الواجب المنزلي رقم (06) في مادة الرياضـــــــــــــيات

التمرين الأول :

I) نعتبر العبارة الجبرية $p(x)$ للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $p(x)=\alpha x^2-3x-4$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}^*$

1 عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون تقبل المعادلة $p(x)=0$

أ- حلين مختلفين ب- حلا مضاعفا ج- لا تقبل حلا.

II) نعتبر في كل ما يأتي $\alpha=1$

1 أكتب العبارة $p(x)$ على الشكل النموذجي.

2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $p(x)=0$

3 حلل $p(x)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى بطريقتين مختلفتين.

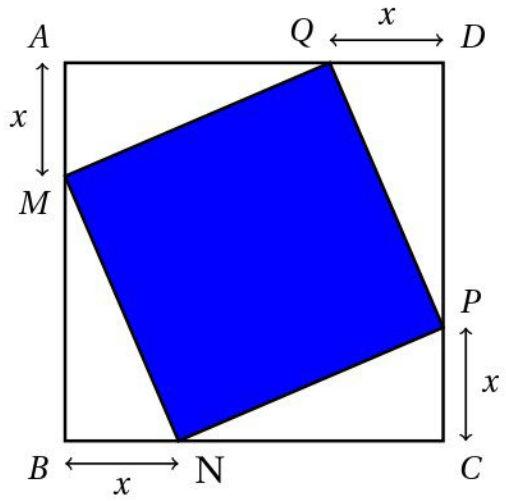
4 نعتبر العبارة الجبرية $A(x)$ التالية: $A(x)=\dfrac{p(x)}{2-x}$

أ- عين القيمة الممنوعة للعبارة $A(x)$

ب- أدرس حسب قيم x إشارة $A(x)$ ثم إستنتج في $\mathbb{R}$ حلول المتراجحة $A(x)>0$

التمرين الثاني :

$ABCD$ مربع طول ضلعه $4cm$. النقط M ، N ، P و Q تنتمي على الترتيب إلى $[AB]$ ، $[BC]$ ، $[CD]$ و $[DA]$ حيث: $AM=BN=CP=DQ=x$ مع x عدد حقيقي موجب (أنظر الشكل)



1 إلى أي مجال I ينتمي x ؟

2 لتكن $f(x)$ مساحة المربع $MNPQ$

أ- عبر عن الطول NP بدلالة x

ب- بين أنه من أجل كل x من I : $f(x)=2x^2-8x+16$

ج- تأكد أنه من أجل كل x من I : $f(x)=2(x-2)^2+8$

د- أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[2;4]$ و $[0;2]$ ثم شكل جدول تغيراتها على I

هـ- إستنتج قيمة x التي يكون من أجلها مساحة المربع $MNPQ$ أصغر ما يمكن.

www.dzexams.com

التصحيح النموذجي للواجب المنزلي رقم (06) في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

I) لدينا العبارة الجبرية $p(x)$ المعرفة بـ : $p(x)=ax^2-3x+4$ ، حيث $a\in\mathbb{R}^*$

1 تعين قيمة العدد الحقيقي a حتى تقبل المعادلة $p(x)=0$ حلا مضاعفا:

حلا مضاعفا يعني ان المميز $\Delta=0$ حيث : $\Delta=b^2-4ac$:

$$(-3)^2-4a(-4)=0 \quad\Rightarrow\quad 9+16a=0 \quad\Rightarrow\quad \alpha=\frac{-9}{16}$$

II) باعتبار $a=1$

1 كتابة العبارة $P(x)$ بالشكل النموذجي:

$$p(x)=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2} \quad\Rightarrow\quad p(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$$

2 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $p(x)=0$:

نضع: $x^2-3x+4=0$ لدينا $\Delta=25$ ، ومنه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-3)+\sqrt{25}}{2}=\frac{3+5}{2}=\frac{8}{2}=4$$
$$x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-3)-\sqrt{25}}{2}=\frac{3-5}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

ومنه حلول المعادلة $p(x)=0$ هي 4 و 1-.

3 تحليل $p(x)$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى:

الطريقة 01:

انطلاقاً من حلي المعادلة نعلم: $p(x)=a(x-x_1)(x-x_2)\Rightarrow p(x)=(x-4)(x+1)$

الطريقة 02:

انطلاقا من الشكل النموذجي للعبارة $p(x)$ لدينا:

$$p(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}\Rightarrow p(x)=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2$$
$$p(x)=\left(x-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}\right)\Rightarrow p(x)=(x-4)(x+1)$$

www.dzexams.com

لدينا العبارة الجبرية : $A(x)=\dfrac{p(x)}{2-x}$

أ- **تعيين القيمة الممنوعة للعبارة $A(x)$:**

معناه المقام لا يساوي الصفر $2-x\neq 0\Rightarrow x\neq 2$

ب- **دراسة حسب قيم x إشارة العبارة $A(x)$:**

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$p(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$2-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$A(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	

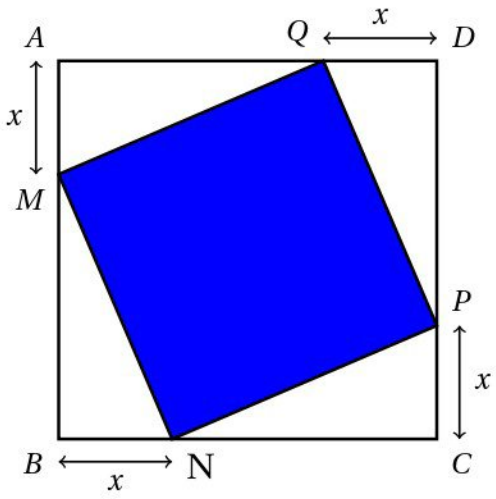
ج- **نستنتج من جدول الإشارة حلول المتراجحة $A(x)>0$.**

$S=]-\infty;-1[\cup]2;4[$

التمرين الثاني :

1 **العدد x ينتمي إلى المجال:** $x\in[0;4]$

2 **لدينا $f(x)$ تعبر عن مساحة المربع المضلل $MNPQ$**



أ- **التعبير عن الطول NP بدلالة x** لدينا الطول NP وتر المثلث القائم في NPC وعليه:

$$CN^2+CP^2=NP^2$$
$$(x-4)^2+x^2=NP^2$$
$$x^2-8x+16+x^2=NP^2$$
$$\sqrt{2x^2-8x+16}=NP$$

$NP=\sqrt{2x^2-8x+16}$

ب- **تبين أنه من أجل كل x من I:** $f(x)=2x^2-8x+16$

لدينا: $f(x)=NP^2$ وعليه فإن: $f(x)=\left(\sqrt{2x^2-8x+16}\right)^2$ ومنه: $f(x)=2x^2-8x+16$

ج- **التحقق من أجل كل x من I فإن:** $f(x)=2(x-2)^2+8$

نقوم بنشر و المقارنة للدالة $f(x)$ المعطاة:

$f(x)=2(x-2)^2+8$

$f(x)=2(x^2+4-4x)+8$

$f(x)=2x^2+8-8x+8$

$\Longrightarrow f(x)=2x^2-8x+16$

www.dzexams.com

د. دراسة اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين: $[0;2]$ و $[2;4]$

على المجال $[0;2]$:

نفترض أن $x_1 > x_2$

$$x_1 - 2 > x_2 - 2$$

$$(x_1-2)^2 < (x_2-2)^2$$

$$2(x_1-2)^2 + 8 < 2(x_2-2)^2 + 8$$

ومنه الدالة **متناقصة** على المجال $[0;2]$

على المجال $[2;4]$:

نفترض أن $x_1 > x_2$

$$x_1 - 2 > x_2 - 2$$

$$(x_1-2)^2 > (x_2-2)^2$$

$$2(x_1-2)^2 + 8 > 2(x_2-2)^2 + 8$$

ومنه الدالة **متزايدة** على المجال $[2;4]$

جدول تغيرات الدالة :

x	0		2		4
$f(x)$		↘	8	↗	

هـ. استنتاج قيمة x التي يكون من أجلها مساحة المربع $MNPQ$ أصغر ما يمكن:

انطلاقاً من جدول تغيرات الدالة $f(x)$ تأخذ قيمة حدية صغرى عندما يكون $x = 2$ حيث قيمتها 8

www.dzexams.com