

مارس 2020

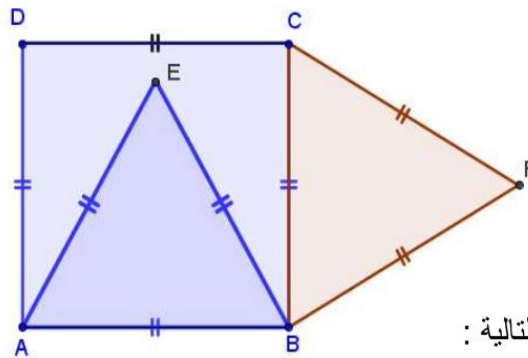
المستوى: الثانية ثانوي علوم تجريبية

المدة: 2.5 سا

اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات

التمرين الأولالمستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني .

1. أدرس اتجاه تغيرات الدالة f مشكلاً جدول تغيراتها.
2. برهن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 3$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار كل من $+\infty$ و $-\infty$.
3. اكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3 .
4. برهن أن النقطة $w(2;5)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
5. عين نقاط تقاطع (C_f) مع حامل المحورين .
6. ارسم كل من (Δ) ، (T) و (C_f) .

7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $x^2 + (1-m)x + 2m = 0$ **التمرين الثاني**

المستوي موجه في الشكل المقابل لدينا :

- مربع $ABCD$.
- مثلث متقايس الأضلاع ABE .
- مثلث متقايس الأضلاع BCF .

عَيِّن أقياس كل زاوية من الزوايا الموجهة التالية :

$$(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}), (\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{FC}), (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$$

$$(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}), (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CF}), (\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{CB})$$

التمرين الثالث

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر في المستوى النقط $A(2;3)$ ، $B(5;1)$ و $C(-2;-3)$

1. أوجد إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

2. أنشئ كل من النقط A ، B ، C و G .

لتكن النقطة H مرجع الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-1);(C,1)\}$

3. أوجد إحداثيات النقطة H ثم أنشئها في المعلم السابق.

لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق : $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \sqrt{65}$

4. أكتب الشعاع $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MH}$

5. برهن أن المجموعة (E) هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق.

بالتوفيق

التصحيح النموذجي

الحل	رقم التمرين
1. دراسة اتجاه تغيرات الدالة f مشكلاً جدول تغيراتها. النهايات: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + x}{x-2} \right) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + x}{x-2} \right) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{x^2 + x}{x-2} \right) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x^2 + x}{x-2} \right) = -\infty$ حساب المشتقة ودراسة إشارتها: الدالة f تقبل الاشتقاق على كل من المجالين $]2; +\infty[$ و $]-\infty; 2[$ حيث: $f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x-2)^2}$ لدينا: $f'(x) = 0$ يعني: $x^2 - 4x - 2 = 0$ مميزها: $\Delta = 16 - 4(1)(-2) = 24 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{6}$ ومنه: $x_1 = \frac{4 - 2\sqrt{6}}{2} = 2 - \sqrt{6}$ و $x_2 = \frac{4 + 2\sqrt{6}}{2} = 2 + \sqrt{6}$ - جدول التغيرات للدالة f: لدينا: $f(2 - \sqrt{6}) \approx 0.08$ و $f(2 + \sqrt{6}) \approx 9.92$	التمرين 1

x	$-\infty$	$2-\sqrt{6}$	2	$2+\sqrt{6}$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	$\circ$	-	-	$\circ$	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 0.08$	$\searrow -\infty$	$\swarrow +\infty$	$\nearrow 9.92$	$+\infty$

2. برهان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 3$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار كل من $+\infty$ و $-\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+3)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2+x}{x-2} - (x+3) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\frac{6}{x-2} \right] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+3)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x^2+x}{x-2} - (x+3) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-\frac{6}{x-2} \right] = 0$$

ومنه: المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 3$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار كل من $+\infty$ و $-\infty$.

3. كتابة معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3.

$$(\Delta): y = f(3)(x-3) + f(3) = -5(x-3) + 12 = -5x + 27$$

4. برهان أن النقطة $w(2;5)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

$$\frac{f(2+h)+f(2-h)}{2} = \frac{\frac{(2+h)^2+(2+h)}{h} - \frac{(2-h)^2+(2-h)}{h}}{2} = \frac{4+4h+h^2+2+h-4+4h-h^2-2+h}{2h} = \frac{10h}{2h} = 5$$

ومنه: النقطة $w(2;5)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5. تعيين نقاط تقاطع (C_f) مع حامل المحورين .

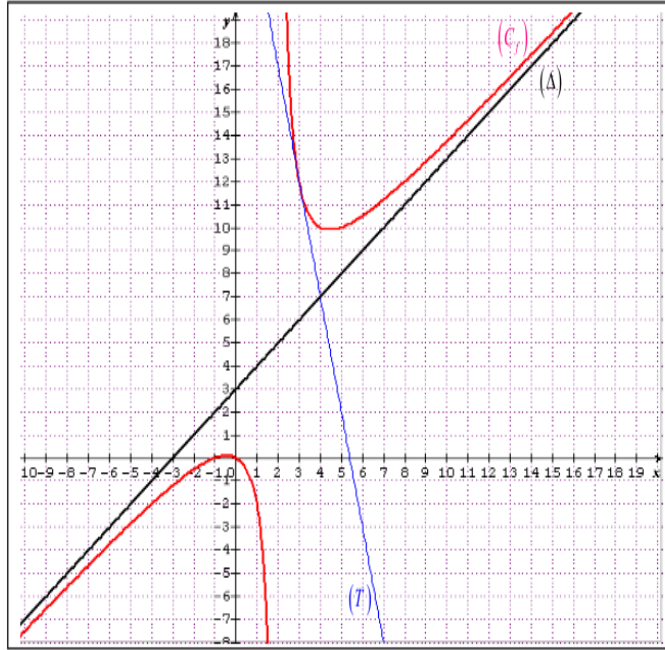
أولاً: مع حامل محور الفواصل : يعني حل المعادلة $f(x)=0$ أي: $x(x+1)=0$

ومنه :إحداثيات نقاط التقاطع هي : $(0;0)$ و $(-1;0)$

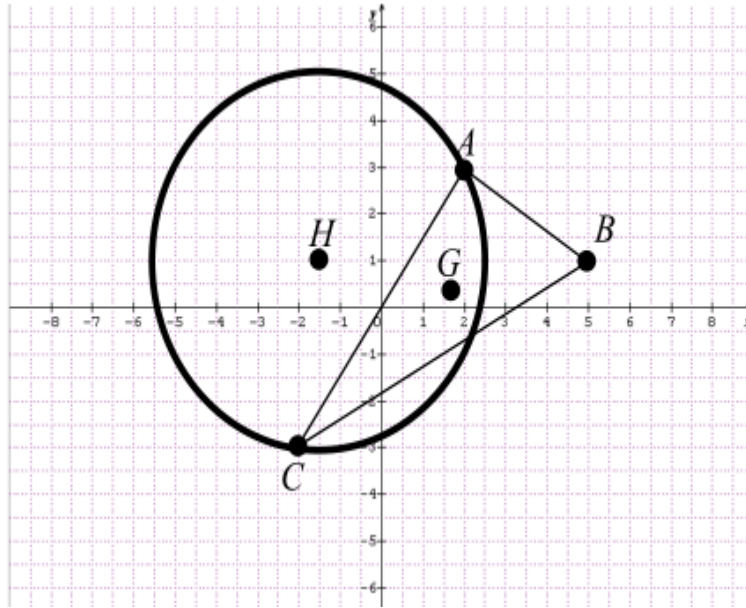
ثانياً: مع حامل محور الترتيب: نحسب $f(0)$ لدينا: $f(0)=0$

ومنه: إحداثيات نقاط التقاطع هي : $(0;0)$

6. رسم كل من (Δ) ، (T) و (C_f) .



7. المناقشة حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $x^2 + (1-m)x + 2m = 0$ لدينا : $x^2 + (1-m)x + 2m = 0$ يعني : $m = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ أي : $m = f(x)$ من خلال التمثيل البياني (C_f) نجد: إذا كان : $m \in]-\infty; 0.08[$ يوجد حلين أحدهما سالب والاخر موجب. إذا كان : $m \in]9.92; +\infty[$ يوجد حلين كليهما موجبان. إذا كان : $m = 0.08$ يوجد حل وحيد سالب. إذا كان : $m = 9.92$ يوجد حل وحيد موجب.	
$(\overline{AB}, \overline{AD}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $(\overline{BF}, \overline{FC}) = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $(\overline{AD}, \overline{CB}) = \pi + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $(\overline{EB}, \overline{CB}) = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $(\overline{DC}, \overline{CF}) = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $(\overline{ED}, \overline{EA}) = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$	التمرين 2
نعتبر في المستوى النقط $A(2;3)$، $B(5;1)$ و $C(-2;-3)$ 1. أوجد إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{5}{3}$ 2. إنشاء كل من النقط A، B، C و G	التمرين 3



لدينا: $2-1+1=2 \neq 0$ إذن H موجودة ووحيدة تحقق: $2\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$

3. إيجاد إحداثيات النقطة H ثم أنشئها في المعلم السابق .

$$\text{لدينا: } y_H = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{6-1-3}{2} = 1 \quad \text{و} \quad x_H = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} = \frac{4-5-2}{2} = -\frac{3}{2}$$

لتكن المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق: $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \sqrt{65}$

4. كتابة الشعاع $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MH}$

لدينا: $2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HA}) - (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HB}) + (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HC})$ "حسب علاقة شال"

$$2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MH} + 2\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} \quad \text{ومنه:}$$

$$2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MH} \quad \text{لكن نعلم أن: } 2\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0} \quad \text{ومنه:}$$

5. برهان أن المجموعة (E) هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها ثم أنشئها في المعلم السابق.

$$\text{أي أن: } \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 2.MH \quad \text{من جهة ثانية لدينا: } \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \sqrt{65}$$

-
ومنه : المجموعة (E) هي دائرة مركزها النقطة H ونصف قطرها $\frac{\sqrt{65}}{2}$