5+(-1)}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$\text{إذن } I(2, -3)$$

(6)

$$\vec{AB}(6, 4)$$

$$AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$DI = \sqrt{(2+2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{4^2 + (-6)^2} \\ = \sqrt{16+36} \\ = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$S = AB \times DI = 2\sqrt{13} \times 2\sqrt{13} = 4 \times 13 = 52 \text{ cm}^2$$

*(7)

$$AI = \frac{AB}{2} = \frac{2\sqrt{13}}{2} = \sqrt{13}$$

$$\tan \hat{BAD} = \frac{DI}{AI} = \frac{2\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = 2$$

$$\hat{BAD} = 64^\circ \text{ و منه } \tan \hat{BAD} = 2$$

*

$$\hat{BAD} + \hat{ABC} = 180^\circ$$

$$64^\circ + \hat{ABC} = 180^\circ$$

$$\hat{ABC} = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ \text{ و منه}$$

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا - تطبيقات

التطبيق 1

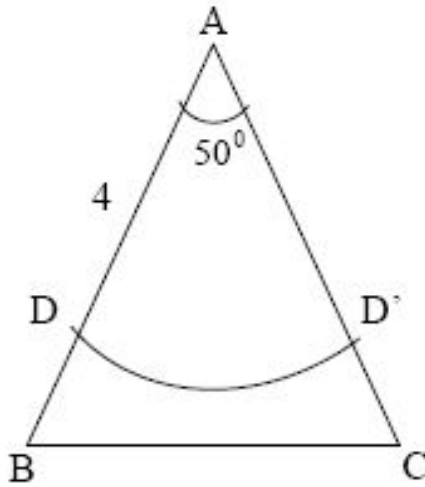
الأشكال (1) ، (3) تمثل دورانا مركزه O
الأشكال (2) ، (4) ، (5) ، (6) لا تمثل دورانا مركزه O

التطبيق 2

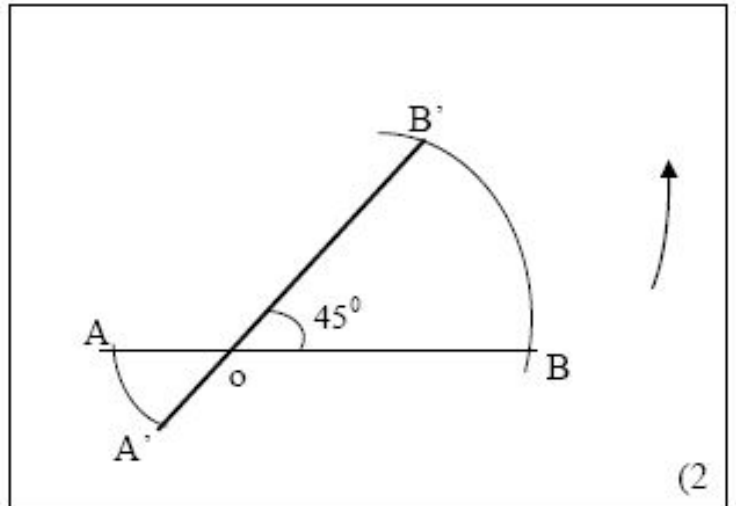
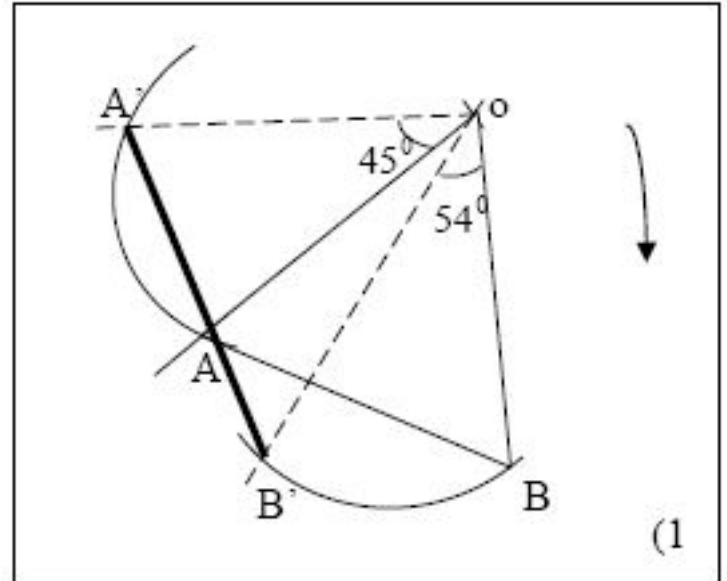
- (1) : الشكل (2) ليس بنفس طبيعة الشكل (1)
- (2) : الشكل (2) لا يقايس الشكل (1)
- (3) : الشكل (2) ليس بنفس طبيعة الشكل (1)
- (4) : زاوية الدوران تختلف.
- (5) : نقط الشكل (2) ليست على استقامية بينما الشكل (1) على استقامية .
- (6) : الشكل (2) لا يقايس الشكل (1)

التطبيق 3

التطبيق 4



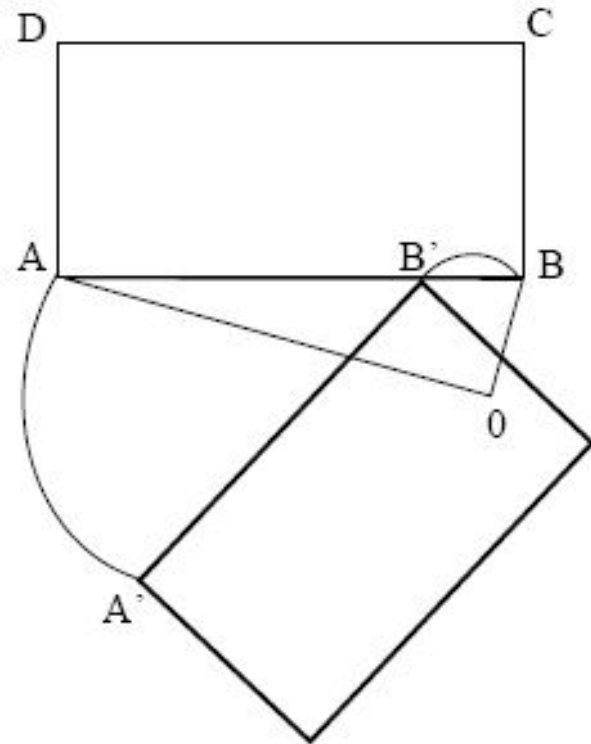
صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته 50°
و اتجاهه من B نحو C هي النقطة C .



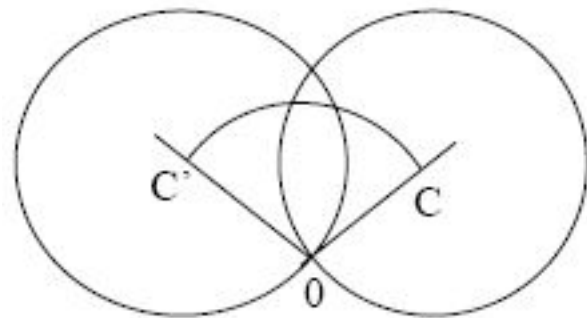
الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا- تطبيقات

التطبيق 5

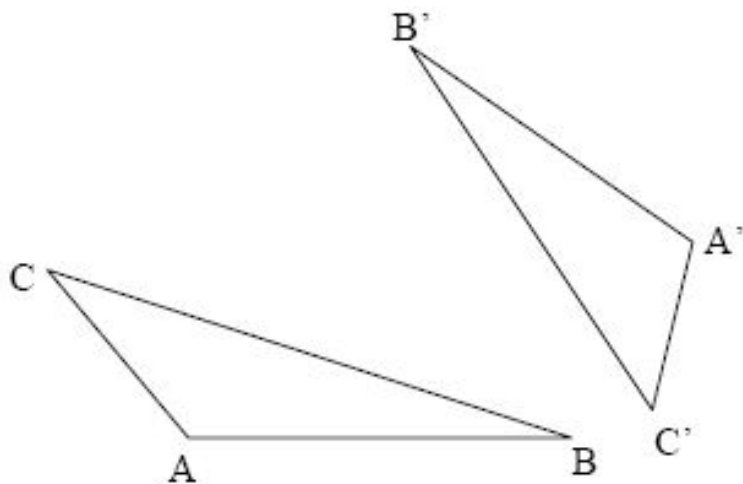
(1)



(2)



التطبيق 6



الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا- تطبيقات

التطبيق 7

- الشكل (1) : $\hat{ABC}$ زاوية محيطية لأن رأسها نقطة من الدائرة و $[AB]$, $[BC]$ وتران لهذه الدائرة.
- الشكل (2) : $\hat{ABC}$ ليست زاوية محيطية لأن رأسها لا ينتمي إلى الدائرة.
- الشكل (3) : $\hat{ABC}$ زاوية محيطية لأن (BC) مماس و $[AB]$ وتر في الدائرة (C) .

التطبيق 8

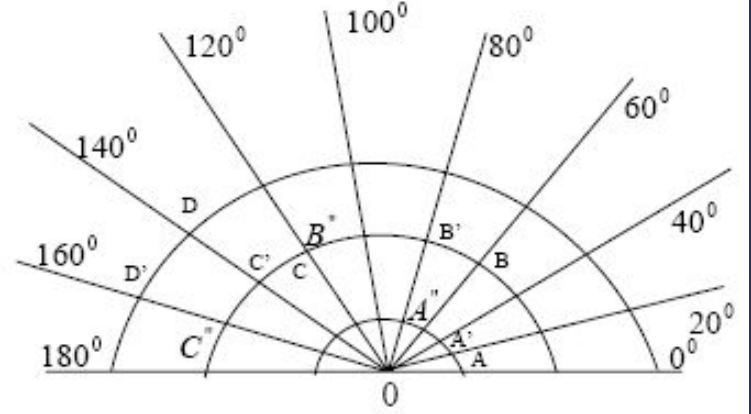
- (1) $\hat{KÔJ}$; $\hat{HÔK}$
- (2) $\hat{HAD}$; $\hat{HJD}$; $\hat{ADJ}$
- (3) $\hat{HJD}$; $\hat{HAD}$
- (4) $\hat{AEF}$ ليست زاوية مركزية لأن رأسها ليس مركز الدائرة و ليست زاوية محيطية لأن رأسها لا ينتمي إلى الدائرة.

التطبيق 9

- (1) الزوايا المحيطية التي تحصر القوس $\hat{CE}$ هي: $\hat{CFE}$, $\hat{CBE}$
- (2) الزوايا المحيطية التي تحصر القوس $\hat{AB}$ هي $\hat{AEB}$, $\hat{ADB}$
- (3) الزوايا المركزية :
- $\hat{ADE}$, $\hat{BOD}$, $\hat{AOB}$, $\hat{DOE}$

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا - تمارين

التمرين 1



(1) تعيين الصور:

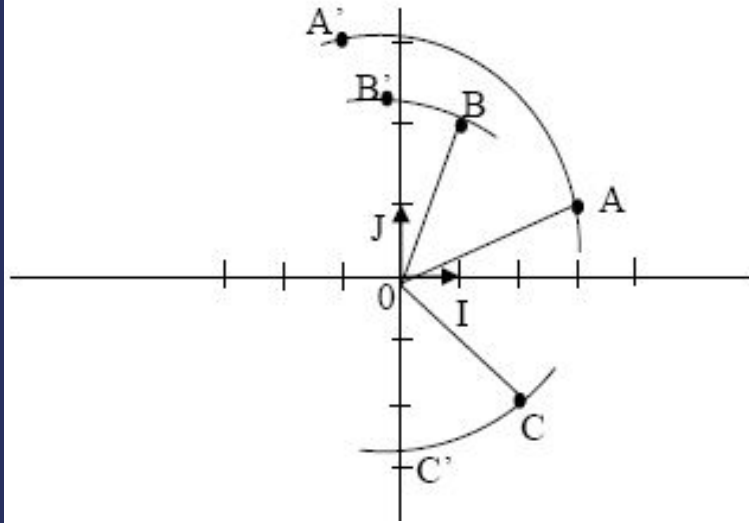
$$\begin{aligned} B'C' &= BC = 2cm, & A'B' &= AB = 1,3cm \\ C'\hat{B}'A' &= C\hat{B}A = 103^\circ, & C\hat{B}A &= 103^\circ \end{aligned}$$

التمرين 2

- (1) صورة A بالدوران الذي مركزه O و زاويته 30° هي: B
- (2) صورة M بالدوران الذي مركزه O و زاويته 90° هي: Q
- (3) صورة C بالدوران الذي مركزه O و زاويته 120° هي: G
- (4) صورة L بالدوران الذي مركزه O و زاويته 150° هي: F
- (5) صورة Q بالدوران الذي مركزه O و زاويته 150° هي: W
- (6) صورة Z بالدوران الذي مركزه O و زاويته 240° هي: V
- (7) صورة C بالدوران الذي مركزه O و زاويته 180° هي: I

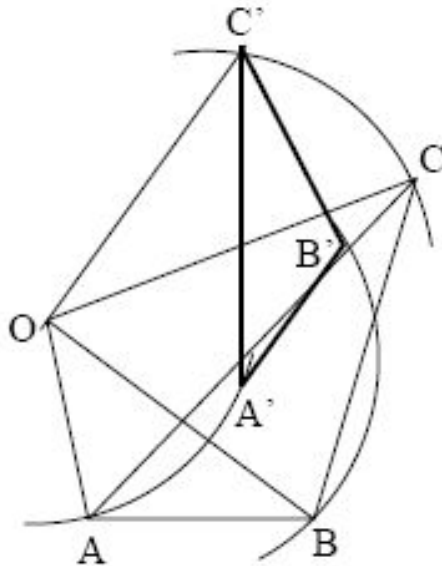
التمرين 3

$$\begin{aligned} C(2, -2), & B(1, 2), A(3, 1) (1) \\ A'(-1, 3) & (2) \\ B(-0,1, 2,3) & (3) \\ C'(0, -2,8) & (4) \end{aligned}$$



التمرين 4

(1)



$$B'A'C' = 45^\circ (2)$$

$$A'C' = 6cm, A'B' = 3cm (3)$$

(4) القطعتان [C'B'] و [CB] لهما نفس الطول.

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا - تمارين

التمرين 5

$$\hat{B}OC = 2\hat{B}AC = 2 \times 30 = 60^\circ$$

بما أن $OC = OB = r$ فإن

$$\hat{O}CB = \hat{O}BC \dots (1)$$

بما أن $\hat{B}OC = 60^\circ$ فإن

$$\hat{O}CB + \hat{O}BC = 120^\circ \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن $\hat{O}CB = \hat{O}BC = 60^\circ$

بما أن $\hat{B}OC = \hat{O}CB = \hat{O}BC = 60^\circ$ فإن المثلث OBC متقايس الأضلاع.

التمرين 6

$$\hat{A}OB = 2\hat{A}CB = 2 \times 35 = 70^\circ$$

$$\hat{A}DB = \frac{1}{2}\hat{A}OB = \frac{1}{2} \times 70 = 35^\circ$$

$$\hat{D}CA = \hat{D}CB - \hat{A}CB = 90 - 35 = 55^\circ$$

$$\hat{A}OD = 2\hat{A}CD = 2 \times 55 = 110^\circ$$

التمرين 7

$$\hat{C}BD = 180 - 130 = 50^\circ$$

$$\hat{D}CA = 180 - (50 + 50) = 80^\circ$$

$$\hat{A}EB = \hat{A}CD = 80^\circ$$

(زاويتان محيطيتان مشتركتان في نفس القوس)

التمرين 8

$$y = \frac{1}{2}x \quad (1)$$

$$y = \frac{180 - 2x}{2} = 90^\circ - x \quad (2)$$

التمرين 10

$$\hat{A}EB = \frac{1}{2}\hat{A}OB = \frac{70}{2} = 35^\circ \quad (1)$$

$$\hat{B}OC = 2\hat{B}DC = 2 \times 30 = 60^\circ \quad (2)$$

بما أن $OC = OB = r$ فإن $\hat{O}CB = \hat{O}BC \dots (1)$

$$\hat{O}CB + \hat{O}BC = 180 - \hat{B}OC$$

$$= 180 - 60$$

$$= 120^\circ \dots (2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن $\hat{O}CB = \hat{O}BC = 60^\circ$

$$\hat{B}OC = \hat{O}CB = \hat{O}BC = 60^\circ$$

(3)

$$\hat{A}DB = \frac{1}{2}\hat{A}OB = \frac{70}{2} = 35^\circ$$

$$\hat{A}DC = \hat{A}DB + \hat{B}DC = 35 + 30 = 65^\circ$$

التمرين 11

F نقطة تقاطع (OB) و الدائرة.

$$\hat{A}OB = \frac{360}{8} = 45^\circ$$

$$\hat{A}BC = \hat{A}BO + \hat{O}BC$$

$$= \frac{1}{2}\hat{A}OK + \frac{1}{2}\hat{C}OK$$

$$= \frac{45 \times 3}{2} + \frac{45 \times 3}{2}$$

$$= 67,5 + 67,5$$

$$= 135^\circ$$

التمرين 12

$$\hat{I}AB = \hat{I}BA = \frac{180 - 90}{2} = 45^\circ$$

$$\hat{H}AB = 180 - 45 = 135^\circ$$

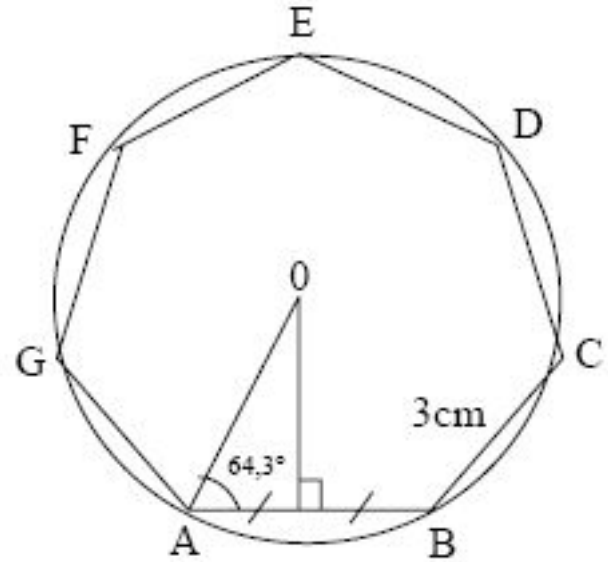
$$\hat{H}AB = \hat{A}BC = \hat{C}DE = \hat{D}EF = \hat{E}FG = \hat{F}GH = \hat{G}HA$$

$$= \hat{H}AB = 135^\circ$$

هذا المضلع الثماني ليس منتظم لأن أضلاعه ليس لها نفس الطول.

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا - تمارين

التمرين 13



التمرين 14

$$\hat{AOB} = \frac{360}{10} = 36^\circ$$

بما أن [OK] متوسط في المثلث المتساوي الساقين AOB فإن (OK) محور متعلق بـ [AB] و [OK] منصف الزاوية $\hat{AOB}$ إذن :

$$\hat{AOK} = \frac{\hat{AOB}}{2} = \frac{36}{2} = 18^\circ$$

$$\sin \hat{AOK} = \frac{AK}{OA}$$

$$\sin 18^\circ = \frac{AK}{2,5}$$

$$0,3 = \frac{AK}{2,5}$$

$$AK = 2,5 \times 0,3 = 0,75$$

$$AB = 2AK = 2 \times 0,75 = 1,5 \text{ cm}$$

التمرين 15

$$\hat{ACB} = \frac{1}{2} \hat{AOB} = \frac{2x+34}{2} = x+17 \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \hat{ACB} &= 180 - (\hat{CAB} + \hat{ABC}) \\ &= 180 - (4x + 8) \\ &= 180 - 4x - 8 \\ &= 172 - 4x \dots (2) \end{aligned}$$

من (1) و (2) نستنتج أن $x+17 = 172 - 4x$
ومنه $x + 4x = 172 - 17$

$$5x = 155$$

$$x = \frac{155}{5} = 31^\circ$$

$$\hat{AOB} = 2 \times 31 + 34 = 62 + 34 = 96^\circ$$

$$\hat{ACB} = \frac{1}{2} \hat{AOB} = \frac{96}{2} = 48^\circ$$

التمرين 16

(1) صورة المثلث OAB بالتناظر المحوري بالنسبة إلى (DA) هو المثلث OAF .

(2) صورة المثلث OAB بالتناظر المركزي بالنسبة إلى O هو المثلث ODE .

(3) صورة المثلث OAB بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FE}$ هو المثلث DOC .

(4) صورة المثلث OAB بالدوران الذي مركزه O و الزاوية 60° في الاتجاه السالب هو المثلث OFA .

التمرين 17

$$\hat{AOB} = \frac{360}{10} = 36^\circ$$

الزوايا المركزية المعينة متقايسة و قيس كل واحدة يساوي 36° .

$$\hat{DAH} = \frac{1}{2} \hat{DOH} = \frac{4 \times 36}{2} = 72^\circ$$

$$\hat{ADH} = \frac{1}{2} \hat{AOH} = \frac{3 \times 36}{2} = 54^\circ$$

$$\hat{AHD} = \frac{1}{2} \hat{AOD} = \frac{3 \times 36}{2} = 54^\circ$$

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا - مسائل

المسألة 1

- (1) صورة السداسي المنتظم 2 بالتناظر المركزي الذي مركزه I هو السداسي 9 .
- (2) صورة السداسي المنتظم 7 بالتناظر المحوري الذي محوره (AB) هو السداسي 4 .
- (3) صورة السداسي المنتظم 3 بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BF}$ هو السداسي 6 .
- (4) صورة السداسي المنتظم 10 بالدوران الذي مركزه A و زاويته 120° في الاتجاه الموجب هو السداسي 2 .

المسألة 2

- F_2 صورة F بالدوران الذي مركزه O و زاويته 75° وهو مجموع القيسين 30° و 45° في الاتجاه الموجب.

المسألة 3

$$\hat{D\hat{O}E} = \frac{360}{5} = 72^\circ \quad (1)$$

$$\hat{A\hat{O}C} = 72 \times 2 = 144^\circ$$

$$\hat{D\hat{A}E} = \frac{1}{2} \hat{D\hat{O}E} = \frac{72}{2} = 36^\circ \quad (2)$$

$$\hat{D\hat{C}E} = \frac{1}{2} \hat{D\hat{O}E} = \frac{72}{2} = 36^\circ$$

$$\hat{A\hat{E}C} = \frac{1}{2} \hat{A\hat{O}C} = \frac{144}{2} = 72^\circ$$

$$\hat{A\hat{D}C} = \frac{1}{2} \hat{A\hat{O}C} = \frac{144}{2} = 72^\circ$$

$$\begin{aligned} \hat{A\hat{F}E} &= 180 - (\hat{A\hat{E}C} + \hat{D\hat{A}E}) \\ &= 180 - (72 + 36) \\ &= 180 - 108 \\ &= 72^\circ \end{aligned} \quad (3)$$

بما أن $\hat{A\hat{F}E} = 72^\circ$ ، $\hat{A\hat{E}C} = 72^\circ$ فان

$$\hat{A\hat{E}C} = \hat{A\hat{F}E}$$

ومنه المثلث AEF متساوي الساقين قاعدته [EF]

$$\begin{aligned} \hat{C\hat{F}D} &= 180 - (\hat{D\hat{C}E} + \hat{A\hat{D}C}) \\ &= 180 - (36 + 72) \\ &= 180 - 108 \\ &= 72^\circ \end{aligned}$$

بما أن $\hat{A\hat{D}C} = 72^\circ$ و $\hat{C\hat{F}D} = 72^\circ$ فان $\hat{A\hat{D}C} = \hat{C\hat{F}D}$ ومنه المثلث DCF متساوي الساقين .

(4) بما أن ABCDE خماسي منتظم فان :

$$AB=BC=AE=DC \dots\dots\dots (1)$$

بما أن EAF مثلث متساوي الساقين فان

$$AF=AE \dots\dots\dots (2)$$

بما أن DCF مثلث متساوي الساقين فان

$$DC=CF \dots\dots\dots (3)$$

من (1) و (2) و (3) نستنتج أن :

$$AB=BC=AF=CF$$

ومنه الرباعي ABCF معين .

الدوران المضلعات المنتظمة الزوايا - مسائل

المسألة 4

نسبة مساحة المثلث إلى نسبة مساحة السداسي المنتظم هي $\frac{1}{2}$.

أي مساحة المثلث تساوي نصف مساحة السداسي المنتظم.

المسألة 5

$$AB = \frac{150}{10} = 15m \quad (1)$$

$$\hat{AOB} = \frac{360}{10} = 36^\circ \quad (2)$$

بما أن المثلث OAB متساوي الساقين قاعدته [AB] لأن $OA = OB = r$ فإن :

$$\hat{OAB} = \frac{180 - 36}{2} = 72^\circ$$

(3) في المثلث المتساوي الساقين OAB ، بما أن [OK] ارتفاع متعلق بالقاعدة فإن (OK) منصف للزاوية $\hat{AOB}$ و (OK) محور.

إذن:

$$\hat{AOK} = \frac{\hat{AOB}}{2} = \frac{36}{2} = 18^\circ$$

$$AK = \frac{AB}{2} = \frac{15}{2} = 7,5m$$

$$\tan \hat{AOK} = \frac{AK}{OK}$$

$$\tan 18^\circ = \frac{7,5}{OK}$$

$$3,07 = \frac{7,5}{OK}$$

$$OK = \frac{7,5}{3,07} = 2,44m$$

(4) مساحة المثلث OAB :

$$S = \frac{AB \times OK}{2} = \frac{15 \times 2,44}{2} = 18,30m^2$$

مساحة العشاري:

$$S = 18,30 \times 10 = 183m^2$$

المسألة 6

T منتصف [AB]

$$\hat{AOB} = \frac{360}{6} = 60^\circ$$

بما أن AOB مثلث متساوي الساقين قاعدته [AB] لأن $OA = OB = r$ (نصف قطر الدائرة الخارجية) فإن (OT) منصف $\hat{AOB}$

$$\hat{AOK} = \frac{\hat{AOB}}{2} = \frac{60}{2} = 30^\circ$$

OA نصف قطر الدائرة الخارجية

OT نصف قطر الدائرة الداخلية

$$S = \pi(OK)^2$$

$$S' = \pi(OA)^2$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{\pi(OK)^2}{\pi(OA)^2} = \left(\frac{OK}{OA}\right)^2$$

$$= (\cos \hat{AOK})^2$$

$$= \cos^2 30^\circ$$

$$= 0,75$$

الهندسة الفضائية - تطبيقات

التطبيق 5

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad 288\pi = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{منه} \quad R^3 = \frac{288\pi}{\frac{4}{3}\pi} = 288 \times \frac{3}{4} = 216$$

$$R = 6 \text{ cm} \quad \text{منه}$$

التطبيق 6

الأشكال مرقمة من اليمين إلى اليسار:

حجم الشكل (1) = حجم الأسطوانة + حجم الكرة

$$V_1 = 3.14 \times 1^2 \times 5 + \frac{4}{3} \times 3.14 \times 2^3$$

$$= 15.7 + 33.49$$

$$= 49.19 \text{ cm}^3$$

حجم الشكل (2) = حجم نصف الكرة + حجم مخروط الدوران:

$$V_2 = \frac{\frac{4}{3} \times 3.14 \times 1^3}{2} + \frac{3.14 \times 1^2 \times 7}{3}$$

$$= \frac{12.56}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{21.98}{3}$$

$$= 2.09 + 7.32$$

$$= 9.41 \text{ cm}^3$$

حجم الشكل (3) = حجم الموشور القائم + حجم الهرم:

$$V_3 = 6\sqrt{3} \times 5 + \frac{6\sqrt{3} \times 7}{3}$$

$$= 30\sqrt{3} + 14\sqrt{3}$$

$$= 44\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

التطبيق 1

$$OA=3 \text{ cm} , OC=3 \text{ cm} , CB=6 \text{ cm}$$

$$OD=3 \text{ cm} , OE \text{ (لا يمكن)}$$

التطبيق 2

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \times 22^2 = 4\pi \times 484 = 1936\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times 22^3 = \frac{4}{3} \pi \times 10648 = \frac{42592}{3} \pi \text{ cm}^3$$

التطبيق 3

بما أن [AB] قطر لدائرة من دوائر الكرة و C تنتمي إلى هذه الدائرة فإن المثلث ABC قائم في C منه نظرية فيثاغورث

$$5^2 = AC^2 + 4^2$$

$$25 = AC^2 + 16$$

$$AC^2 = 25 - 16$$

$$AC^2 = 9$$

$$AC = \sqrt{9} \quad \text{منه} \quad AC = 3 \text{ cm}$$

التطبيق 4

$$16\pi = 4\pi R^2 , \quad S = 4\pi R^2$$

$$R^2 = \frac{16\pi}{4\pi}$$

$$R^2 = 4$$

$$R = \sqrt{4} = 2 \text{ cm} \quad \text{منه}$$

الهندسة الفضائية - تطبيقات

التطبيق 16

$$V = \frac{\pi \times (51)^2 \times 33}{3} = 3.14 \times 2601 \times 11 \approx 89838.54 \text{ cm}^3 \quad 1.$$

$$V = \frac{89838.54}{27} \approx 3327.35 \text{ cm}^3 \quad 2.$$

التطبيق 17

التحويل هو تكبير للشكل.

نرمز للمعامل بـ K نجد:

$$16.5 \times K^2 = 103.125$$

منه

$$K^2 = \frac{103.125}{16.5}$$

$$K = \sqrt{6.25} = 2.5 \quad \text{منه} \quad K^2 = 6.25$$

التطبيق 18

$$V = \frac{2000}{5^3} = 15 \text{ cm}^3$$

التطبيق 9

الشكل (1)، الشكل (3).

التطبيق 10

الشكل (1)، من اليمين.

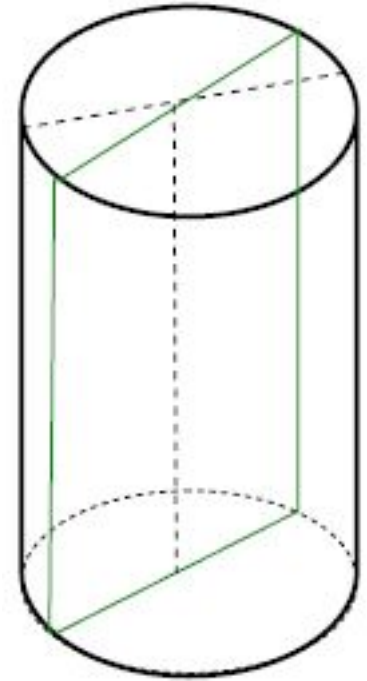
التطبيق 11

الشكل (3)

التطبيق 12

الشكل (3)

التطبيق 13



التطبيق 14

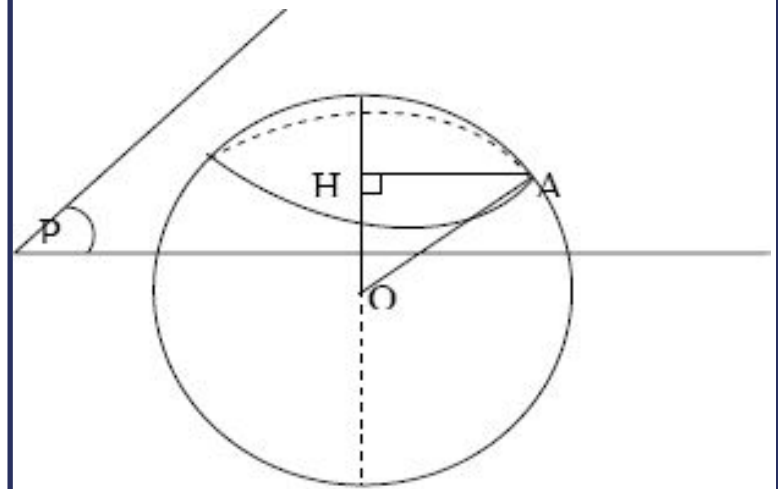
$$S = 4^2 \times 18.5 = 16 \times 18.5 = 296 \text{ m}^2$$

التطبيق 15

$$S = 12 \times \frac{1}{4} = \frac{12}{4} = 3 \text{ m}^2$$

الهندسة الفضائية - تمارين

التمرين 1

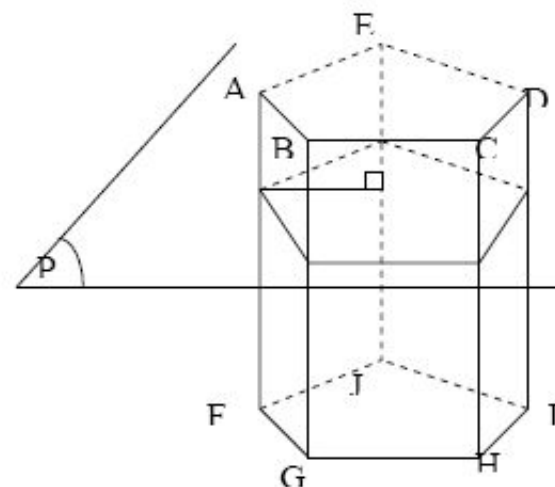


r هو نصف قطر دائرة القطع

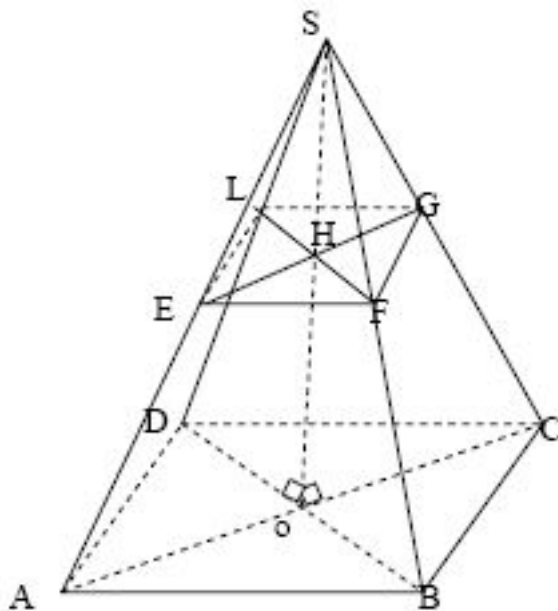
$$\begin{aligned} r &= \sqrt{R^2 - OH^2} \\ &= \sqrt{4^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{16 - 9} \\ r &= \sqrt{7} \text{ cm} \end{aligned}$$

التمرين 2

طبيعة المقطع هو خماسي موازي لقاعدة الموشور له نفس أبعاد القاعدة



التمرين 3



$SH = SO - HO = 5 - 2 = 3$
 نظرية طالس نجد: $\frac{SH}{SO} = \frac{SF}{SB} = \frac{FG}{BC}$ حسب

$$FG = 3 \text{ cm} \quad \text{منه} \quad \frac{3}{5} = \frac{FG}{5} \quad \text{منه}$$

إذن : $FG = GL = EL = EF = 3 \text{ cm}$

التمرين 4

- 1) التكبير الذي يضاعف المساحات 4 مرات هو التكبير ذو السلم $k=2$ (صحيح)
- 2) التصغير لا يحافظ على طبيعة الأشكال
التصغير لا يحافظ على طبيعة الأشكال
- 3) صغرنا جلة نصف قطرها 30cm ثلاث مرات الجلة المتحصل عليها نصف قطرها 5cm.
نصف قطرها 10cm.
- 4) كبرنا جلة حجمها 10 cm^3 فتحصلنا على جلة حجمها 270 cm^3 , سلم التكبير هو $k=2$
سلم التكبير هو $k=3$.
- 5) مضلع محيطه 100cm. صغرناه 5 مرات
محيط المضلع المتحصل عليه هو 20cm.
(صحيح).

الهندسة الفضائية - تمارين

التمرين 7

حساب BD:

(1) نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث القائم A B D

نجد:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$= 6^2 + 6^2$$

$$= 36 + 36$$

$$BD^2 = 72$$

منه

$$BD = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}cm$$

حساب مساحة المثلث A B D:

$$S = \frac{AB \times AD}{2} = \frac{6 \times 6}{2} = \frac{36}{2} = 18cm^2$$

(2) نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث A E F نجد:

$$EF^2 = AE^2 + AF^2$$

$$EF^2 = 2^2 + 2^2$$

$$EF^2 = 4 + 4$$

$$EF^2 = 8$$

$$EF = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}cm$$

منه

$$6\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{2}$$

بما أن:

$$BD \times \frac{1}{3} = EF \quad \text{أي}$$

فإننا نضرب BD في $\frac{1}{3}$ للحصول على EF

$$\text{بما أن: } AF = \frac{1}{3}AD, \quad AE = \frac{1}{3}AB, \quad EF = \frac{1}{3}BD$$

فإن المثلث A E F تصغير للمثلث A B D $\frac{1}{3}$ هو معامل التصغير.

إن نضرب مساحة المثلث A B D في $\frac{1}{3^2}$ أي $\frac{1}{9}$

للحصول على مساحة المثلث A E F

التمرين 5

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$R^3 = \frac{108}{4} \quad \text{منه: } 108\pi = 4\pi R^3 \quad \text{ومنه: } 36\pi = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$R^3 = 27 \quad \text{ومنه: } R = 3m^3$$

$$s = 4\pi R^2 \quad \text{ومنه: } s = 4\pi \times 3^2 \quad \text{ومنه: } s = 36\pi m^2$$

التمرين 6

$$s = 35 \times 35 = 1225cm^2 \quad (1)$$

$$v = \frac{1225 \times 20}{3} \approx 8166,66cm^3 \quad (2)$$

$$(3) \text{ أ) معامل التصغير هو } \frac{1}{5}$$

ب) حجم الهرم المصغر:

$$v = 8155,66 \times \frac{1}{5^3} \approx 65,33$$

ارتفاع الهرم المصغر:

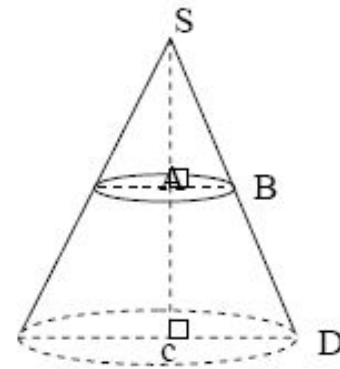
$$65,33cm^2 = \frac{7^2 \times n}{3}$$

$$49h = 195.99 \quad \text{منه}$$

منه

$$h = \frac{195.99}{49} \approx 4cm$$

المسألة 1



نرمز لنصف قطر قاعدة المقطع الدائري بـ AB
 نرمز لنصف قطر قاعدة المخروط الدوراني بـ AD
 نرمز لمساحة قاعدة المقطع الدائري بـ S
 نرمز لمساحة قاعدة المخروط الدوراني بـ S'
 بما أن $(AB) \parallel (CD)$ حسب نظرية طاليس نجد:

$$\frac{n}{H} = \frac{AB}{CD} \dots\dots\dots (1) \quad \text{منه} \quad \frac{SA}{SC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\text{لدينا : } S = \frac{1}{4} S' \quad \text{منه} \quad \pi R^2 = \frac{1}{4} \pi R'^2$$

$$\frac{R^2}{R'^2} = \frac{1}{4} \quad \text{منه} \quad 4R^2 = R'^2$$

$$\frac{R}{R'} = \sqrt{\frac{1}{4}} \quad \text{منه} \quad \left(\frac{R}{R'}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots (2) \quad \text{منه} \quad \frac{R}{R'} = \frac{1}{2}$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $\frac{n}{h} = \frac{1}{2}$

المسألة 2

(1) بما أن $(AC) \parallel (A'C')$ حسب نظرية طاليس نجد:

$$\frac{SC'}{9} = \frac{8}{12} \quad \text{منه} \quad \frac{SC'}{SC} = \frac{SA'}{SA}$$

$$SC' = 6m \quad \text{منه} \quad SC' = \frac{9 \times 8}{12}$$

(2) الهرم $S A' B' C'$ هو تصغير للهرم $S A B C$.

نرمز لمعامل التصغير بـ k نجد:

$$SC \times k = SC'$$

$$9 \times k = 6 \quad \text{منه}$$

$$k = \frac{2}{3} \quad \text{منه} \quad k = \frac{6}{9}$$

نرمز لمساحة المثلث $A B C$ بـ S ومساحة المثلث $A' B' C'$ بـ S' نجد:

$$S' = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times S$$

$$S' = \frac{4}{9} \times 64 \quad \text{منه}$$

$$S' \approx 28.44 m^2$$

نرمز لحجم الهرم $S A B C$ بـ V وحجم الهرم $S' A' B' C'$ بـ V' نجد:

$$V' = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times V$$

$$V' = \frac{8}{27} \times 192 \quad \text{منه}$$

$$V' \approx 56.88 m^3$$

الهندسة الفضائية - مسائل

المسألة 5

$$h = \frac{2}{3} \times 15 = 10 \text{ cm} \quad \text{ارتفاع الحساء:}$$

$$\text{حجم الحساء:}$$

$$V = \pi R^2 \times h$$

$$= 3.14 \times (12.5)^2 \times 10$$

$$= 3.14 \times 156.25 \times 10$$

$$= 4906.25 \text{ cm}^3 \quad \text{كمية الحساء المستهلك:}$$

$$V = 4906.25 - \frac{1}{5} \times 4906.25$$

$$= 4906.25 - 981.25$$

$$= 3925 \text{ cm}^3$$

حجم الجزء السفلي من المخزن:

$$V' = \frac{\frac{4}{3} \times \pi \times R^3}{2}$$

$$V' = \frac{\frac{4}{3} \times 3.14 \times 5^3}{2} = \frac{0.75 \times 3.14 \times 125}{2}$$

$$V' \approx 261.66 \text{ cm}^3$$

$$3925 \div 261.66 \approx 15$$

إذن تستعمل أم علي المغرب لإطعام عائلتها 15 مرة.

المسألة 3

حجم الماء المزاح يساوي حجم الكرة.

$$v = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 1^3$$

$$= 4.19 \text{ cm}^3$$

إذن حجم الماء المزاح هو 4.19 cm^3

$$v = \pi R^2 \times h$$

$$4.19 = 3.14 \times (2.5)^2 \times h \quad \text{منه}$$

$$h = \frac{4.19}{3.14 \times 6.25} \quad \text{منه}$$

$$h = 0.21 \text{ cm}$$

المسألة 4

$$V_1 = \frac{\frac{4}{3} \pi \times 5^3}{2}$$

$$= \frac{\frac{4}{3} \times 3.14 \times 125}{2} \approx 261.66 \text{ mm}^3$$

حجم نصف الكرة:

$$V_2 = \frac{\pi \times (1.5)^2 \times 10}{3}$$

$$= \frac{3.14 \times 2.25 \times 10}{3} \approx 23.55 \text{ mm}^3$$

حجم

$$V = V_1 + V_2 \quad \text{حجم الدبوس:}$$

$$= 261.66 + 23.55$$

$$= 285.21 \text{ mm}^3$$

$$= 0.29 \text{ cm}^3$$

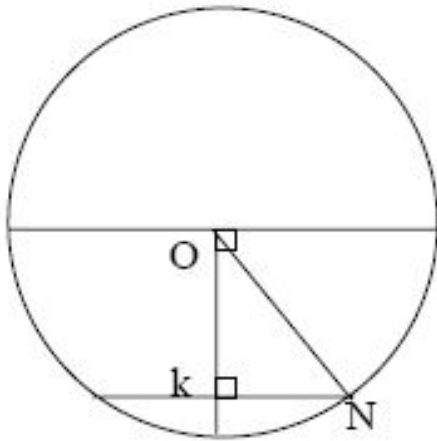
كتلة الدبوس:

$$M = 0.29 \times 7.86$$

$$= 2.3 \text{ g}$$

الهندسة الفضائية - مسائل

المسألة 7



$$R = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ cm} \quad KN = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$

نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث O k N نجد:

$$ON^2 = OK^2 + KN^2$$

$$(7.5)^2 = OK^2 + 4^2 \quad \text{منه}$$

$$OK^2 = 56.25 - 16 \quad \text{منه}$$

$$OK = \sqrt{40.25} \quad \text{منه}$$

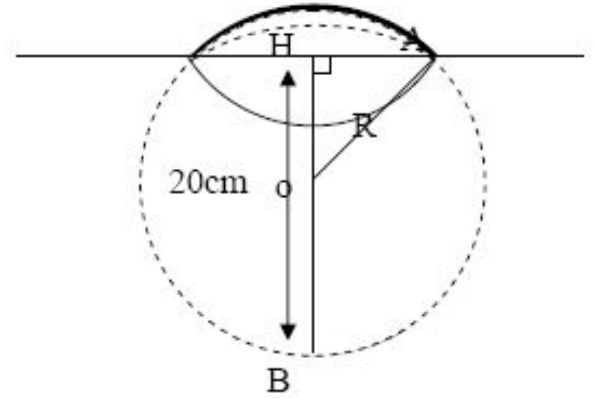
$$OK \approx 6.34 \quad \text{منه}$$

$$KM = OM - OK$$

$$KM = 7.5 - 6.34$$

$$KM \approx 1.16 \text{ cm}$$

المسألة 6



$$R = \frac{28}{2} = 14 \text{ cm}$$

$$OH = 20 - 14 = 6 \text{ cm}$$

نطبق نظرية فيثاغورث على المثلث O H A نجد:

$$OA^2 = OH^2 + HA^2$$

$$14^2 = 6^2 + HA^2 \quad \text{منه}$$

$$HA^2 = 196 - 36 \quad \text{منه}$$

$$HA^2 = 160 \quad \text{منه}$$

$$HA = 4\sqrt{10} \quad \text{منه} \quad HA = \sqrt{160} \quad \text{منه}$$

مساحة المقطع:

$$S = \pi R^2$$

$$= 3.14 \times HA^2$$

$$= 3.14 \times (4\sqrt{10})^2$$

$$= 3.14 \times 160$$

$$502.4 \text{ cm}^2$$

المسألة 8

مساحة المثلث A B C :

$$S = \frac{AC \times AB}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

نرمز لمعامل التكبير بـ k نجد:

$$6 \times k^2 = 54$$

$$k^2 = \frac{54}{6} \quad \text{منه}$$

$$k^2 = 9 \quad \text{منه}$$

$$k = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

$$A' C' = 4 \times 3 = 12 \text{ cm}$$

$$A' B' = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}$$

المسألة 9

حجم الكرة التي نصف قطرها 10cm:

$$V = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 10^3$$

$$\approx 4186.66 \text{ cm}^3$$

حجم الكرة التي نصف قطرها 30cm:

$$V = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 30^3$$

$$\approx 113039.99 \text{ cm}^3$$

كتلة الكرة التي نصف قطرها 30cm:

$$4186.66 \rightarrow 300 \text{ g}$$

$$113039.99 \rightarrow x \text{ g}$$

$$x = \frac{113039.99 \times 300}{4186.66}$$

$$= 8100 \text{ g}$$

$$= 8.1 \text{ kg}$$