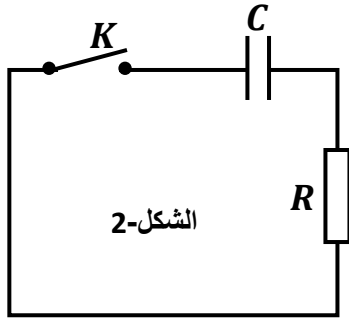


التمرين (1)



مكثفة سعتها C شحنت كلياً تحت توتر كهربائي ثابت $E = 10V$

لمعرفة سعة المكثفة C ومقاومة الناقل الأومي R ، نحقق الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل- 1.

(1) نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.

أ- بتطبيق قانون جمع التوترات ، جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.

ب- حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى من الشكل : $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.

• حيث : A و τ ثابتان يطلب كتابة عبارتيهما الحرفية .

(2) بين أن المعادلة التفاضلية ل E_C طاقة المكثفة تكتب بالشكل : $\frac{dE_C}{dt} + \frac{2}{\tau} E_C = 0$.

(3) البيان (الشكل-2) يمثل تطور $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن.

أ- أكتب العبارة اللحظية $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .

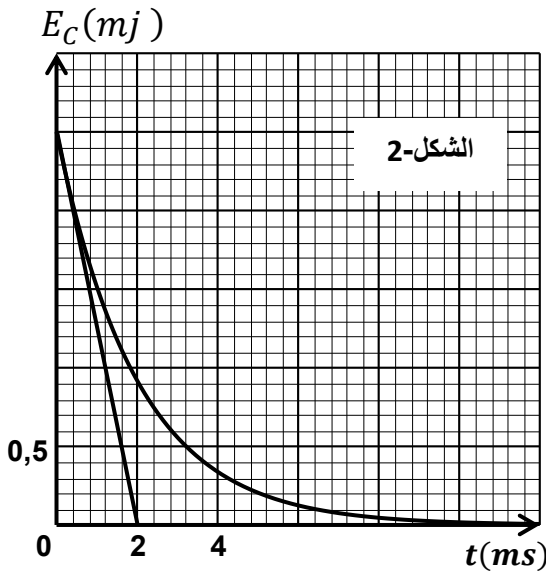
ب- استنتج قيمة E_{C0} الطاقة المخزنة العظمى في المكثفة ، ثم استنتج سعة المكثفة C .

ج- بين أن المماس للمنحني في اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.

د- أوجد ثابت الزمن τ ، استنتج مقاومة الناقل الأومي R .

(4) أوجد شدة التيار المار في الدارة في اللحظة $t = 3,2ms$.

(5) أثبت أن زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو $t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2$. ثم احسب قيمته.



التمرين (2)

نريد أن نتحقق من قيمة مقاومة وشيعة بثلاثة طرق:

i. من أجل هذا الغرض نركب الدارة الموضحة في الشكل ، والتي تضم العناصر التالية:

مقياس أمبير A مقاومته مهمة .

مقياس فولت V مقاومته كبيرة جدا .

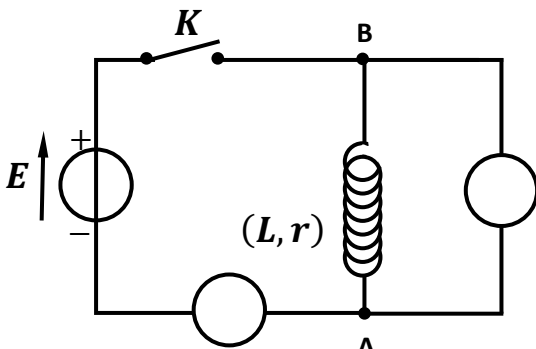
وشيعة مقاومتها r وذاتيتها $L = 250 mH$.

مولد للتوتر مثالي قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$.

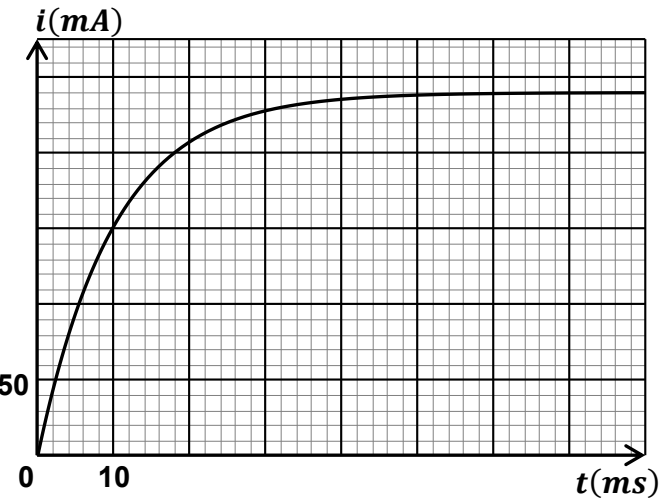
(1) ضع الرمز A و V على الدارة. ثم وضّح جهة التيار في الدارة وجهة التوتر بين طرفي الوشيعة.

(2) في النظام الدائم يشير مقياس الأمبير للقيمة $I_0 = 400mA$

ويشير مقياس الفولت للقيمة $U_b = 6V$ استنتج القيمة r لمقاومة الوشيعة.



ii. نضيف على التسلسل مع الوشيعية مصباحا مقاومته ثابتة $R = 10\Omega$ ثم نصل الدارة براسم الاهتزاز ذو ذاكرة من أجل متابعة تطور شدة التيار في الدارة بدلالة الزمن $i(t)$ عند غلق القاطعة.

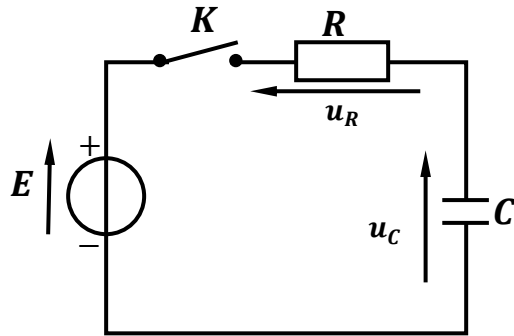


- (1) ما هي الظاهرة الملاحظة عند غلق القاطعة ؟
- (2) بيّن على الدارة كيفية الربط لرأس الاهتزاز من أجل مشاهدة توتر يتناسب مع شدة التيار.
- (3) أوجد من البيان $i(t)$ ثابت الزمن τ ، مبيّنا الطريقة المتبعة
- (4) اكتب عبارة ثابت الزمن بدلالة R و r و L ، ثم بواسطة تحليل بعدي بيّن أن τ يُقاس بالثانية.
- (5) احسب مقاومة الوشيعية r .
- (6) نعتبر أن شدة التيار بلغت القيمة $I = 240 \text{ mA}$ في المدة $t = 5\tau$.
- عبّر عن مقاومة الوشيعية بدلالة E ، R ، I . ثم احسب r .
- هل الطرق الثلاثة أعطت نفس القيمة لمقاومة الوشيعية ؟

التمرين (3)

i. شحن المكثفة

توفر على مكثفة وضع عليها الصانع الإشارة $1F$ ، ولكي نتحقق من سعة هذه المكثفة ننجز الدارة الكهربائية التالية :



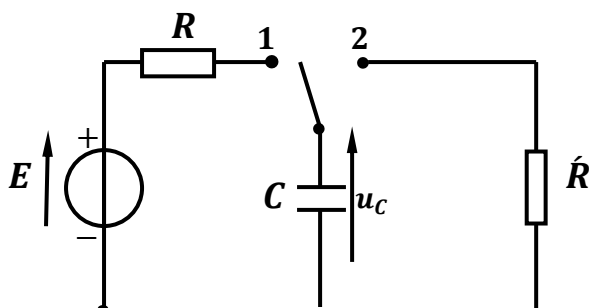
تتم تغذية ثنائي القطب RC بمولد توتره $E = 10V$. نغلق القاطعة K عند لحظة نعتبرها $t = 0$.

- (1) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين طرفي المكثفة .
- (2) تحقق من أن $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة مع $\tau = RC$.
- (3) مثل بشكل تقريبي منحني تغيرات u_C بدلالة الزمن t .

(4) ثابت الزمن لثنائي القطب RC ($\tau = 10s$) ، أوجد قيمة سعة المكثفة علما أن $R = 10\Omega$ قارنها مع القيمة المدونة على المكثفة .

ii. لتفريغ المكثفة ننجز التركيب التجريبي التالي

نضع القاطعة في الموضع رقم 1 إلى غاية اللحظة $t = 20s$ نزيجها إلى الموضع رقم 2 ونعتبر هذه اللحظة مبدأ للزمن $t = 0$.



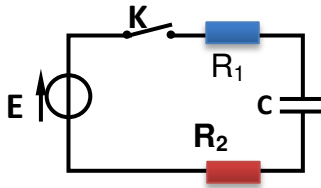
- (1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثفة
- (2) أوجد حلا للمعادلة التفاضلية السابقة نعطي $\dot{R} = 2R$.
- (3) أوجد قيمة شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة $t = 0$.
- (4) مثل بشكل تقريبي منحني تغيرات شدة التيار i بدلالة الزمن t .
- (5) احسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظتين $t = 0$ و $t = 20s$.

(6) يمكن تفريغ المكثفة السابقة في مكثفة أخرى سعتها $\hat{C}$ عوض الناقل الأومي $\hat{R}$. علما أن المكثفة $\hat{C}$ كانت فارغة



أوجد قيمة التوتر الكهربائي بين طرفيها عند نهاية التفريغ . بحيث $\hat{C} = 2C$.

التمرين (4)



الشكل المقابل يمثل دارة كهربائية مكونة من العناصر التالية: مولد ذو توتر كهربائية ثابت E ، مكثفة سعتها C

ناقلان أوميان مقاومتها $R_1 = 1k\Omega$ ، $R_2 = 4k\Omega$ ، القاطعة K .

1- عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

- أعط العبارة الحرفية للتوترات u_{R_1} ، u_{R_2} بدلالة الشحنة $q(t)$

2- بتطبيق قانون جمع التوترات بين أنه المعادلة التفاضلية لتطور شحنة

المكثفة من الشكل : $\frac{dq(t)}{dt} + a.q(t) - b = 0$

- مع إعطاء عبارة كل من a و b بدلالة E, C, R_1, R_2

3- يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل :

$$q(t) = \alpha(1 - e^{-\beta t})$$

إستنتج عبارة كل من α, β .

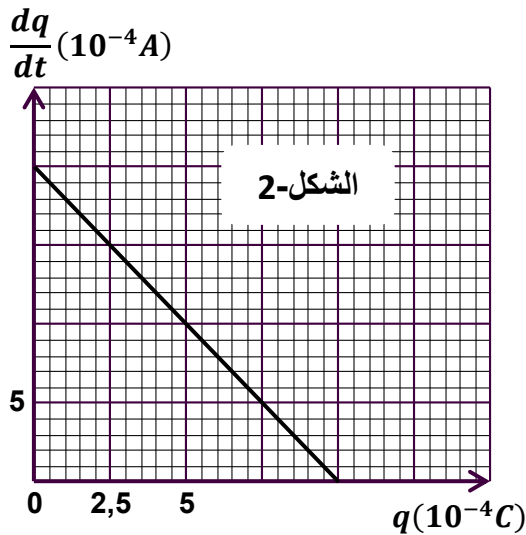
4- الشكل 2 يمثل تغيرات $\frac{dq(t)}{dt}$ بدلالة $q(t)$ بالاعتماد على الشكل 2 -

أوجد كل من :

أ- ثابت الزمن τ .

ب- سعة المكثفة C .

ج - التوتر الكهربائي بين طرفي المولد E .



التمرين (5)

بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقلين أوميين مقاومة الأول $R_1 = 5 \Omega$ ومقاومة الثاني R_2 مجهولة ،

مكثفة فارغة سعتها C ، قاطعة K . نحقق الدارة المبينة في الشكل التالي :

ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

الدراسة التجريبية لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 ، و التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 بالاعتماد على راسم الاهتزاز المهبطي تحصلنا على

البيانين $u_{AB} = f(t)$ ، $u_{BC} = g(t)$.

1) بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الإهتزاز المهبطي بالدارة

حتى نحصل على البيانين السابقين .

2) أكتب المعادلة التفاضلية لشحنة المكثفة $q(t)$.

3) حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $q(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{B}})$ ، عين A و B ، ماذا يمثل B وما هو مدلوله

الفيزيائي ؟

4) أكتب بدلالة E, R_1, R_2, C العبارات اللحظية لكل من :

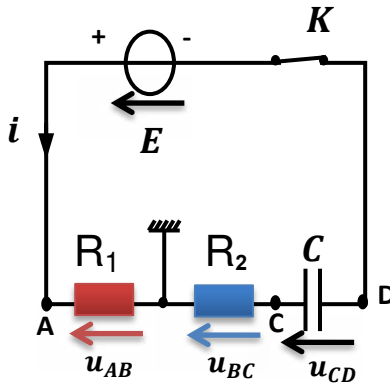
• شدة التيار المار في الدارة .

• التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 .

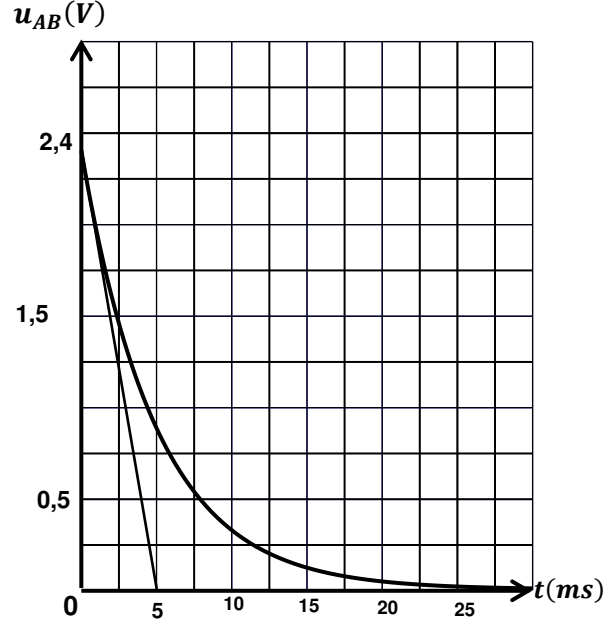
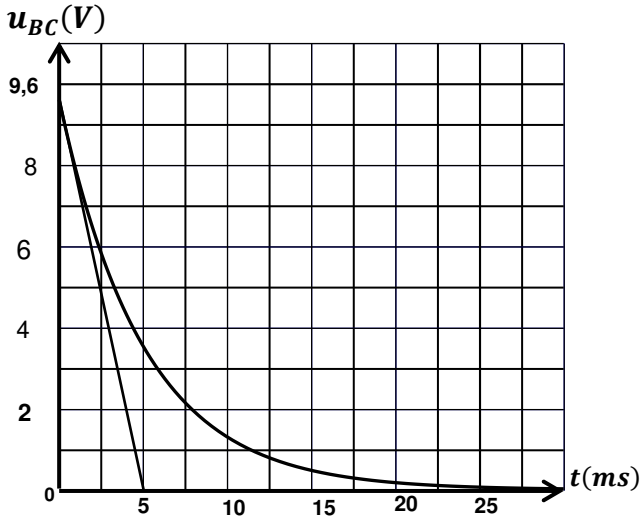
• التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 .

5) أكتب بدلالة R_1, R_2, C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$

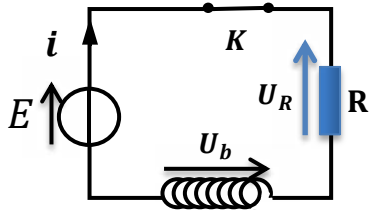
عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة .



(6) اعتمادا على الدراسة التجريبية و النظرية السابقتين ، أوجد :
حيث I_0 ، R_2 ، I_0 ، E ، C ، R_2 ، I_0 ، E



التمرين (6)

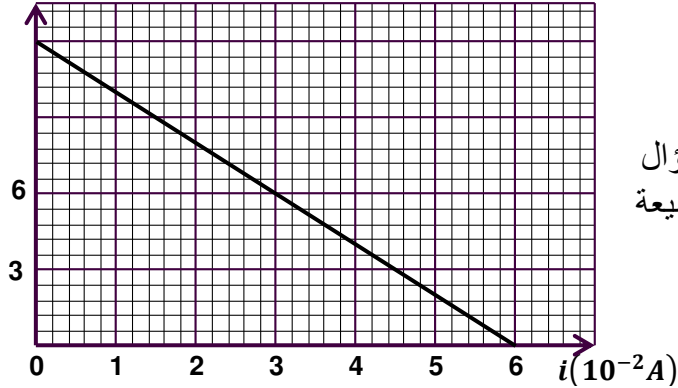


دائرة كهربائية تتكون على التسلسل من وشيعة (L, r) وناقل أومي مقاومته $R = 90\Omega$ ومولد قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$ وقاطعة K كما في الشكل (1) نغلق القاطعة عند $t = 0$.

(1) أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار i .

• أثبت ان هذه المعادلة تقبل حل من الشكل $i(t) = A(1 - e^{-\beta t})$ حيث A و β ثوابت.

$\frac{di}{dt} (A.s^{-1})$



(2) يمثل منحنى الشكل (2) تغيرات $\frac{di}{dt}$ بدلالة التيار i أي

$$\frac{di}{dt} = f(i)$$

• أكتب العبارة البيانية .

• باستخدام العبارة البيانية والعبارة المستخرجة في السؤال

(1) استنتج قيمة كل من الذاتية L و المقاومة r للوشيعة .

• عبر بدلالة E ، r ، R عن شدة التيار في النظام الدائم ثم احسبه

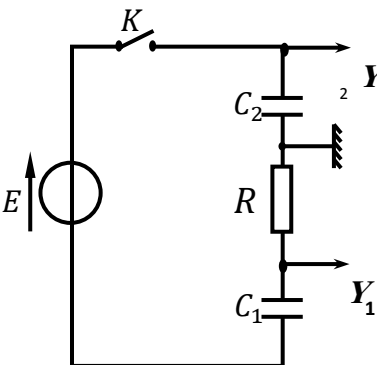
التمرين (7)

ننجز الدارة الممثلة في (الشكل-2) والمكونة من :

• ناقل أومي R حيث $R = 3k\Omega$.

• مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E .

• مكثفتين غير مشحونتان سعتهما C_1 و $C_2 = 2\mu F$.



• قاطعة K .

نغلق القاطعة K عند اللحظة $t = 0$.

(1) بين أن عبارة السعة المكافئة هي من الشكل : $C_e = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$.

(2) بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر $u_2(t)$ بين طرفي المكثفة C_2 هي : $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e} u_2 = \frac{E}{RC_2}$.

(3) يكتب حل هذه المعادلة على الشكل : $u_2(t) = A(1 - e^{-\lambda t})$. أوجد عبارتي كل من الثابتين A و λ بدلالة مميزات الدارة.

(4) يمثل (الشكل-3) تطور التوترين $u_2(t)$ و $u_R(t)$ بالاعتماد على (الشكل-2):

أ) حدد المنحنى الذي يمثل $u_2(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_R(t)$ مع التعليل.

ب) حدد قيمة كل E ثابت الزمن τ .

ج) استنتج قيمة كل من $u_1(t)$ و $u_2(t)$ في النظام الدائم.

د) أوجد قيمة سعة المكثفة C_1 .

(5) أحسب الطاقة المخزنة في الدارة عند نهاية عملية الشحن.

التمرين (8)

نركب الدارة المقابلة (الشكل-1):

• مولّد مثالي للتوتر قوته المحركة الكهربائية $E = 12V$.

• ناقلان أوميان R_1 و R_2 .

• وشيعة مقاومتها r وذاتيتها L .

• صمام ثنائي مقاومته معدومة في الاتجاه المباشر ولا نهائية في الاتجاه غير المباشر.

• مقياس فولط وأمبير.

(1) نغلق القاطعة ، وبعد مدة تستقر إشارة مقياس الفولط على القيمة

$U = 10V$ وإشارة مقياس الأمبير على القيمة $I = 0,1A$

بطريقة خاصة وجدنا حينذاك الطاقة المخزنة في الوشيعة

$E_b = 1mJ$.

✓ أوجد قيم كل من L ، r ، R_1 .

(2) نفتح القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

أ) اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة u_2 (التوتر بين طرفي R_2).

ب) يُعطى حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $u_2(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$. عبّر عن τ و A بدلالة مميزات الدارة.

(3) بعد فتح القاطعة نمثل تغيرات الطاقة في الوشيعة بدلالة الزمن (الشكل-2).

باستغلال البيان ، أوجد:

أ) قيمة R_2 .

الشكل-1

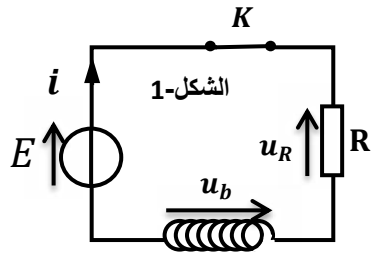
الأستاذ : بلعمري براهيم

الصفحة 5 من 51
www.dzexams.com



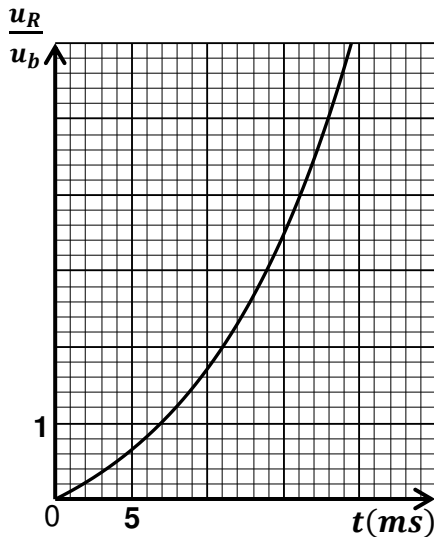
- (ب) قيمة التوتر بين طرفي الوشيعية عند اللحظة $t = 0$.
(ج) شدة التيار عند اللحظة $t = 0,8ms$.

التمرين (9)



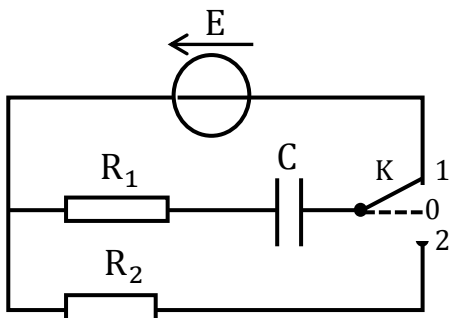
يبين التركيب التالي (الشكل 1) دائرة تسلسلية تحتوي على : وشيعة مثالية ذاتيتها L ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$ مولد مثالي يعطي توتر ثابت $E = 6V$ ، قاطعة K .

عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة فيمر تيار كما هو موضح في الشكل :

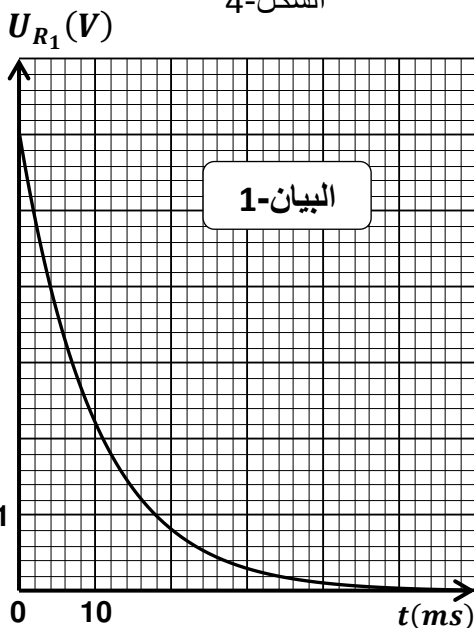


- (1) أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي تطور التوتر الكهربائي $u_R(t)$.
 - (2) تأكد أن المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل $u_R(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$.
 - (3) أوجد العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعية $u_b(t)$.
 - (4) أوجد النسبة $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة t و τ .
 - (5) يمثل البيان المعطى تغيرات المقدار $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة t .
- استنتج من البيان مميزات الدارة L ، τ .

التمرين (10)



الشكل-4



1. - نحقق التركيب التجريبي الممثل في الشكل-4 بواسطة العناصر التالية:
- مولد كهربائي قوته المحركة الكهربائية E .
- مكثفة سعتها C .
- مقاومة $R_1 = 100\Omega$ ومقاومة R_2 مجهولة .
- بادلة K يمكن وضعها في الوضع (1) أو (2) .
نضع البادلة K في الوضع (1) بدءاً من اللحظة الزمنية $t = 0s$ التي تكون فيها المكثفة غير مشحونة.
- (1) بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم بالأسمم التوترين u_{R_1} ، u_C .
- (2) بين على الشكل كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_{R_1} = f(t)$ (البيان-1) .
- (3) بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1 تعطى بالعلاقة :
$$\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1 C} u_{R_1} = 0$$
- (4) حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالشكل: $u_{R_1}(t) = A e^{-\frac{t}{B}}$.
جد عبارة كل من : B و A .





- (5) ما المدلول الفيزيائي للمقدار B وما وحدته في الجملة الدولية؟ علل .
 (6) أحسب كل من : E ، ثابت الزمن τ_1 ، C .
 (7) أحسب قيمة الطاقة المخزنة في النظام الدائم .
 // نضع البادئة في الوضع (2) بدءاً من لحظة زمنية نعتبرها مبدأ للزمن $t = 0$ s .
 (1) ماذا يحدث للمكثفة ؟

(2) أكتب المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.
 (3) بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة : $u_C(t) = E e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلالها .

(4) البيان-2 يمثل $\ln u_C = f(t)$.

أ- أكتب العلاقة البيانية .

ب- أوجد العلاقة النظرية لـ $\ln u_C$ بدلالة

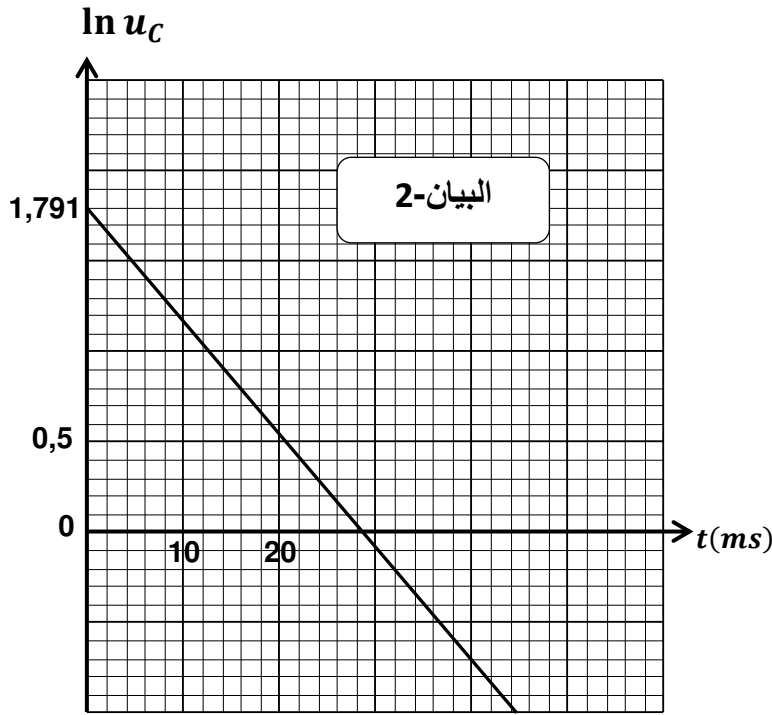
E, C, R_1, R_2, t :

ج- أحسب قيمة المقاومة R_2 وتأكد من

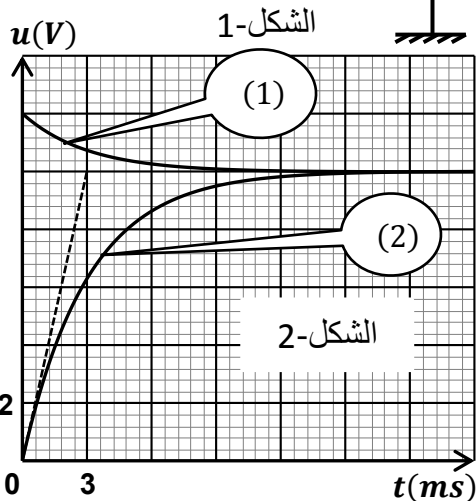
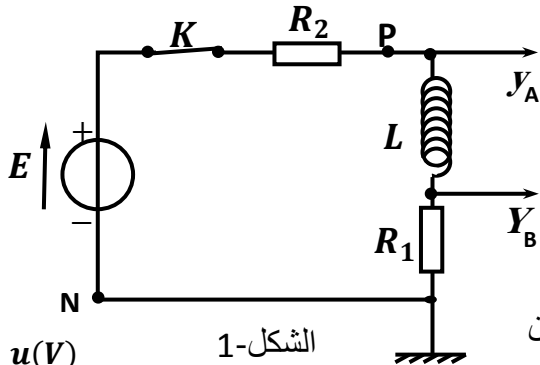
قيمة التوتر بين طرفي المولدة E .

د- قارن بين قيمتي ثابتي الزمن τ_1 (دائرة

الشحن) و τ_2 (دائرة التفريغ) .



التمرين (11)



- ننجز التركيب الممثل في الشكل-1 والمكون من :
- مولد للتوتر قوته المحركة $E = 12V$
 - وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة .
 - ناقلين أوميين مقاومتاهما $R_1 = 40\Omega$ و R_2 . قاطعة K .
- نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$. ونسجل بواسطة نظام معلوماتي المنحنيين (C_1) و (C_2) الممثلين للتوترين عند المدخلين A و B . الشكل-2 .
- (1) عين المنحنى الذي يمثل $u_{R_1}(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_{PN}(t)$.
- (2) حدد قيمة I_0 شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم .
- (3) تحقق أن المقاومة R_2 هي 8Ω .
- (4) اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة .
- (5) حل المعادلة التفاضلية بالشكل : $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. أوجد عبارة

كل من A و τ ثابت الزمن .

(6) احسب قيمة ثابت الزمن τ .

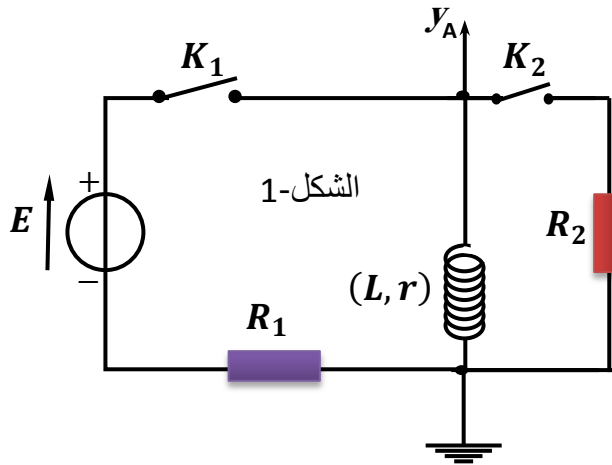
(7) استنتج قيمة ذاتية الوشيعة L .



(8) اوجد الطاقة المخزنة في الوشيعه في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.

التمرين (12)

نرغب الدارة الممثلة في الشكل 1- .

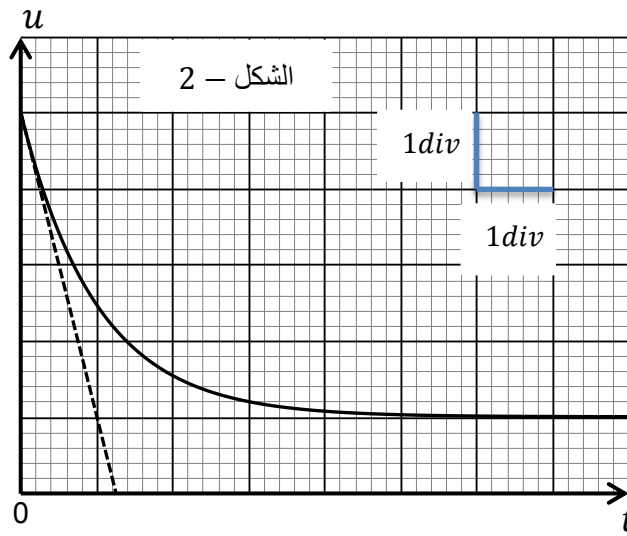


مولد قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي $R_1 = 200\Omega$ ، ناقل أومي R_2 . وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها r ، قاطعتان K_1 و K_2 .

نصل راسم الاهتزاز المهبلي كما هو موضح في الدارة .

i. نترك القاطعة K_2 مفتوحة ، ونغلق القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$.

نشاهد على شاشة راسم الاهتزاز البيان الممثل في الشكل-2



الحساسية الشاقولية : $2V/div$.

الحساسية الأفقية : $4ms/div$.

(1) أوجد المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة

(2) حل المعادلة التفاضلية من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{1}{\alpha}t}$ ، حيث A و B و α ثوابت يطلب

تعيين عبارة كل منهما .

(3) ما هو المدلول الفيزيائي للثابت α . أوجد قيمته من البيان .

(4) احسب قيمة r مقاومة الوشيعه .

(5) احسب القيمة العظمى للطاقة المخزنة في الوشيعه .

(6) بين أن اللحظة t التي تكون فيها الوشيعه قد خزنت نصف طاقتها الأعظمية تعطى بالعلاقة :

$$t = \alpha \ln \left(\frac{2}{2-\sqrt{2}} \right)$$

بالبين .

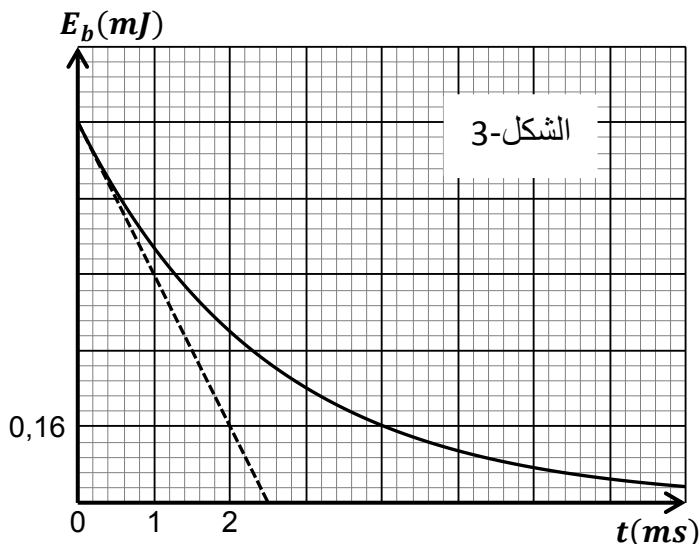
ii. تفتح القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$ التي تغلق فيها القاطعة K_2 .

مثلنا في الشكل -3 تغيرات الطاقة المغناطيسية في الوشيعه بدلالة الزمن $E_b = f(t)$.

(1) أوجد المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .

(2) بين ان حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = \frac{E}{R_1+r} e^{-\beta t}$.

(3) بيّن أن المماس (T) للبيان عند $t = 0$ يقطع محور



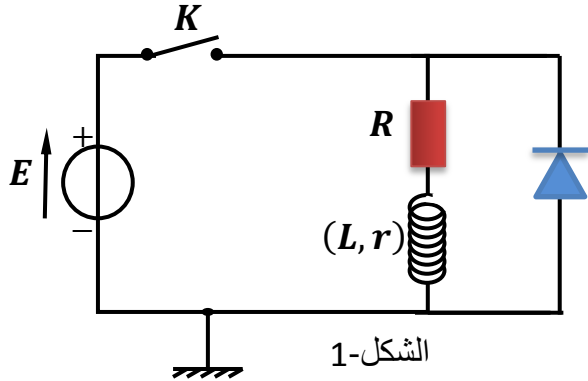
$$t' = \frac{1}{2\beta}$$

(4) احسب قيمة β .

(5) احسب قيمة R_2 .

التمرين (13)

وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية r مربوطة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$ ومولد قوته المحركة الكهربائية E وقاطعة K (الشكل-1).



الشكل-1

(1) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

(أ) بين على مخطط الدارة الكهربائية جهة التيار ومختلف التوترات الكهربائية.

(ب) بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي u_b بين طرفي

الوشيعة تعطى بالعلاقة: $\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau} u_b = \frac{rE}{L}$. حيث τ ثابت

الزمن .

(ج) حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل: $u_b(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

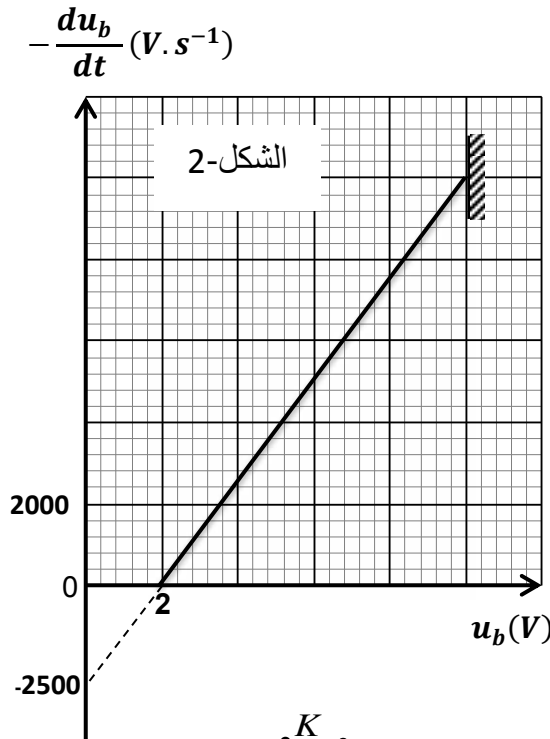
(د) مثل كيفيا البيان $u_b(t)$.

(2) يمثل بيان (الشكل-2) المنحنى: $-\frac{du_b}{dt} = f(t)$

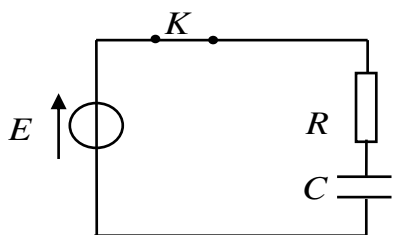
بتوظيف المعادلة التفاضلية وبيان (الشكل-2)

(أ) جد قيم كل من E و r و L .

(ب) احسب الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t = 4ms$.



الشكل-2



الشكل - 3

التمرين (14)

قصد شحن مكثفة مفرغة تماما سعتها C نحقق الدارة المبينة على (

الشكل - 3 -) والمكونة من العناصر الكهربائية التالية المربوطة على

التسلسل :

- مكثفة سعتها C .

- مولّد كهربائي قوته المحركة الكهربائية E و مقاومته الداخلية مهملة .

- ناقل أومي مقاومته $R = 100\Omega$.

- قاطعة K .

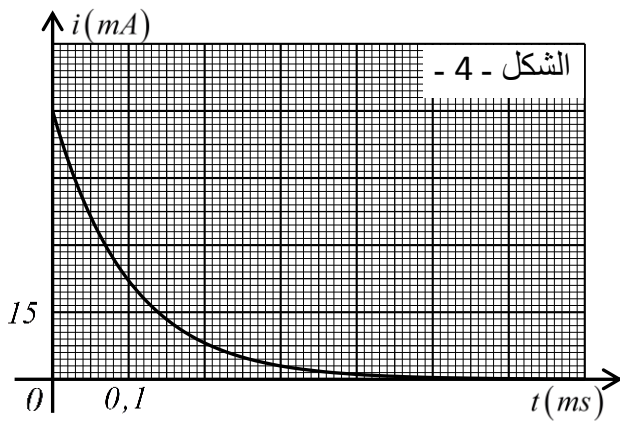
في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K :

(1) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار المار في الدارة .

(2) بين أن $i(t) = A \cdot e^{-t/\tau}$ هو حل المعادلة التفاضلية السابقة . مع تحديد عبارتي كل من A و τ بدلالة مميزات الدارة .

(3) استنتج عبارة التوتر U_c بدلالة الزمن و مميزات الدارة .

(4) يمكن نظام معلوماتي من تمثيل المنحنى الممثل لتغيرات التيار i بدلالة الزمن (الشكل - 4 -) .



أ - حدّد ثابت الزمن τ و استنتج سعة المكثفة C .

ب - استنتج E قيمة القوة المحركة الكهربائية للمولد الكهربائي

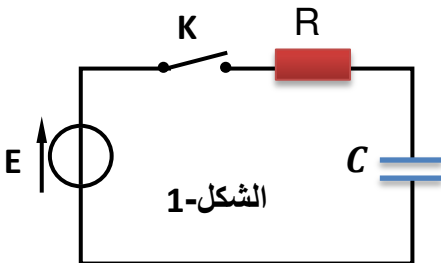
(5) لتكن E_{0c} الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة عند نهاية الشحن

و $E_c(\tau)$ الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = \tau$.

أ - بين أن : $\frac{E_c(\tau)}{E_{0c}} = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2$.

ب - أحسب قيمة هذه النسبة .

التمرين (15)



ركبنا الدارة المقابلة بواسطة: مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته R ، مكثفة فارغة سعتها $C = 500\mu F$ ، قاطعة K (الشكل-1) ، نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ وبواسطة برنامج معلوماتي حصلنا على البيان

$\frac{du_c}{dt} = f(t)$ (الشكل-2) .

(1) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة .

$\frac{du_c}{dt} \left(\frac{V}{s} \right)$

(2) حل المعادلة من الشكل $u_c(t) = A + Be^{-\alpha t}$ حيث A و B و α ثوابت يطلب تعيين

عبرة كل منهما .

(3) بين أن المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور

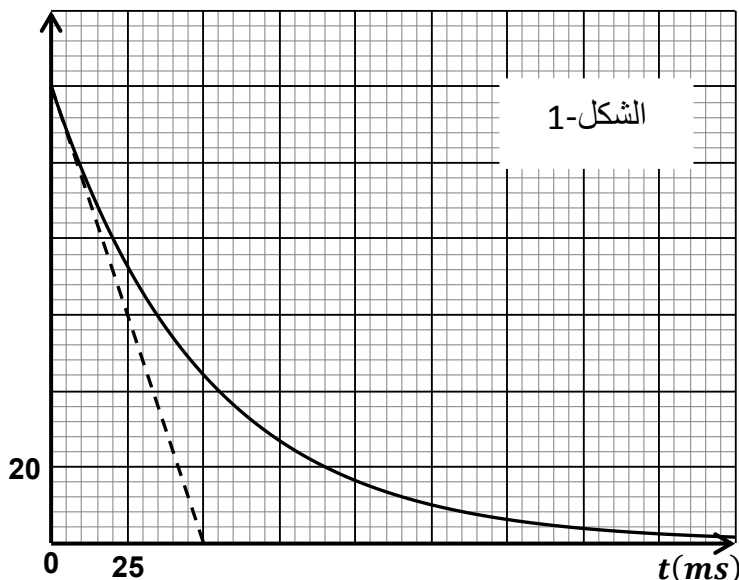
الزمن في اللحظة $t = \tau$.

(4) استنتج من البيان قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب

RC .

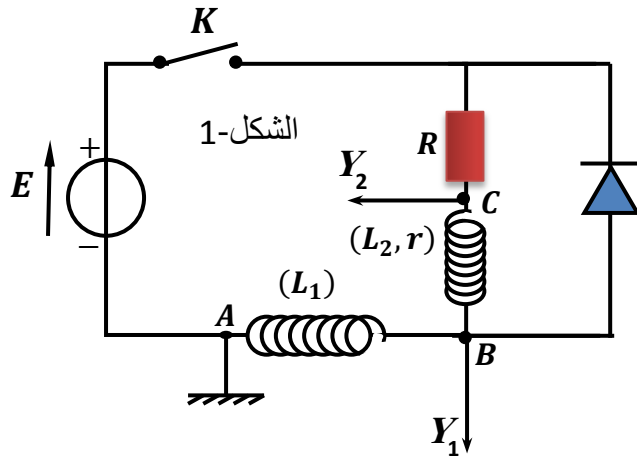
(5) أوجد قيمة R . والشدة العظمى لتيار الشحن .

(6) أوجد قيمة E .

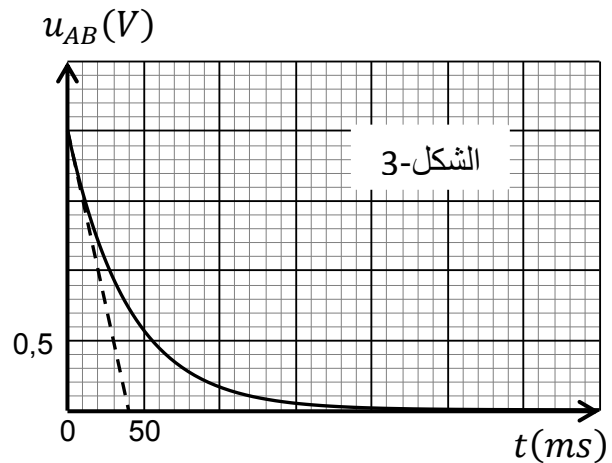
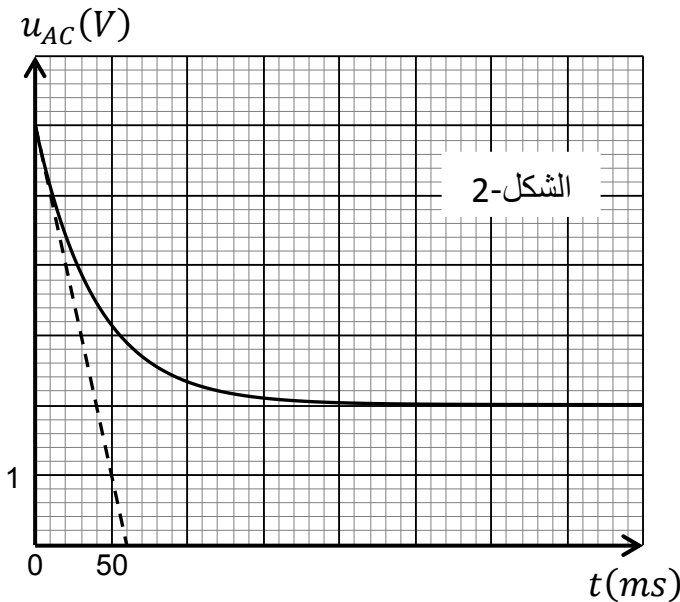


التمرين (16)

يتكون التركيب الممثل في الشكل 1- من:



- مولد كهربائي للتوتر قوته المحركة $E = 6V$.
 - وشيعة وشيعة مثالية b_1 ذاتيتها L_1 و وشيعة b_2 حقيقية ذاتيتها L_2 مقاومتها r .
 - ناقل أومي مقاومته $R = 10\Omega$.
 - قاطع التيار K .
- i. عند $t = 0$ تم غلق القاطعة K وتتبع تطور التوترين u_{AB} بين مربطي الوشيعة b_1 و u_{AC} بين مربطي الوشيعتين $(b_1 + b_2)$ بدلالة الزمن.
- يمثل (الشكل-2) و (الشكل-3) منحني التوترين $u_{AB}(t)$ و



. $u_{AC}(t)$

(1) أثبت أن المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$ تكتب بالشكل.

$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_1+L_2} i = \frac{E}{L_1+L_2}$$

(2) حل المعادلة من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B . و τ ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما.

(3) ما المدلول الفيزيائي للثابت τ ثم استنتج قيمته.

(4) احسب قيمة I_0 الشدة الأعظمية للتيار المار في الدارة

(5) أوجد العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_1 .

(6) أوجد العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعة b_2 .

(7) أوجد قيم المقادير L_2 و L_1 و r .

ii. نفتح القاطعة K في لحظة زمنية نعتبرها $t = 0$.

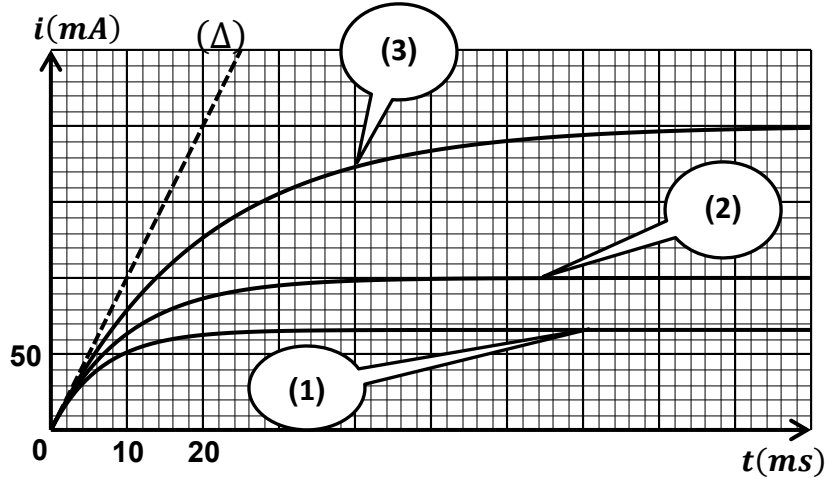
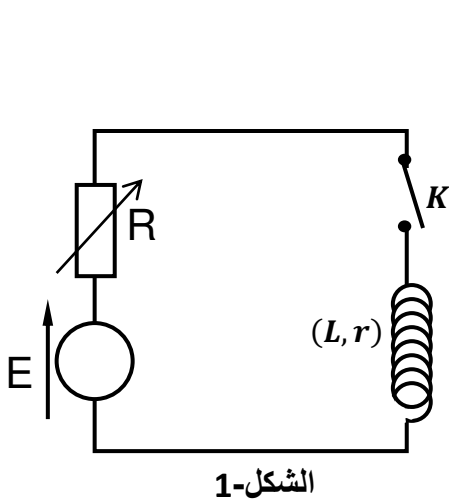
(1) أوجد المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$.

(2) أوجد قيمة τ_2 في هذه الحالة.

(3) أوجد قيمة الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة في الناقل الأومي عند اللحظة $t = \tau_2$.

التمرين (17)

صادف أستاذ في المخبر وشيعة لا تحمل أية إشارة ، أراد تحديد معامل تحريضها الذاتي (الذاتية) L لهذه الوشيعة من خلال دراسة الدارة RL الممثلة في (الشكل 1-) ، والتي تضم مولد مثالي للتوتر $E = 10V$ والوشيعة سابقة الذكر ومعدلة (مقاومة متغيرة القيمة) ، عند اللحظة $t = 0$ أغلق الأستاذ القاطعة K ، وتابع بواسطة جهاز مناسب تغيرات $i(t)$ شدة التيار المار في الدارة بدلالة الزمن بالنسبة لقيم مختلفة للمقاومة R .



يمثل (الشكل 2-) النتائج التجريبية المحصل عليها .

- حدد النظامين الذين يبرزهما كل منحنى مع تسمية كل نظام .
- المعادلة التفاضلية التي يحققها كل منحنى هي $\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L}i = \frac{E}{L}$. بين أن الشدة $i(t)$ تأخذ في أحد النظامين

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \text{ قيمة قصوى}$$

- أتمم الجدول التالي مع التعليل .

قيمة $R(\Omega)$	140	90	40
رقم المنحنى الموافق			

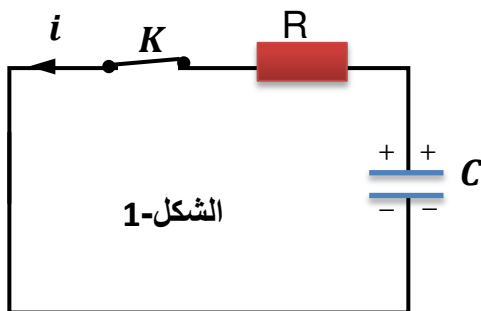
- حدد قيمة r .

- الشكل 2- الزمن لثنائي القطب RL بالعلاقة $\tau = \frac{L}{R+r}$. بين بالتحليل البعدي أن بعد τ هو الزمن .

- حدد قيمة L .

الحل

التمرين (1)



- نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$.

أ) بتطبيق قانون جمع التوترات ، جد المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة.

$$u_C(t) + u_R(t) = 0$$

$$u_R(t) = Ri(t) \text{ قانون أوم}$$

$$u_C(t) + Ri(t) = 0$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) + C \frac{du_C(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = 0$$

ب) حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى من الشكل : $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.
 • حيث : A و τ ثابتان يطلب كتابة عبارتيهما الحرفية .

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ نعوض في المعادلة التفاضلية .}$$

$$-\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{RC} Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$\left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{\tau} = 0 \right) \text{ حتى يكون } u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \text{ حلا للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق}$$

$$\text{وبالتالي } (\tau = RC) \text{ و } (A = E)$$

$$\text{من الشروط الابتدائية } u_C(0) = E \text{ نجد } (A = E)$$

$$\text{يكتب الحال كالآتي } u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$(2) \text{ بين أن المعادلة التفاضلية لـ } E_C \text{ طاقة المكثفة تكتب بالشكل : } \frac{dE_C}{dt} + \frac{2}{\tau} E_C = 0$$

قانون جمع التوترات

$$u_C + u_R = 0$$

$$u_C + C \frac{du_C}{dt} = 0 \dots (1)$$

$$E_C = \frac{1}{2} Cu_C^2 \dots (2)$$

باشتقاق العلاقة (2)

$$\frac{dE_C}{dt} = \frac{1}{2} 2Cu_C \frac{du_C(t)}{dt}$$



$$\frac{dE_C}{dt} = C u_C \frac{du_C(t)}{dt}$$

ومن (2) كذلك $u_C^2 = \frac{2E_C}{C}$.

بضرب طرفي العلاقة (2) ب u_C .

$$\frac{2E_C}{C} + \frac{dE_C}{dt} = 0 \text{ ومنه } u_C^2 + C u_C \frac{du_C}{dt} = 0$$

$$\text{ومنه } \frac{dE_C}{dt} + \frac{2}{\tau} E_C = 0$$

العبرة اللحظية $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة بدلالة الزمن .

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} C E \left(E e^{-\frac{t}{\tau}} \right)^2$$

$$E_C(t) = \frac{1}{2} C E^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

قيمة E_{C0} الطاقة المخزنة العظمى في المكثفة ، ثم استنتج سعة المكثفة C .

من البيان للشكل-2

$$E_{C0} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$C = \frac{2E_{C0}}{E^2} \text{ وبالتالي } E_{C0} = \frac{1}{2} C E^2$$

$$C = \frac{5 \times 10^{-3}}{100} = 5 \times 10^{-5} \text{ F}$$

بين أن المماس للمنحني في اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$.
معادلة المماس .

$$E_C(t) = \left(\frac{dE_C(t)}{dt} \right)_{t=0} t + E_C(0)$$

$$\frac{dE_C(t)}{dt} = -\frac{2E_0}{\tau} e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$\left(\frac{dE_C(t)}{dt} \right)_{t=0} = -\frac{2E_0}{\tau}$$

$$E_C(t) = -\frac{2E_0}{\tau} t + E_0$$

عندما يقطع المماس محور الزمن تكون $E_C(t) = 0$.

$$0 = -\frac{2E_0}{\tau} t + E_0 \text{ ومنه}$$

$$\frac{2E_0}{\tau} t = E_0$$





$$\frac{2}{\tau}t = 1 \text{ ومنه } t = \frac{\tau}{2}$$

أوجد ثابت الزمن τ ، استنتج مقاومة الناقل الأومي R .

$$\text{من البيان } \frac{\tau}{2} = 2ms \text{ ومنه } \tau = 4ms$$

$$\tau = RC \text{ وبالتالي } R = \frac{\tau}{C}$$

$$R = \frac{4 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-5}} = 80 \Omega$$

شدة التيار المار في الدارة في اللحظة $t = 3,2ms$.

$$\text{من البيان } E_C(3,2ms) = 0,5 \times 10^{-3}j$$

$$u_C^2 = \frac{2E_C}{C}$$

$$u_C = \sqrt{\frac{2E_C}{C}}$$

$$u_C = \sqrt{\frac{2 \times 0,5 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-5}}} = 4,47V$$

$$u_C + u_R = 0$$

$$u_R = -u_C$$

$$u_R = -4,47V$$

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{-4,47}{80} = -5,6 \times 10^{-2}A$$

إشارة (-) معناه جهة تيار التفريغ عكس جهة تيار الشحن .

أثبت أن زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو $t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2$. ثم احسب قيمته.

$$E_C(t_{1/2}) = \frac{E_{C0}}{2}$$

$$E_C(t_{1/2}) = E_{C0} e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$$

$$\frac{E_{C0}}{2} = E_{C0} e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}}$$

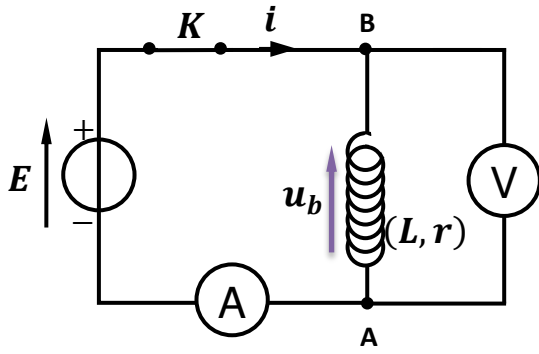
$$-\ln 2 = -\frac{2t_{1/2}}{\tau}$$



$$t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2$$

$$t_{1/2} = \frac{4}{2} \ln 2 = 1,38ms$$

التمرين (2)



ضع الرمزين A و V على الدارة. ثم وضّح جهة التيار في الدارة وجهة التوتر بين طرفي الوشّعة.

في النظام الدائم يشير مقياس الأمبير للقيمة $I_0 = 400mA$ ويشير مقياس الفولط للقيمة $U_b = 6V$ استنتج القيمة r لمقاومة الوشّعة.

$$I_0 = \frac{E}{r}$$

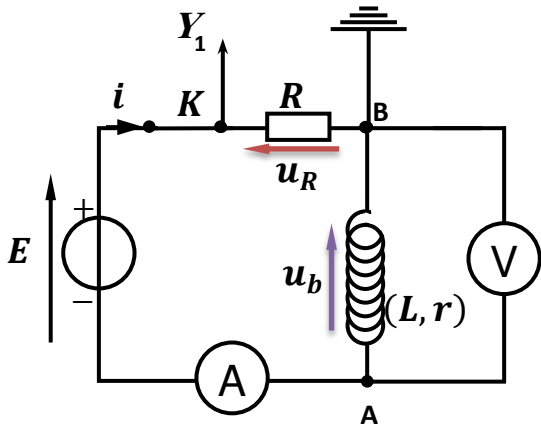
$$U_b = rI_0$$

من العلاقتين نجد $r = 15\Omega$.

نضيف على التسلسل مع الوشّعة مصباحا مقاومته ثابتة $R = 10\Omega$ ثم نصل الدارة براسم الاهتزاز ذو ذاكرة من أجل متابعة تطور شدة التيار في الدارة بدلالة الزمن $i(t)$ عند غلق القاطعة.

الظاهرة الملاحظة عند غلق القاطعة توهج المصباح تدريجيا .

بيّن على الدارة كيفية الربط لرأس الاهتزاز من أجل مشاهدة توتر يتناسب مع شدة التيار. أوجد من البيان $i(t)$ ثابت الزمن τ ، مبينا الطريقة المتبعة .



من البيان $I_0 = 240mA$

$$i(\tau) = 0,63I_0 = 151,2mA$$

نجد $\tau = 10ms$.

اكتب عبارة ثابت الزمن بدلالة R و r و L ، ثم بواسطة تحليل بعدي بيّن أن τ يقاس بالثانية.

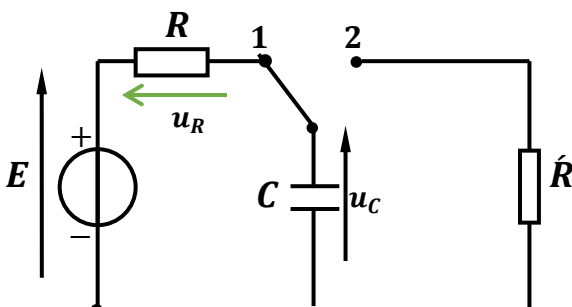
$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

مقاومة الوشّعة r .

$$r = \frac{L}{\tau} - R$$

$$r = 15\Omega$$

التمرين (3)





١. شحن المكثفة .

(1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين طرفي المكثفة .
قانون جمع التوترات .

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

$$u_C(t) + Ri = E$$

$$u_C(t) + R \frac{dq(t)}{dt} = E$$

$$u_C(t) + RC \frac{du_C(t)}{dt} = E$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{E}{\tau}$$

(2) تحقق من أن $u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة .

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{1}{\tau} E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{\tau} - \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{\tau} - \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{\tau}$$

ومنه $u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة

(3) التمثيل بشكل تقريبي منحنى تغيرات u_C بدلالة الزمن t .

(4) ثابت الزمن لثنائي القطب RC ($\tau = 10s$) ، أوجد قيمة

سعة المكثفة علما أن $R = 10\Omega$ قارنها مع القيمة المدونة على المكثفة .

$$\tau = RC \text{ وبالتالي } C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{10}{10} = 1F \text{ وهي نفسها القيمة المدونة على المكثفة .}$$

١. لتفريغ المكثفة ننجز التركيب التجريبي التالي

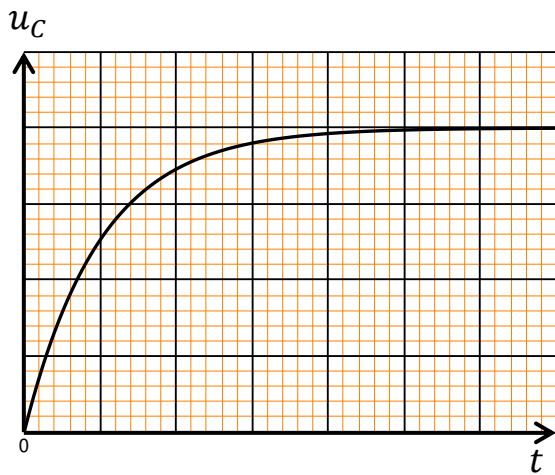
(1) المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثفة .

$$u_C(t) + u_R(t) = 0$$

$$u_C(t) + Ri = 0$$

$$\frac{q(t)}{C} + R \frac{dq(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{RC} q(t) = 0$$





(2) حلا للمعادلة التفاضلية السابقة نعطي $\dot{R} = 2R$.
معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى ذات طرف ثاني معدوم حلها من الشكل :

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

عند الشحن

$$q(t) = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$q(20) = 10 \left(1 - e^{-\frac{20}{10}}\right)$$

$$q(20) = 10(1 - e^{-2})$$

$$q(20) = 8,65C$$

$$Q_0 = 8,65C$$

$$\tau = \dot{R}C = 2RC = 2 \times 10 \times 1 = 20s$$

$$q(t) = 8,65e^{-\frac{t}{20}}$$

(3) قيمة شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة $t = 0$.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{8,65}{20} e^{-\frac{t}{20}}$$

$$i(0) = \left(\frac{dq(t)}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{8,65}{20} = -0,43A$$

إشارة (-) معناه تيار التفريغ عكس تيار الشحن .

(4) قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظتين $t = 0$ و $t = 20s$.

$$E_C(0) = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (8,65)^2 = 37,41J$$

عند $t = 20 = \tau$ يكون $u_C = 0,37 \times 8,65$.

$$E_C(20) = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times (0,37 \times 8,65)^2 = 5,12J$$

(5) يمكن تفريغ المكثفة السابقة في مكثفة أخرى سعتها $\hat{C}$ عوض الناقل الأومي $\hat{R}$. علما أن المكثفة $\hat{C}$ كانت فارغة
أوجد قيمة التوتر الكهربائي بين طرفيها عند نهاية التفريغ . بحيث $\hat{C} = 2C$.

$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$u_C(20) = 10 \left(1 - e^{-\frac{20}{10}}\right) = 8,65V$$

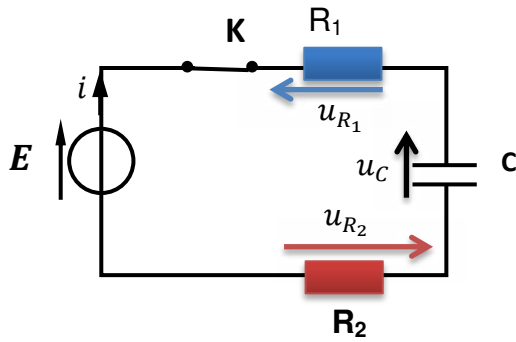
قيمة التوتر بين طرفي المكثفة عند $t = 0$ هو $8,65V$.

والمكثفة الأولى تتفرغ كليا في المكثفة الثانية لأن $\hat{C} > C$

والاجابة تكون $u_{\hat{C}} = 8,65V$

التمرين(4)





(1) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .
العبرة الحرفية للتوترات $u_{R_2} \cdot u_{R_1}$ بدلالة الشحنة $q(t)$.

$$q(t) = C u_C(t) \cdot i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$u_{R_1}(t) = R_1 i(t)$$

$$u_{R_1}(t) = R_1 \frac{dq(t)}{dt}$$

$$u_{R_2}(t) = R_2 i(t)$$

$$u_{R_2}(t) = R_2 \frac{dq(t)}{dt}$$

(2) بتطبيق قانون جمع التوترات بين أنه المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثف من الشكل :

$$\frac{dq(t)}{dt} + a \cdot q(t) - b = 0$$

$$u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) + u_C(t) = E$$

$$R_1 \frac{dq(t)}{dt} + R_2 \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$$

$$(R_1 + R_2) \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} q(t) = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} q(t) - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0$$

عبرة كل من a و b بدلالة E, C, R_1, R_2 .

$$\frac{dq(t)}{dt} + a q(t) - b = 0 \dots \dots (1)$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} q(t) - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0 \dots \dots (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2).

$$b = \frac{E}{R_1 + R_2} \text{ و } a = \frac{1}{(R_1 + R_2)C}$$

(3) يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $q(t) = \alpha(1 - e^{-\beta t})$

استنتاج عبرة كل من α, β .

$$q(t) = \alpha(1 - e^{-\beta t})$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = \alpha\beta e^{-\beta t} \text{ نعوض في المعادلة التفاضلية.}$$





$$\alpha \beta e^{-\beta t} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} \alpha (1 - e^{-\beta t}) - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0$$

$$\alpha \beta e^{-\beta t} + \frac{\alpha}{(R_1 + R_2)C} - \frac{\alpha}{(R_1 + R_2)C} e^{-\beta t} - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0$$

$$\alpha e^{-\beta t} \left(\beta - \frac{1}{(R_1 + R_2)C} \right) + \frac{\alpha}{(R_1 + R_2)C} - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0$$

حتى يكون الحل السابق حل للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\beta - \frac{1}{(R_1 + R_2)C} = 0 \right)$ و

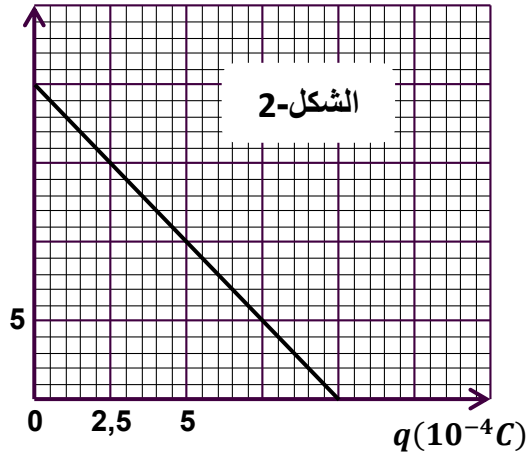
$$\left(\beta = \frac{1}{(R_1 + R_2)C} \right) \text{ و } (\alpha = CE) \text{ ومنه } \left(\frac{\alpha}{(R_1 + R_2)C} - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0 \right)$$

(4) الشكل 2 يمثل تغيرات $\frac{dq(t)}{dt}$ بدلالة $q(t)$ بالاعتماد على الشكل- 2. أوجد كل من :

أ) ثابت الزمن τ .

$$\tau = (R_1 + R_2)C$$

$\frac{dq}{dt} (10^{-4} A)$



البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$$\frac{dq(t)}{dt} = a q(t) + b$$

$$\text{من البيان } b = 20 \times 10^{-4} A$$

$$a = -\frac{20 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-4}} = -2$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = -2 q(t) + 20 \times 10^{-4} \dots (1)$$

العلاقة النظرية نجدها من المعادلة التفاضلية .

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} q(t) - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} q(t) - \frac{E}{R_1 + R_2} = -\frac{1}{\tau} q(t) + \frac{E}{R_1 + R_2} \dots (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) .

$$\frac{1}{\tau} = 2 \text{ ومنه } \tau = 0,5s$$

ب) سعة المكثفة C .

$$C = \frac{\tau}{R_1 + R_2} \text{ ومنه } \tau = (R_1 + R_2)C$$

$$C = \frac{0,5}{5 \times 10^3} = 5 \times 10^{-4} F$$

ج) التوتر الكهربائي بين طرفي المولد E .



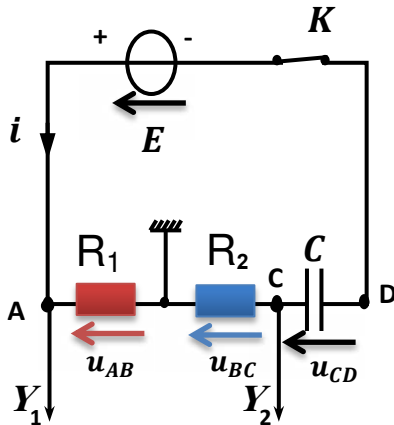


$$\cdot \frac{E}{R_1 + R_2} = 20 \times 10^{-4}$$

$$\cdot E = 5 \times 10^3 \times 20 \times 10^{-4} = 10V$$

التمرين (5)

(1) بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الإهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانيين السابقين .



(2) المعادلة التفاضلية لشحنة المكثفة $q(t)$.

قانون جمع التوترات .

$$\cdot u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) + u_C(t) = E$$

$$\cdot i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$\cdot R_1 \frac{dq(t)}{dt} + R_2 \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$$

$$\cdot (R_1 + R_2) \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$$

$$\cdot \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} q(t) = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

(3) حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $q(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{B}})$ ، عين A و B ، ماذا يمثل B وما هو مدلوله الفيزيائي ؟

$$\cdot \frac{dq(t)}{dt} = \frac{A}{B} e^{-\beta t} \text{ نعوض في المعادلة التفاضلية .}$$

$$\cdot \frac{A}{B} e^{-\frac{t}{B}} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} A (1 - e^{-\frac{t}{B}}) - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0$$

$$\frac{A}{B} e^{-\frac{t}{B}} + \frac{A}{(R_1 + R_2)C} - \frac{A}{(R_1 + R_2)C} e^{-\frac{t}{B}} - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0$$

$$Ae^{-\frac{t}{B}} \left(\frac{1}{B} - \frac{1}{(R_1 + R_2)C} \right) + \frac{A}{(R_1 + R_2)C} - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0$$

حتى يكون الحل السابق حل للمعادلة التفاضلية يجب ان يتحقق $\left(\frac{1}{B} - \frac{1}{(R_1 + R_2)C} = 0 \right)$ و

$$\cdot (B = (R_1 + R_2)C) \text{ و } (A = CE) \text{ ومنه } \left(\frac{A}{(R_1 + R_2)C} - \frac{E}{R_1 + R_2} = 0 \right)$$

يمثل B ثابت الزمن τ حيث $\tau = (R_1 + R_2)C$ (الزمن اللازم لشحن المكثفة ب 63% من شحنتها الأعظمية) .

(4) أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C العبارات اللحظية لكل من :

شدة التيار المار في الدارة .





$$. q(t) = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}} \right)$$

$$. i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{CE}{(R_1+R_2)C} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

$$. i(t) = \frac{E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 .

$$. u_{AB} = R_1 i(t)$$

$$. u_{AB} = \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

• التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 .

$$. u_{BC} = R_2 i(t)$$

$$. u_{BC} = \frac{R_2 E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

(5) أكتب بدلالة R_1 ، R_2 ، C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة.

$$. u_{AB} = \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

معادلة المماس عند $t = 0$.

$$u_{AB} = \left(\frac{du_{AB}}{dt} \right)_{t=0} t + u_{AB}(0)$$

$$. \frac{du_{AB}}{dt} = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

$$. \left(\frac{du_{AB}}{dt} \right)_{t=0} = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C}$$

$$. u_{AB}(0) = \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)}$$

$$. u_{AB} = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C} t + \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)}$$

اللحظة التي يقطع فيها المماس محور الزمن يكون $u_{AB} = 0$.

$$. 0 = -\frac{R_1 E}{(R_1+R_2)^2 C} t + \frac{R_1 E}{(R_1+R_2)}$$

لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ هي $(t = \tau = (R_1 + R_2)C)$.

(6) اعتمادا على الدراسة التجريبية و النظرية السابقتين ، أوجد :





E, I_0, R_2, C حيث I_0 شدة التيار الأعظمية المار في الدارة .

$$u_{R_1}(0) + u_{R_2}(0) + u_C(0) = E$$

$$2,4 + 9,6 + 0 = E$$

$$E = 12V$$

$$R_1 = 5 \Omega$$

$$u_{R_1}(0) = R_1 I_0$$

$$I_0 = \frac{u_{R_1}(0)}{R_1} = \frac{2,4}{5} = 0,48A$$

$$R_2 = \frac{E}{I_0} - R_1 \text{ ومنه } I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

$$R_2 = 25 - 5 = 20 \Omega$$

$$\tau = 5 \times 10^{-3} s \text{ من البيان}$$

$$C = \frac{\tau}{R_1 + R_2} \text{ ومنه } \tau = (R_1 + R_2)C$$

$$C = \frac{5 \times 10^{-3}}{25} = 2 \times 10^{-4} F$$

التمرين (6)

(1) المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار i

قانون جمع التوترات .

$$Ri + ri + L \frac{di}{dt} = E. u_R(t) + u_b(t) = E$$

$$(R + r)i + L \frac{di}{dt} = E$$

$$\tau = \frac{L}{R+r} \text{ وحيث } \frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = \frac{E}{L}$$

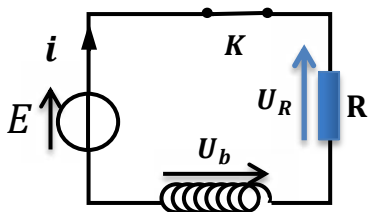
$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$$

أثبت ان هذه المعادلة تقبل حل من الشكل $i(t) = A(1 - e^{-\beta t})$ حيث A و β ثوابت .

نشتق ونعوض في المعادلة التفاضلية نجد

$$A = \frac{E}{R+r} \text{ و } \beta = \frac{(R+r)}{L}$$

(2) يمثل منحنى الشكل (2) تغيرات $\frac{di}{dt}$ بدلالة التيار i أي $\frac{di}{dt} = f(i)$.

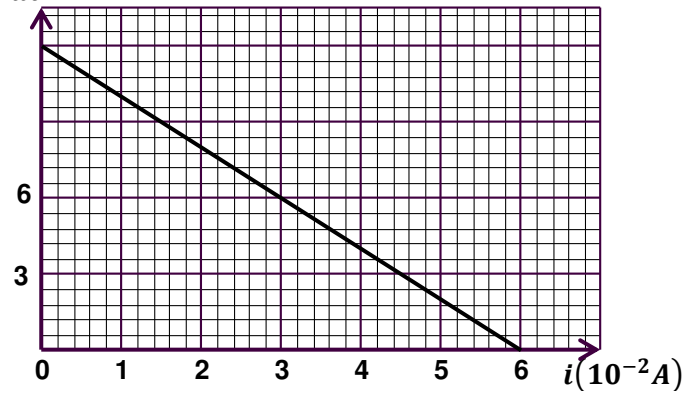




• كتابة العبارة البيانية .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل . $\frac{di}{dt} = a i + b$

$$\frac{di}{dt} (A.s^{-1})$$



من البيان $b = 12$.

$$a = -\frac{12}{6 \times 10^{-2}} = -200$$

و a يمثل ميل البيان

$$\frac{di}{dt} = -200 i + 12 \dots (1)$$

• باستخدام العبارة البيانية والعبارة المستخرجة في السؤال (1) استنتج قيمة كل من الذاتية L و المقاومة r للوشية العلاقة النظرية .

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = \frac{E}{L}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = -\frac{(R+r)}{L} i + \frac{E}{L} \dots \dots (2)$$

بالمطابقة بين (1) و (2) .

$$\frac{(R+r)}{L} = 200 \text{ و } \frac{E}{L} = 12$$

$$L = \frac{E}{12} = \frac{6}{12} = 0,5H$$

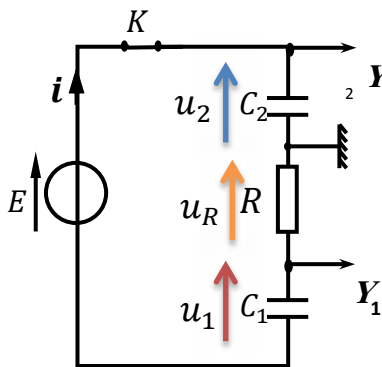
$$r = 10\Omega$$

عبر بدلالة E ، r ، R عن I_0 شدة التيار في النظام الدائم ثم احسبه .

$$I_0 = \frac{E}{R+r}$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{6}{100} = 6 \times 10^{-2} A$$

التمرين (7)



الشكل-2

(1) نبين أن عبارة السعة المكافئة هي من الشكل : $C_e = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$.

المكثفتين مربوطتين على التسلسل ومنه $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ نجد $C_e = \frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2}$.

(2) نبين أن المعادلة التفاضلية للتوتر $u_2(t)$ بين طرفي المكثفة C_2 هي :

$$\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e} u_2 = \frac{E}{RC_2}$$

المكثفتين مربوطتين على التسلسل معناه $q = q_1 = q_2$.





$$. u_1 = \frac{C_2 \times u_2}{C_1} \text{ ومنه } . q = C_1 \times u_1 = C_2 \times u_2$$

قانون جمع التوترات : (1) $u_1 + u_2 + u_R = E \dots \dots$

$$\frac{C_2 \times u_2}{C_1} + u_2 + Ri = E$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dq_2}{dt} = \frac{dC_2 \cdot u_2}{dt} = C_2 \frac{du_2}{dt}$$

نعوض في المعادلة (1)

$$\frac{C_2 \cdot u_2}{C_1} + u_2 + RC_2 \frac{du_2}{dt} = E$$

$$\left(\frac{C_2}{C_1} + 1\right) u_2 + RC_2 \frac{du_2}{dt} = E$$

$$\cdot \frac{du_2}{dt} + \frac{1}{RC_e} u_2 = \frac{E}{RC_2} \text{ نجد}$$

(3) يكتب حل هذه المعادلة على الشكل: $u_2(t) = A(1 - e^{-\lambda t})$. ايجاد عبارتي كل من الثابتين A و λ بدلالة مميزات الدارة .

$$A\lambda e^{-\lambda t} + \frac{A}{RC_e} - \frac{A}{RC_e} e^{-\lambda t} = \frac{E}{RC_2} \text{ نعوض في المعادلة التفاضلية } \frac{du_2}{dt} = A\lambda e^{-\lambda t}$$

$$A \left(\lambda - \frac{1}{RC_e} \right) e^{-\lambda t} + \frac{A}{RC_e} - \frac{E}{RC_2} = 0 \text{ تكون المعادلة محققة من أجل } \left(\lambda - \frac{1}{RC_e} = 0 \text{ و } \frac{A}{RC_e} - \frac{E}{RC_2} = 0 \right)$$

$$A = \frac{C_e \cdot E}{C_2} = \frac{\frac{C_1 \times C_2}{C_1 + C_2} E}{C_2} = \frac{C_1 \cdot E}{C_1 + C_2} \text{ و } \lambda = \frac{1}{RC_e} \text{ وبالتالي}$$

أ) تحديد المنحنى الذي يمثل $u_2(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_R(t)$ مع التعليل .
المنحنى (2) يمثل $u_R(t)$ و المنحنى (1) يمثل $u_2(t)$. لأن $u_R(t) = R \cdot i(t)$ و التيار متناقص .

تحديد قيمة كل E ثابت الزمن τ .

من البيان $E = 6V$ و $\tau = 5ms$.

ب) استنتاج قيمة كل من $u_2(t)$ و $u_1(t)$ في النظام الدائم .

$$u_2(\infty) = 5V$$

ومن قانون جمع التوترات $u_1(\infty) + u_2(\infty) + u_R(\infty) = 6$

$$\cdot u_1(\infty) = 1V \text{ ومنه } u_1(\infty) + 5 + 0 = 6$$

ج) ايجاد قيمة سعة المكثفة C_1 .

$$\cdot C_1 = 10\mu F \text{ ومنه } 5 = \frac{C_1 \cdot 6}{C_1 + 2} \text{ ومنه } A = \frac{C_1 \cdot E}{C_1 + C_2}$$





(4) حساب الطاقة المخزنة في الدارة عند نهاية عملية الشحن .

$$E_{C_e} = \frac{1}{2} C_1 (1)^2 + \frac{1}{2} C_2 (5)^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 10^{-6} (1)^2 + \frac{1}{2} 2 \cdot 10^{-6} (5)^2 = 3 \cdot 10^{-5} J$$

التمرين (8)

(1) نغلق القاطعة ، وبعد مدة تستقر إشارة مقياس الفولط على القيمة $U = 10V$ وإشارة مقياس الأمبير على القيمة $I = 0,1A$. بطريقة خاصة وجدنا حينذاك الطاقة المخزنة في الوشيعية $E_b = 1mJ$.

✓ ايجاد قيم كل من L, r, R_1 .

$E = 12V$ و $I_{max} = 0,1A$ (النظام الدائم) .

القيمة $U = 10V$ تمثل التوتر بين طرفي R_1 في النظام الدائم .

$$R_1 = \frac{U}{I_{max}} \text{ وبالتالي } U = R_1 I_{max}$$

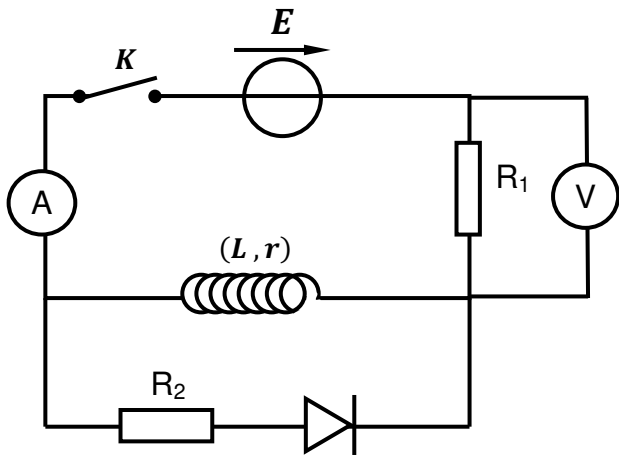
$$R_1 = \frac{10}{0,1} = 100\Omega$$

$$r = \frac{E}{I_{max}} - R_1 \text{ وبالتالي } I_{max} = \frac{E}{R_1 + r}$$

$$r = \frac{12}{0,1} - 100 = 20\Omega$$

$$L = \frac{2E_b}{I_{max}^2} \text{ نجد } E_b = \frac{1}{2} L I_{max}^2 \text{ ولدنا}$$

$$L = \frac{2 \times 1 \times 10^{-3}}{10^{-2}} = 0,2H$$



الشكل-1

(2) نفتح القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

(أ) المعادلة التفاضلية بدلالة u_2 (التوتر بين طرفي R_2) .

قانون جمع التوترات .

$$u_2 + u_b = 0$$

$$u_2 + r i + L \frac{di}{dt} = 0$$

نضرب طرفي المعادلة في R_2 .

$$R_2 u_2 + r R_2 i + L \frac{dR_2 i}{dt} = 0$$

$$R_2 u_2 + r u_2 + L \frac{du_2}{dt} = 0$$

$$L \frac{du_2}{dt} + (R_2 + r) u_2 = 0$$





$$\frac{du_2}{dt} + \frac{(R_2+r)}{L} u_2 = 0$$

ب) يُعطى حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $u_2(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$. عبّر عن τ و A بدلالة مميزات الدارة.

$$\tau = \frac{L}{R_2+r}$$

$$A = R_2 I_0 \text{ ومنه } A = R_2 \frac{E}{R_1+r}$$

3) بعد فتح القاطعة نمثل تغيرات الطاقة في الوشيعية بدلالة الزمن .
أ) قيمة R_2

$$R_2 = \frac{L}{\tau} - r \text{ ومنه } \tau = \frac{L}{R_2+r}$$

ومن البيان المماس يقطع محور الزمن في اللحظة $(t = \frac{\tau}{2})$.

$$\tau = 1ms \text{ ومنه } \frac{\tau}{2} = 0,5ms$$

$$R_2 = \frac{0,2}{10^{-3}} - 20 = 180\Omega$$

ب) قيمة التوتر بين طرفي الوشيعية عند اللحظة $t = 0$.

$$u_b(0) = -R_2 I_0$$

$$u_b(0) = -180 \times 0,1 = -18V$$

ج) شدة التيار عند اللحظة $t = 0,8ms$.

من البيان عند اللحظة $t = 0,8ms$ تكون قيمة الطاقة $E_b = 0,2mJ$.

$$E_b = \frac{1}{2} Li^2 \text{ ومنه } i = \sqrt{\frac{2E_b}{L}}$$

$$i = \sqrt{\frac{2 \times 0,2 \times 10^{-3}}{0,2}} = 4,47 \times 10^{-2} A$$

$$i = 44,7mA$$

التمرين (9)

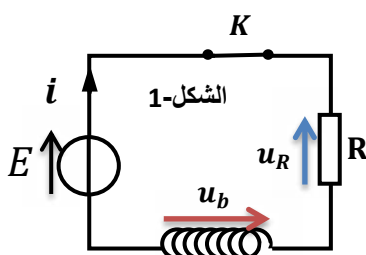
1) المعادلة التفاضلية التي تعطي تطور التوتر الكهربائي $U_R(t)$.

$$u_R(t) + u_b(t) = E$$

$$u_R(t) + L \frac{di}{dt} = E$$

نضرب طرفي المعادلة في R .

$$Ru_R(t) + L \frac{dRi}{dt} = ER$$





$$Ru_R(t) + L \frac{du_R(t)}{dt} = ER$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$\frac{du_R(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_R(t) = \frac{E}{\tau}$$

(2) تأكد أن المعادلة التفاضلية تقبل حلا من الشكل $u_R(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$$\frac{du_R(t)}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ نعوض في المعادلة التفاضلية .}$$

$$\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau} E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{\tau}$$

حل للمعادلة التفاضلية . $u_R(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ومنه

(3) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشعة $U_b(t)$.

$$u_R(t) + u_b(t) = E$$

$$u_b(t) = E - u_R(t)$$

$$u_b(t) = E - E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$u_b(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(4) النسبة $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة τ و t .

$$\frac{u_R(t)}{u_b(t)} = \frac{E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{E e^{-\frac{t}{\tau}}} = \frac{1}{e^{-\frac{t}{\tau}}} - \frac{E e^{-\frac{t}{\tau}}}{E e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$\frac{u_R(t)}{u_b(t)} = e^{\frac{t}{\tau}} - 1$$

(5) يمثل البيان المعطى تغيرات المقدار $\frac{u_R}{u_b}$ بدلالة t .

من البيان مميزات الدارة L ، τ .

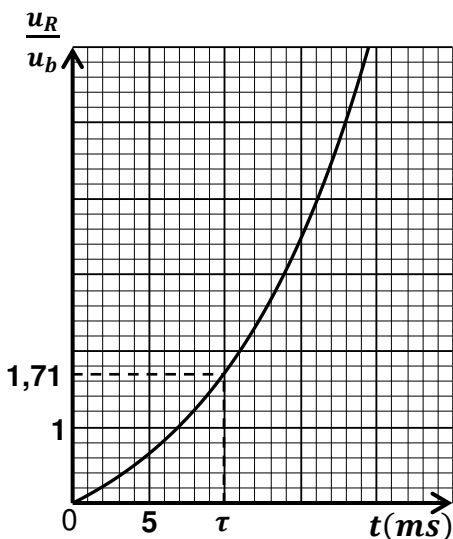
$$\frac{u_R(\tau)}{u_b(\tau)} = e^{\frac{\tau}{\tau}} - 1 = e^1 - 1 = 2,71 - 1 = 1,71$$

$$\frac{u_R}{u_b} = 1,71 \text{ تكون النسبة عند } t = \tau$$

ومن البيان $\tau = 10ms$.

$$L = \tau \times R \text{ ومنه } \tau = \frac{L}{R}$$

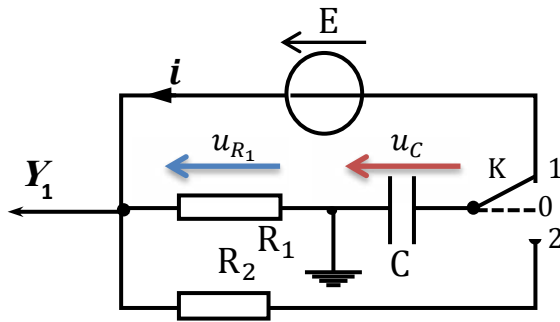
$$L = 10^{-2} \times 10 = 0,1H$$



$$L = 100mH$$

التمرين (10)

i. نحقق التركيب التجريبي الممثل في الشكل-4 بواسطة العناصر التالية:



الشكل-4

- (1) بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم بالأسهم التوترين u_{R1} ، u_C .
- (2) بين على الشكل كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي $u_{R1} = f(t)$ (البيان-1).
- (3) بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1 تعطى بالعلاقة :

$$\frac{du_{R1}}{dt} + \frac{1}{R_1 C} u_{R1} = 0$$

قانون جمع التوترات $u_{R1} + u_C = E$.

$$u_{R1} + \frac{q}{C} = E \text{ باشتقاق الطرفين } \frac{du_{R1}}{dt} + \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\frac{du_{R1}}{dt} + \frac{1}{C} i = 0 \text{ بضرب طرفي المعادلة في } R_1$$

$$R_1 \frac{du_{R1}}{dt} + \frac{1}{C} u_{R1} = 0 \text{ أي } R_1 \frac{du_{R1}}{dt} + \frac{1}{C} R_1 i = 0$$

$$\frac{du_{R1}}{dt} + \frac{1}{R_1 C} u_{R1} = 0 \text{ ومنه}$$

(4) حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالشكل: $u_{R1}(t) = Ae^{-\frac{1}{B}t}$. جد عبارة كل من A و B .

$$\frac{du_{R1}}{dt} = -\frac{A}{B} e^{-\frac{1}{B}t} \text{ نعوض في المعادلة التفاضلية.}$$

$$-\frac{A}{B} e^{-\frac{1}{B}t} + \frac{1}{R_1 C} Ae^{-\frac{1}{B}t} = 0$$

$$\left(\frac{1}{R_1 C} - \frac{1}{B}\right) Ae^{-\frac{1}{B}t} = 0 \text{ ومنه } \left(\frac{1}{R_1 C} - \frac{1}{B}\right) = 0$$

$$B = R_1 C$$

من الشروط الابتدائية $u_{R1}(0) = E$ نجد $A = E$.

$$u_{R1}(t) = E e^{-\frac{1}{R_1 C}t} \text{ وبالتالي}$$

(5) المدلول الفيزيائي للمقدار B وما وحدته في الجملة الدولية؟ علل .
هو ثابت الزمن τ وهو الزمن اللازم لشحن المكثف ب 63% من شحنتها الأعظمية.

$$\tau = RC$$

$$[\tau] = [R][C]$$



$$u = RI \text{ وبالتالي } [R] = \frac{[u]}{[I]}$$

$$q = Cu \text{ و } q = It \text{ لدينا}$$

$$Cu = It \text{ ومنه } [C] = \frac{[I][t]}{[u]}$$

$$[\tau] = \frac{[u]}{[I]} \frac{[I][t]}{[u]} = [t]$$

$$\text{إذن للمقدار } \tau = RC \text{ بعد زمني ووحدته الثانية } s$$

$$(6) \text{ حساب كل من : } E, \text{ ثابت الزمن } \tau_1, C, \text{ من البيان } E = 6V$$

$$u_{R_1}(\tau_1) = 0,37E = 2,22V$$

$$\tau_1 = 10ms$$

$$C = \frac{\tau_1}{R_1} \text{ ومنه } \tau_1 = R_1 C$$

$$C = \frac{10 \times 10^{-3}}{100} = 10^{-4} F$$

$$(7) \text{ حساب قيمة الطاقة المخزنة في النظام الدائم. } E_C = \frac{1}{2} CE^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} \times 10^{-4} \times 6^2 = 1,8 \times 10^{-3} J$$

ii. نضع البادلة في الوضع (2) بدءاً من لحظة زمنية نعتبرها مبدأ للزمن $t = 0 s$.
(1) يحدث للمكثفة تفريغ.

(2) المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.
قانون جمع التوترات.

$$u_C(t) + u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) = 0$$

$$u_C(t) + R_1 i + R_2 i = 0$$

$$u_C(t) + (R_1 + R_2) i = 0$$

$$u_C(t) + (R_1 + R_2) C \frac{du_C(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} u_C(t) = 0$$





(3) بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة: $u_c(t) = E e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلا لها.

$$\frac{du_c(t)}{dt} = -\frac{E}{(R_1+R_2)C} e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$$

$$-\frac{E}{(R_1+R_2)C} e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t} + \frac{E}{(R_1+R_2)C} e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t} = 0$$

وبالتالي المعادلة التفاضلية السابقة تقبل العبارة: $u_c(t) = E e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$ حلا لها.

(4) البيان-2 يمثل $\ln u_c = f(t)$.

(أ) العلاقة البيانية.

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$\ln u_c = at + b$ حيث a هو ميل البيان

$$a = -\frac{1,791}{28,66 \times 10^{-3}} = -62,5$$

$$\ln u_c = -62,5t + 1,791$$

(ب) العلاقة النظرية لـ $\ln u_c$ بدلالة E, C, R_1, R_2, t .

$$u_c(t) = E e^{-\frac{1}{(R_1+R_2)C}t}$$

$$\ln u_c = -\frac{1}{(R_1+R_2)C}t + \ln E$$

(ج) أحسب قيمة المقاومة R_2 وتأكد من قيمة التوتر بين طرفي المولد E .

بالمطابقة بين العلاقة البيانية والعلاقة النظرية نجد .

$$\frac{1}{(R_1+R_2)C} = 62,5$$

$$R_2 = \frac{1}{62,5 \times C} - R_1$$

$$R_2 = \frac{1}{62,5 \times 10^{-4}} - 100 = 60 \Omega$$

ولدينا $\ln E = 1,791$

$$E = e^{1,791} = 6V$$

(د) مقارنة بين قيمتي ثابتي الزمن τ_1 (دائرة الشحن) و τ_2 (دائرة التفريغ).

$$\tau_2 = (R_1 + R_2)C = 160 \times 10^{-4} = 16 \times 10^{-3} s$$

$$\tau_2 = 16ms$$

$$\tau_2 > \tau_1$$

التمرين (11)

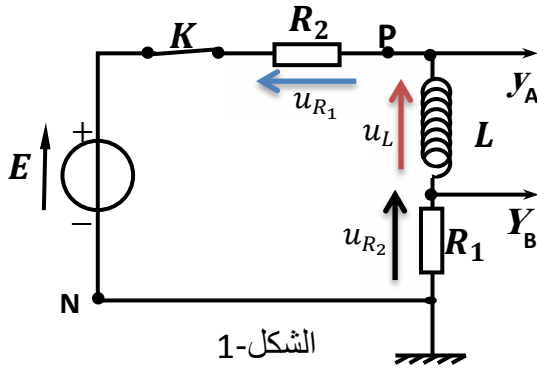


- (1) المنحنى الذي يمثل $u_{R_1}(t)$ و المنحنى الذي يمثل $u_{PN}(t)$.
 المنحنى (1) هو الذي يمثل $u_{PN}(t)$.
 المنحنى (2) هو الذي يمثل $u_{R_1}(t)$.

- (2) تحديد قيمة I_0 شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم .
 في النظام الدائم $R_1 I_0 = 10$
 ومنه $I_0 = \frac{10}{R_1} = \frac{10}{40} = 0,25A$

- (3) تحقق أن المقاومة R_2 هي 8Ω .
 في النظام الدائم $u_{PN} = E - R_2 I_0 = 10V$
 $R_2 = \frac{E-10}{I_0} = \frac{2}{0,25} = 8\Omega$

- (4) المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة .
 قانون جمع التوترات



$$u_L(t) + u_{R_1}(t) + u_{R_2}(t) = E$$

$$L \frac{di}{dt} + R_1 i + R_2 i = E$$

$$L \frac{di}{dt} + (R_1 + R_2) i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R_1 + R_2)}{L} i = \frac{E}{L}$$

- (5) حل المعادلة التفاضلية بالشكل: $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. أوجد عبارة كل من A و τ ثابت الزمن .
 $\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية .
 $\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R_1 + R_2)}{L} A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{L}$
 $(\frac{1}{\tau} - \frac{(R_1 + R_2)}{L}) A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R_1 + R_2)}{L} A - \frac{E}{L} = 0$
 يجب ان يتحقق $(\frac{(R_1 + R_2)}{L} A - \frac{E}{L} = 0)$ و $(\frac{1}{\tau} - \frac{(R_1 + R_2)}{L} = 0)$
 $(\tau = \frac{L}{R_1 + R_2})$ و $(A = \frac{E}{R_1 + R_2})$

- (6) حساب قيمة ثابت الزمن τ .
 من البيان $\tau = 3ms$

- (7) قيمة ذاتية الوشيعة L .

$$L = \tau \times (R_1 + R_2)$$

$$L = 3 \times 10^{-3} \times 48 = 144 \times 10^{-3} H$$

(8) الطاقة المخزنة في الوشعة في اللحظة $t = \frac{\tau}{2}$

$$E_L(t) = \frac{1}{2} Li^2$$

$$E_L(t) = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right)^2$$

$$E_L \left(\frac{\tau}{2} \right) = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{\tau}{2}} \right) \right)^2$$

$$E_L \left(\frac{\tau}{2} \right) = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{2}} \right) \right)^2$$

$$E_L \left(\frac{\tau}{2} \right) = \frac{1}{2} \times 144 \times 10^{-3} \times \left(0,25 \left(1 - e^{-\frac{1}{2}} \right) \right)^2$$

التمرين (12)

نترك القاطعة K_2 مفتوحة ، ونغلق القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$.

(1) المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .

قانون جمع التوترات

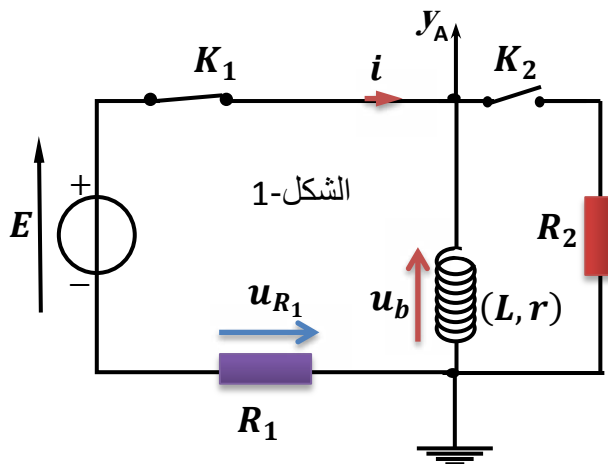
$$u_b + u_{R_1} = E$$

$$u_b = ri + L \frac{di}{dt}$$

$$ri + L \frac{di}{dt} + R_1 i = E$$

$$L \frac{di}{dt} + (R_1 + r) i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R_1 + r)}{L} i = \frac{E}{L}$$



(2) حل المعادلة التفاضلية من الشكل $i(t) = A + B e^{-\frac{1}{\alpha} t}$ ، حيث A و B و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

نعوض في المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt} = -\frac{B}{\alpha} e^{-\frac{1}{\alpha} t}$



$$-\frac{B}{\alpha} e^{-\frac{1}{\alpha}t} + \frac{(R_1+r)}{L} \left(A + B e^{-\frac{1}{\alpha}t} \right) = \frac{E}{L}$$

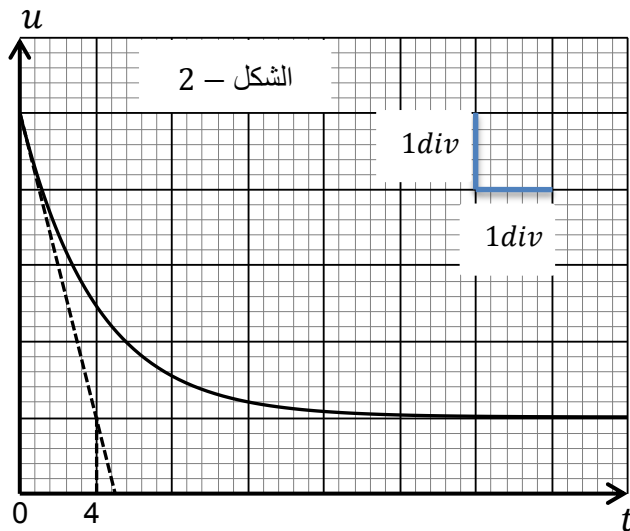
$$\left(\frac{(R_1+r)}{L} - \frac{1}{\alpha} \right) B e^{-\frac{1}{\alpha}t} + \frac{(R_1+r)}{L} A - \frac{E}{L} = 0$$

يجب ان يتحقق $\left(\frac{(R_1+r)}{L} - \frac{1}{\alpha} = 0 \right)$ و $\left(\frac{(R_1+r)}{L} A - \frac{E}{L} = 0 \right)$

$$\left(\alpha = \frac{L}{R_1+r} \right) \text{ و } \left(A = \frac{E}{R_1+r} \right)$$

من الشروط الابتدائية $i(0) = 0$ نجد $\left(B = -A = -\frac{E}{R_1+r} \right)$

(3) المدلول الفيزيائي للثابت α . أوجد قيمته من البيان .
هو ثابت الزمن τ .



من البيان $\tau = 4ms$.

(4) حساب قيمة r مقاومة الوشيعية .

$$I_0 = \frac{E}{R_1+r}$$

من البيان $rI_0 = 2V$

$$E = 10V$$

$$E = R_1 I_0 + r I_0$$

$$R_1 I_0 = E - r I_0 = 10 - 2 = 8V$$

$$I_0 = \frac{8}{200} = 4 \times 10^{-2} A$$

$$r = \frac{E}{I_0} - R_1 = \frac{10}{4 \times 10^{-2}} - 200 = 50 \Omega$$

(5) القيمة العظمى للطاقة المخزنة في الوشيعية .

$$E_{bmax} = \frac{1}{2} L I_0^2 \text{ ولدينا } L = \tau(R_1 + r)$$

$$E_{bmax} = \frac{1}{2} \tau (R_1 + r) I_0^2$$

$$E_{bmax} = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-3} \times 250 \times (4 \times 10^{-2})^2$$

$$E_{bmax} = 8 \times 10^{-4} J$$



(6) بين أن اللحظة t التي تكون فيها الوشيجة قد خزنت نصف طاقتها الأعظمية تعطى بالعلاقة :

$$t = \alpha \ln \left(\frac{2}{2-\sqrt{2}} \right)$$

تأكد من هذه اللحظة مستعينا بالبيان .

$$i(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t} \right)$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2} L (i(t))^2$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t} \right) \right)^2$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2} L I_0^2 \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t} \right)^2$$

$$E_b(t) = E_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t} \right)^2$$

$$\frac{E_0}{2} = E_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t} \right)^2$$

$$\frac{1}{2} = \left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t} \right)^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\left(1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t} \right)^2}$$

$$e^{-\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \quad \text{ومنه} \quad e^{-\frac{1}{\alpha}t} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ومنه} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - e^{-\frac{1}{\alpha}t}$$

$$e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \quad \text{وبالتالي} \quad e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

$$\frac{1}{\alpha}t = \ln \left(\frac{2}{2-\sqrt{2}} \right) \quad \text{ومنه} \quad e^{\frac{1}{\alpha}t} = \frac{2}{2-\sqrt{2}}$$

$$t = \alpha \ln \left(\frac{2}{2-\sqrt{2}} \right)$$

تفتح القاطعة K_1 في اللحظة $t = 0$ التي تغلق فيها القاطعة K_2 .

مثلنا في الشكل -3 تغيرات الطاقة المغناطيسية في الوشيجة بدلالة الزمن $E_b = f(t)$.

(1) المعادلة التفاضلية لشدة التيار المار في الدارة .

$$u_b + u_{R_2} = 0$$



$$u_b = ri + L \frac{di}{dt}$$

$$. ri + L \frac{di}{dt} + R_2 i = 0$$

$$L \frac{di}{dt} + (R_2 + r)i = 0$$

$$. \frac{di}{dt} + \frac{(R_2 + r)}{L} i = 0$$

$$. i(t) = \frac{E}{R_1 + r} e^{-\beta t} \text{ بين ان حل المعادلة التفاضلية هو}$$

$$\frac{di}{dt} = -\beta \frac{E}{R_1 + r} e^{-\beta t}$$

$$-\beta \frac{E}{R_1 + r} e^{-\beta t} + \frac{(R_2 + r)}{L} \frac{E}{R_1 + r} e^{-\beta t} = 0$$

$$. \beta = \frac{(R_2 + r)}{L} \text{ ومنه هو حل المعادلة التفاضلية حيث}$$

$$(3) \text{ بيّن أن المماس } (T) \text{ للبيان عند } t = 0 \text{ يقطع محور الزمن في } t' = \frac{1}{2\beta} . \text{ معادلة المماس .}$$

$$E_b(t) = \left(\frac{dE_b(t)}{dt} \right)_{t=0} t + E_b(0)$$

$$E_b(t) = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1 + r} e^{-\beta t} \right)^2$$

$$. E_b(t) = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1 + r} \right)^2 e^{-2\beta t}$$

$$. \frac{dE_b(t)}{dt} = -\beta L \left(\frac{E}{R_1 + r} \right)^2 e^{-2\beta t}$$

$$\left(\frac{dE_b(t)}{dt} \right)_{t=0} = -\beta L \left(\frac{E}{R_1 + r} \right)^2 e^0 = -\beta L \left(\frac{E}{R_1 + r} \right)^2$$

$$. E_b(t) = -\beta L \left(\frac{E}{R_1 + r} \right)^2 t + \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1 + r} \right)^2$$

$$E_b(t') = 0 \text{ لما المماس } (T) \text{ للبيان عند } t = 0 \text{ يقطع محور الزمن يكون}$$

$$. -\beta L \left(\frac{E}{R_1 + r} \right)^2 t' + \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_1 + r} \right)^2 = 0$$



$$\beta t' = \frac{1}{2}$$

$$. t' = \frac{1}{2\beta} \text{ ومنه}$$

(4) حساب قيمة β .

من البيان $t' = 2,5ms$.

$$\beta = \frac{1}{2t'} = \frac{1}{2 \times 2,5 \times 10^{-3}} = 200s^{-1}$$

(5) احسب قيمة R_2 .

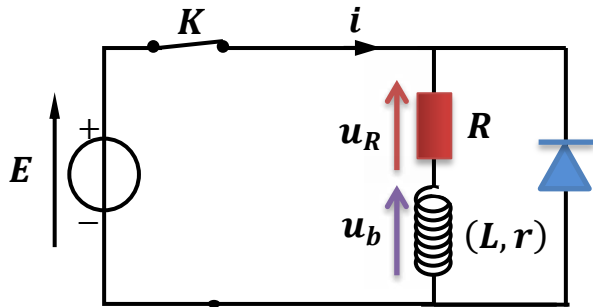
$$\beta = \frac{(R_2 + r)}{L}$$

$$R_2 = \beta L - r$$

$$. R_2 = 200 \times 4 \times 10^{-3} \times 250 - 50$$

$$. R_2 = 150\Omega$$

التمرين (13)



(1) عند اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

أ) بين على مخطط الدارة الكهربائية جهة التيار ومختلف التوترات الكهربائية.

ب) بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي u_b بين طرفي

$$\text{الوشيعة تعطى بالعلاقة: } \frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau} u_b = \frac{rE}{L}$$

$$\text{لدينا (1) } u_b = ri + L \frac{di}{dt} \dots\dots$$

$$u_R = Ri$$

قانون جمع التوترات

$$u_b + u_R = E$$

$$u_b + Ri = E \dots\dots (2)$$

من (2) نجد $i = \frac{E - u_b}{R}$. نشق هذه العلاقة الأخيرة

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{R} \frac{du_b}{dt} \text{ نعوض في العلاقة (1) .}$$

$$u_b = r \left(\frac{E - u_b}{R} \right) + L \left(-\frac{1}{R} \frac{du_b}{dt} \right)$$

$$\text{نجد } \frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau} u_b = \frac{rE}{L}$$



(ج) حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل : $u_b(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$. حيث A و B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما.

$$\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau}u_b = \frac{rE}{L}$$

$$\frac{du_b}{dt} = -\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ نعوض في المعادلة التفاضلية .}$$

$$-\frac{B}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}(A + Be^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{rE}{L}$$

$$\frac{A}{\tau} - \frac{rE}{L} = 0 \text{ وبالتالي } \left(\frac{B}{\tau} - \frac{B}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A}{\tau} - \frac{rE}{L} = 0$$

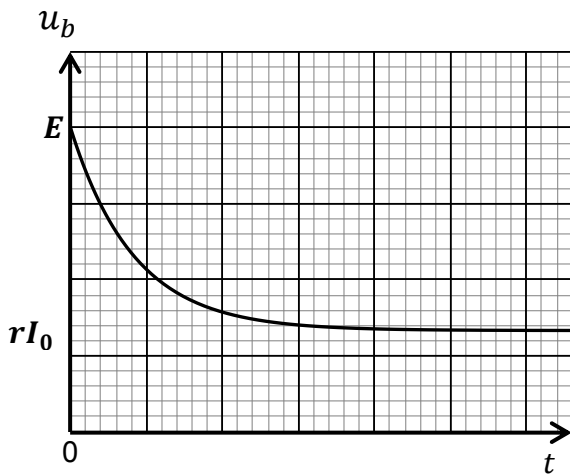
$$\text{ومنه } A = \frac{\tau r E}{L} \text{ ولدينا } \tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\text{ نجد } A = \frac{rE}{R+r} = rI_0$$

من الشروط الابتدائية $u_b(0) = E$ نجد $A + B = E$

$$B = E - A = I_0(R + r) - rI_0 \text{ حيث } E = I_0(R + r)$$

$$B = RI_0$$



$$\text{ويصبح حل المعادلة التفاضلية } u_b(t) = rI_0 + RI_0e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(د) مثل كيفية البيان $u_b(t)$.

$$u_b(0) = E$$

$$u_b(\infty) = rI_0$$

(2) يمثل بيان (الشكل-2) المنحنى : $-\frac{du_b}{dt} = f(t)$

(أ) جد قيم كل من E و r و L .

البيان هو عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته

$$-\frac{du_b}{dt} = au_b + b$$

$$a = \frac{10000}{8} = 1250s^{-1} \text{ (ميل البيان).}$$

$$-\frac{du_b}{dt} = 1250u_b - 2500 \dots (1)$$

العلاقة النظرية نجدها من المعادلة التفاضلية

$$-\frac{du_b}{dt} = \frac{1}{\tau}u_b - \frac{rE}{L} \dots (2)$$





بالمطابقة بين (1) و (2) نجد .

$$b = -\frac{rE}{L} = -2500 \text{ و } \frac{1}{\tau} = 1250$$

$$E = 10V \text{ و } \tau = 8 \times 10^{-4}s$$

$$\frac{rE}{L} = 2500$$

$$\tau = \frac{L}{R+r} = 8 \times 10^{-4}s$$

$$\text{نجد ان } L = 0,1H \text{ و } r = 25\Omega$$

(ب) حساب الطاقة المخزنة في الوشعة عند اللحظة $t = 4ms$

$$i = I_0 = \frac{E}{R+r} \text{ وبالتالي } t = 4ms = 5\tau$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} = \frac{10}{125} = 0,08A$$

$$E_b = \frac{1}{2}LI_0^2 = 3,2 \times 10^{-4}J$$

التمرين (14)

(1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التيار $i(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات : $U_C(t) + U_R(t) = E$ و حسب قانون أوم : $U_R(t) = Ri(t)$

$$\text{و لدينا كذلك : } i(t) = C \frac{dU_C}{dt} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} i(t)$$

و بعملية الاشتقاق لقانون جمع التوترات:

$$\frac{dU_C}{dt} + R \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{C} i(t) + R \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{1}{RC} i(t) = 0$$

(2) عبارة كل من A و τ بدلالة ثوابت الدارة : لدينا حل المعادلة التفاضلية : $i(t) = Ae^{-t/\tau}$ و منه : $\frac{di}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}$

$$\text{بتعويض عبارة كل من } i(t) \text{ و } \frac{di}{dt} \text{ في المعادلة التفاضلية : } -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{1}{RC} Ae^{-t/\tau} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{\tau} \right) Ae^{-t/\tau} = 0$$

$$\text{و منه : } \tau = RC \text{ من الشروط الابتدائية : } U_C(0) = 0 \text{ و منه :}$$

$$A = \frac{E}{R} \text{ و } i(0) = I_0 = A \text{ لدينا حسب الحل : } U_C(0) + RI_0 = E \Rightarrow 0 + RI_0 = E \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R}$$

(3) عبارة U_C بدلالة الزمن :

حسب قانون جمع التوترات :

$$U_C = E - U_R = E - Ri(t) = E - R \frac{E}{R} e^{-t/RC} \Rightarrow U_C = E(1 - e^{-t/RC})$$

(4) تعيين ثابت الزمن τ :

$$\text{عند } t = \tau \text{ لدينا } i = 0,37I_0 \text{ و منه } \tau = 0,1ms$$





$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{0,1 \times 10^{-3} s}{100 \Omega} \Rightarrow \boxed{C = 10^{-6} F}$$

لدينا :

5- تبيان العلاقة : $\frac{E_c(\tau)}{E_{0c}} = \left(\frac{e-1}{e} \right)^2$

$$E_c(\tau) = \frac{1}{2} C U_c^2(\tau) = \frac{1}{2} C \left(E(1 - e^{-\tau/RC}) \right)^2 = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-1})^2$$

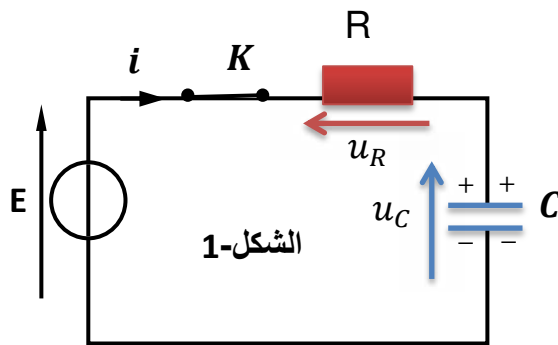
$$E_{0c} = \frac{1}{2} C E^2$$

$$\frac{E_c(\tau)}{E_{0c}} = \frac{\frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-1})^2}{\frac{1}{2} C E^2} = (1 - e^{-1})^2 = \left(1 - \frac{1}{e} \right)^2 = \left(\frac{e-1}{e} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\frac{E_c(\tau)}{E_{0c}} = 40\%}$$

التمرين (15)

(1) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة .

قانون جمع التوترات



$$u_c(t) + u_R(t) = E$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

$$u_c(t) + Ri(t) = E$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du_c(t)}{dt}$$

$$u_c(t) + C \frac{du_c(t)}{dt} = E$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_c(t) = \frac{E}{RC}$$

(2) حل المعادلة من الشكل $u_c(t) = A + Be^{-\alpha t}$. حيث A و B و α ثوابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

نعوض في المعادلة التفاضلية : $\frac{du_c(t)}{dt} = -\alpha B e^{-\alpha t}$

$$-\alpha B e^{-\alpha t} + \frac{1}{RC} (A + B e^{-\alpha t}) = \frac{E}{RC}$$

حتى يكون $u_c(t) = A + B e^{-\alpha t}$ حلا للمعادلة التفاضلية $\left(\frac{1}{RC} - \alpha \right) B e^{-\alpha t} + \frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0$

يجب ان يتحقق $\left(\frac{1}{RC} - \alpha = 0 \right)$ و $\left(\frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0 \right)$





وبالتالي $\left(\alpha = \frac{1}{RC}\right)$ و $(A = E)$.

من الشروط الابتدائية $u_C(0) = 0$ لأن المكثف كانت فارغة.

$u_C(0) = A + B = 0$ ومنه $(B = -E)$.

يصبح حل المعادلة التفاضلية $u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$.

حيث $\tau = RC$.

(3) بين أن المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في اللحظة $t = \tau$.
معادلة المماس عند $t = 0$.

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{d^2u_C(0)}{dt^2}t + \frac{du_C(0)}{dt}$$

$$\frac{du_C(0)}{dt} = \frac{E}{\tau} \text{ ومنه } \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{1}{\tau}t}$$

$$\frac{d^2u_C(0)}{dt^2} = -\frac{E}{\tau^2} \text{ ومنه } \frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = -\frac{E}{\tau^2} e^{-\frac{1}{\tau}t}$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{E}{\tau^2}t + \frac{E}{\tau} \text{ معادلة المماس}$$

لما يقطع المماس محور الزمن يكون $\frac{du_C(t)}{dt} = 0$

$$-\frac{E}{\tau^2}t + \frac{E}{\tau} = 0 \text{ وبالتالي } \frac{E}{\tau^2}t = \frac{E}{\tau} \text{ ومنه } \frac{t}{\tau} = 1$$

المماس للبيان عند $t = 0$ يقطع محور الزمن في اللحظة $t = \tau$.

(4) من البيان قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC .

$$\tau = 50 \times 10^{-3} \text{ s}$$

(5) إيجاد قيمة R . والشدة العظمى لتيار الشحن.

$$\tau = RC \text{ ومنه } R = \frac{\tau}{C}$$

$$R = \frac{50 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-6}} = 100 \Omega$$

الشدة العظمى لتيار الشحن.

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$



$$I_0 = C \frac{du_C(0)}{dt}$$

$$\frac{du_C(0)}{dt} = 120V/s \text{ من البيان}$$

$$I_0 = 500 \times 10^{-6} \times 120$$

$$I_0 = 6 \times 10^{-2} A$$

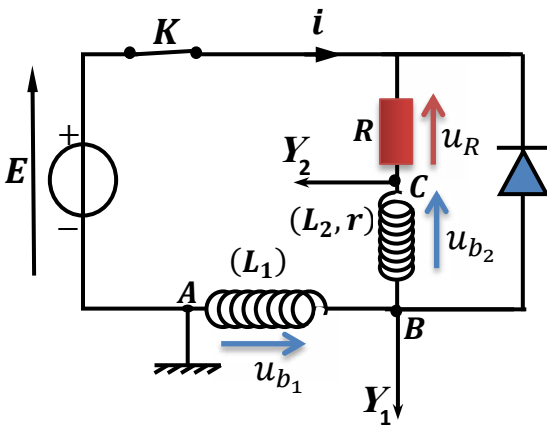
(6) إيجاد قيمة E .

$$E = I_0 \times R \text{ وبالتالي } I_0 = \frac{E}{R}$$

$$E = 6 \times 10^{-2} \times 100 = 6V$$

التمرين (16)

(1) أثبت أن المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$ تكتب بالشكل.



$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_1+L_2} i = \frac{E}{L_1+L_2}$$

قانون جمع التوترات .

$$u_R + u_{B_1} + u_{B_2} = E$$

$$u_{B_2} = ri + L_2 \frac{di}{dt} \text{ , } u_{B_1} = L_1 \frac{di}{dt} \text{ , } u_R = Ri$$

$$Ri + L_1 \frac{di}{dt} + ri + L_2 \frac{di}{dt} = E$$

$$(L_1 + L_2) \frac{di}{dt} + (R + r)i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_1+L_2} i = \frac{E}{L_1+L_2}$$

(2) حل المعادلة من الشكل $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث A و B ثابت يطلب تعيين عبارة كل منهما .

$$\frac{di}{dt} = -\frac{B}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ نعوض في المعادلة التفاضلية}$$

$$-\frac{B}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L_1+L_2} (A + Be^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{L_1+L_2}$$

$$u_C(t) = A + Be^{-\alpha t} \text{ حتى يكون } \left(\frac{R+r}{L_1+L_2} - \frac{1}{\tau} \right) Be^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R+r}{L_1+L_2} A - \frac{E}{L_1+L_2} = 0$$

$$\text{التفاضلية يجب ان يتحقق } \left(\frac{R+r}{L_1+L_2} - \frac{1}{\tau} = 0 \right) \text{ و } \left(\frac{R+r}{L_1+L_2} A - \frac{E}{L_1+L_2} \right)$$

$$\text{وبالتالي } \left(A = \frac{E}{R+r} \right) \text{ و } \left(\tau = \frac{L_1+L_2}{R+r} \right)$$



من الشروط الابتدائية $i(0) = 0$ لأن المكثفة كانت فارغة .

$$i(0) = A + B = 0 \text{ ومنه } \left(B = -\frac{E}{R+r} \right)$$

$$i(t) = \frac{E}{R+r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \text{ حيث}$$

(3) المدلول الفيزيائي للثابت τ ثم استنتج قيمته.
هو ثابت الزمن أي الزمن اللازم لبلوغ التيار 63% من قيمته الأعظمية .

$$\tau = 40ms \text{ من البيان}$$

(4) حساب قيمة I_0 الشدة الأعظمية للتيار المار في الدارة

$$\text{من بيان الشكل } rI_0 = 2V$$

$$E = (R + r)I_0 = RI_0 + rI_0$$

$$6 = RI_0 + 2 \text{ ومنه } RI_0 = 4V$$

$$I_0 = \frac{4}{10} = 0,4 A$$

(5) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعية b_1 .

$$u_{b_1} = L_1 \frac{di}{dt} \text{ و } i(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$u_{b_1}(t) = L_1 \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(6) العبارة اللحظية للتوتر بين طرفي الوشيعية b_2 .

$$u_{b_2} = ri + L_2 \frac{di}{dt}$$

$$u_{b_2}(t) = rI_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + L_2 \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(7) أوجد قيم المقادير r و L_1 و L_2 .

$$rI_0 = 2V$$

$$r = \frac{2}{0,4} = 5\Omega$$

$$L_1 \frac{I_0}{\tau} = 2V \text{ من بيان (الشكل-3) نجد أن } u_{b_1}(t) = L_1 \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$L_1 = \frac{\tau}{I_0} \times 2 = \frac{40 \times 10^{-3} \times 2}{0,4} = 200 \times 10^{-3} H$$





$$\tau = \frac{L_1 + L_2}{R + r} \text{ ولدینا}$$

$$L_2 = (R + r)\tau - L_1$$

$$L_2 = 15 \times 40 \times 10^{-3} - 200 \times 10^{-3} = 400 \times 10^{-3} H$$

نفتح القاطعة K في لحظة زمنية نعتبرها $t = 0$.

(1) المعادلة التفاضلية للتيار المار في الدارة $i(t)$.

$$u_R + u_{b_2} = 0$$

$$Ri + ri + L_2 \frac{di}{dt} = 0$$

$$L_2 \frac{di}{dt} + (R + r)i = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L_2} i = 0$$

(2) قيمة τ_2 في هذه الحالة.

$$\tau_2 = \frac{L_2}{R+r}$$

$$\tau_2 = \frac{400 \times 10^{-3}}{15} = 2,66 \times 10^{-2} s$$

(3) قيمة الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة في الناقل الأومي عند اللحظة $t = \tau_2$.
الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشعة.

$$E_{bmax} = \frac{1}{2} L_2 I_0^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} \times (0,4)^2 = 3,2 \times 10^{-2} J$$

عند $t = \tau_2$ يكون $i = 0,37I_0$ وبالتالي تكون الطاقة المتبقية.

$$E_b = \frac{1}{2} L_2 i^2 = \frac{1}{2} \times 400 \times 10^{-3} \times (0,37 \times 0,4)^2 = 4,4 \times 10^{-3} J$$

الطاقة التي ضاعت على شكل حرارة.

$$E_e = E_{bmax} - E_b = 3,2 \times 10^{-2} - 4,4 \times 10^{-3} = 2,76 \times 10^{-2} J$$

التمرين (17)

(1) النظامين الذين يبرزهما كل منحني مع تسمية كل نظام.

نظام انتقالي ونظام دائم.





(2) المعادلة التفاضلية التي يحققها كل منحنى هي $\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L}i = \frac{E}{L}$. بين أن الشدة $i(t)$ تأخذ في أحد النظامين قيمة قصوى $I_0 = \frac{E}{R+r}$.

في النظام الدائم

$$\frac{dI_0}{dt} = 0 \text{ وحيث } \frac{dI_0}{dt} + \frac{R+r}{L}I_0 = \frac{E}{L}$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \text{ وبالتالي } (R+r)I_0 = E \text{ ومنه } \frac{R+r}{L}I_0 = \frac{E}{L}$$

(3) أتمم الجدول التالي مع التعليل .

كل ما زادت R نقص I_0 .

140	90	40	قيمة $R(\Omega)$
(1)	(2)	(3)	رقم المنحنى الموافق

(4) باستغلال المنحنى (2) حدد قيمة r .

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \text{ لدينا } R = 90\Omega \text{ و } I_0 = 100mA$$

$$r = \frac{E}{I_0} - R = \frac{10}{10^{-1}} - 90 = 10\Omega$$

(5) يعطى ثابت الزمن لثنائي القطب RL بالعلاقة $\tau = \frac{L}{R+r}$. بين بالتحليل البعدي أن بعد τ هو الزمن .

$$\text{إذا اعتبرنا وشيعة مثالية } U = L \frac{di}{dt} \text{ و } \tau = \frac{L}{R}$$

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]}$$

$$U = Ri \text{ ومن قانون أوم } [L] = \frac{[U][t]}{[i]}$$

$$[R] = \frac{[U]}{[i]} \text{ ومنه } [\tau] = \frac{[U][t]}{[i]} \frac{[i]}{[U]} = [t]$$

ومنه ل τ بعد زمني وهو الثانية s .

(6) حدد قيمة L .

$$\tau = \frac{L}{R+r} \text{ وبالتالي } L = \tau(R+r)$$

$$\tau = 10ms \text{ (2) باستغلال المنحنى}$$

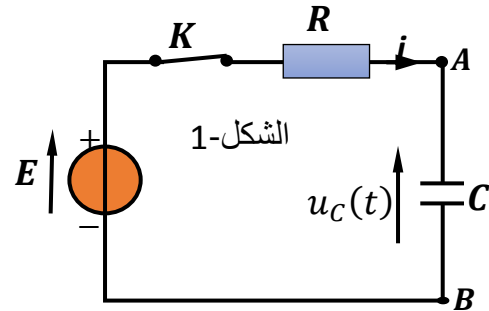
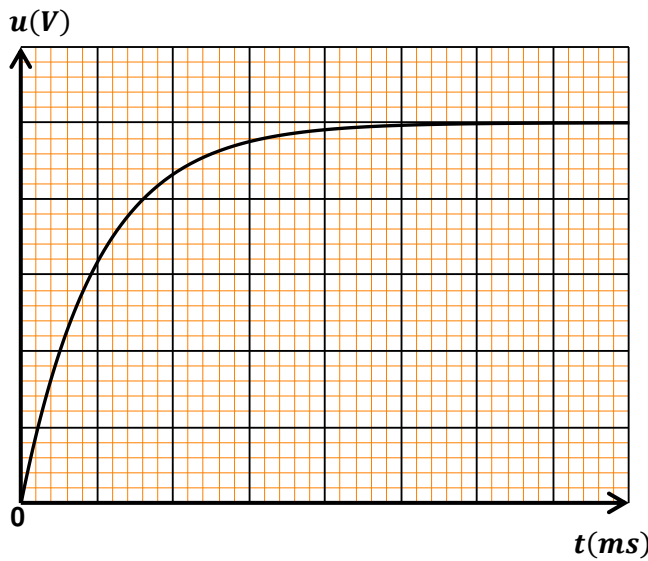
$$L = 10^{-2} \times (100) = 1H$$

التمرين (1)





لدراسة استجابة ثنائي قطب RC لرتبة صاعدة للتوتر ننجز الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل (1) بعد تفريغ المكثفة ، نغلق قاطع التيار K في اللحظة $t = 0$. نعطي : $R = 50\Omega$.



- (1) بين على الشكل (1) كيفية ربط راسم الاهتزاز لمعاينة التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة.
- (2) أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.
- (3) تحقق أن $u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.
- (4) نعاين على شاشة راسم الاهتزاز التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة بدلالة الزمن أنظر الشكل 2 .
 أ) حدد بيانيا التوتر E .
 ب) حدد بيانيا ثابتة الزمن τ ، ثم استنتج قيمة C سعة المكثفة.
 نعطي: الحساسية الشاقولية : $2V/div$ ، الحساسية الأفقية : $10ms/div$.
- (5) لتكن t_1 و t_2 على التوالي اللحظتان اللتان يصل فيهما التوتر إلى 10% و 90% من قيمة التوتر القصوى E .
 أ) عين بيانيا t_1 و t_2
 ب) استنتج زمن الصعود (temps de montée) : $t_m = t_2 - t_1$.
- (6) بين أن عبارة t_m تكتب على الشكل التالي : $t_m = RC \cdot \ln 9$.
- (7) استنتج قيمة السعة C للمكثفة . قارن هذه القيمة مع القيمة المحصل عليها في السؤال 4-ب .

التمرين (2)

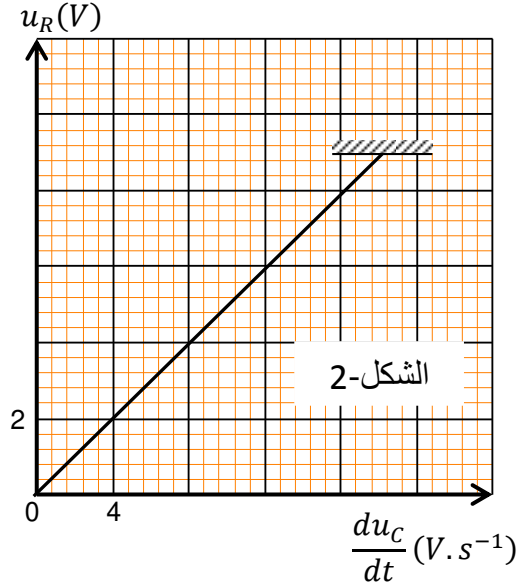
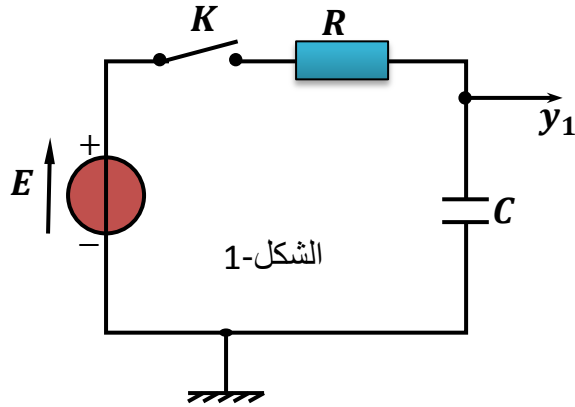
ننجز التركيب التجريبي الموضح في الشكل التالي و المتكون من:
مولد للتوتر الكهربائي ، قوته المحركة E .



مكثفة سعتها $C = 49,4\mu F$.

ناقل أومي مقاومته R .

قاطعة K .



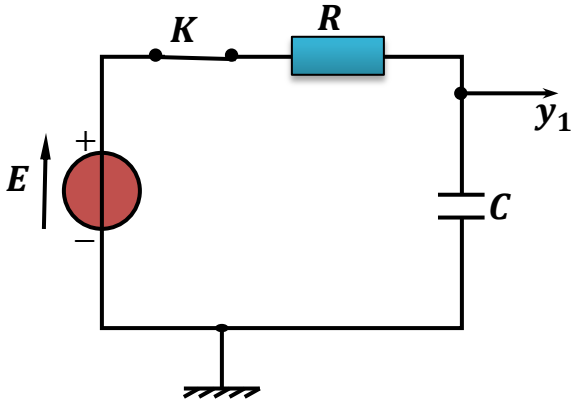
نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

- (1) ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة ؟
- (2) مثل على دارة (الشكل-1) منحنى التيار الكهربائي المار في الدارة و التوترين u_C بين طرفي المكثفة و u_R بين طرفي الناقل الأومي .
- (3) بتطبيق قانون جمع التوترات ، أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .
- (4) حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $u_C(t) = A + B e^{-\alpha.t}$ أ) حدد عبارة كلا من A ، B و α .
ب) باستعمال التحليل البعدي حدد وحدة α في النظام العالمي للوحدات.
- (5) يمثل (الشكل-2) التمثيل البياني لتغيرات u_R دلالة $\frac{du_C}{dt}$. باستغلال (الشكل-2) أوجد :
أ) ثابتة الزمن τ .
ب) القوة المحركة للمولد E .
ج) مقاومة الناقل الأومي R .

الحل

التمرين (1)

1) بين على الشكل (1) كيفية ربط راسم الاهتزاز لمعاينة التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة.



2) المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.

قانون جمع التوترات

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

قانون أوم $u_R(t) = Ri(t)$

$$u_C(t) + Ri(t) = E$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) + RC \frac{du_C(t)}{dt} = E$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = \frac{E}{RC}$$

3) تحقق أن $u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\frac{1}{RC} u_C(t) = \frac{1}{RC} E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{RC} E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{E}{RC}$$

ومنه $u_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ حل لهذه المعادلة التفاضلية.

4) نعاين على شاشة راسم الاهتزاز التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثفة بدلالة الزمن أنظر الشكل 2.

أ) حدد بيانيا التوتر E .

$$E = 10V$$



ب) حدد بيانيا ثابتة الزمن τ ، ثم استنتج قيمة C سعة المكثفة.

$$u_C(\tau) = 0,63E = 6,3V$$

من البيان $\tau = 10ms$.

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-2}}{50} = 2 \times 10^{-4}F$$

(5) لتكن t_1 و t_2 على التوالي اللحظتان اللتان يصل فيهما التوتر إلى 10% و 90% من قيمة التوتر القصوى E .

عين بيانيا t_1 و t_2 .

$$t_1 = 1ms \text{ تقابلها } u_C(t_1) = \frac{10}{100}E = 1V$$

$$t_2 = 23ms \text{ تقابلها } u_C(t_2) = \frac{90}{100}E = 9V$$

استنتج زمن الصعود t_m : (temps de montée)

$$t_m = t_2 - t_1 = 23 - 1 = 22ms$$

(6) بين أن عبارة t_m تكتب على الشكل التالي : $t_m = RC \cdot \ln 9$.

$$u_C(t_1) = \frac{10}{100}E = E \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$\frac{10}{100} = \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$0,1 = \left(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}\right)$$

$$e^{-\frac{t_1}{RC}} = 0,9$$

$$-\frac{t_1}{RC} = \ln 0,9$$

$$t_1 = -RC \ln 0,9$$

$$u_C(t_2) = \frac{90}{100}E = E \left(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}}\right)$$

$$\frac{90}{100} = \left(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}}\right)$$

$$t_2 = -RC \ln 0,1 \text{ نجد}$$



$$t_m = t_2 - t_1 = -RC \ln 0,1 + RC \ln 0,9 = RC \ln \frac{0,9}{0,1}$$

$$t_m = RC \cdot \ln 9$$

(7) استنتج قيمة السعة C للمكثفة . قارن هذه القيمة مع القيمة المحصل عليها في السؤال 4-ب .

$$t_m = RC \cdot \ln 9$$

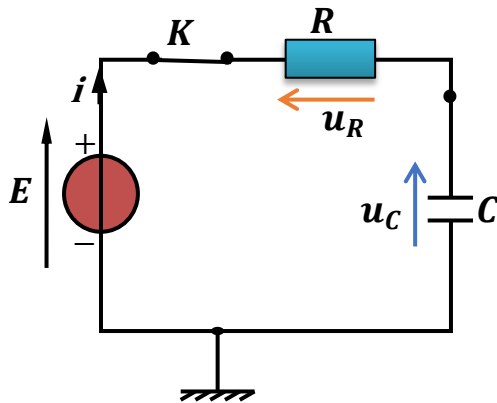
$$C = \frac{t_m}{R \cdot \ln 9} = \frac{22 \times 10^{-3}}{50 \times 2,2} = 2 \times 10^{-4} F$$

التمرين (2)

(1) ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة ؟

الظاهرة التي تحدث هي شحن المكثفة .

(2) مثل على دارة (الشكل-1) منحى التيار الكهربائي المار في الدارة و التوترين u_C بين طرفي المكثفة و u_R بين طرفي الناقل الأومي



(3) بتطبيق قانون جمع التوترات ، أكتب المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين طرفي المكثفة .

قانون جمع التوترات

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

$$u_R(t) = Ri(t) \text{ قانون أوم}$$

$$u_C(t) + Ri(t) = E$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du_C(t)}{dt}$$

$$u_C(t) + RC \frac{du_C(t)}{dt} = E$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = \frac{E}{RC}$$

(4) حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $u_C(t) = A + B e^{-\alpha \cdot t}$

حدد عبارة كلا من A ، B و α .

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -B \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t}$$



نعوض في المعادلة التفاضلية نجد .

$$-B \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t} + \frac{1}{RC} (A + B e^{-\alpha \cdot t}) = \frac{E}{RC}$$

$$\left(\frac{1}{RC} - \alpha\right) B e^{-\alpha \cdot t} + \frac{A}{RC} - \frac{E}{RC} = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{RC} , A = E$$

من الشروط الابتدائية نجد $B = -E$.

(5) يمثل (الشكل-2) التمثيل البياني لتغيرات u_R دلالة $\frac{du_C}{dt}$. باستغلال (الشكل-2) أوجد :

(أ) ثابتة الزمن τ .

العلاقة النظرية بين u_R و $\frac{du_C}{dt}$.

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{E}{\tau}$$

$$u_C = E - u_R \text{ ولدينا } \frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C(t) = \frac{E}{\tau} \text{ ومنه } u_C + u_R = E$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} (E - u_R) = \frac{E}{\tau}$$

$$u_R = \tau \frac{du_C}{dt} \text{ نجد .}$$

العلاقة البيانية البيان هو عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل .

$$u_R = a \frac{du_C}{dt} \text{ حيث } a \text{ ميل البيان . } a = 0.5$$

$$a = 0.5 \text{ . ومنه } u_R = 0,5 \frac{du_C}{dt}$$

بالمطابقة بين العلاقة النظرية والبيانية نجد $\tau = 0.5s$.

(ب) القوة المحركة للمولد $E = 9V$.

(ج) مقاومة الناقل الأومي R .

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{0,5}{49,4 \times 10^{-6}} = 10,1 \times 10^3 \Omega$$

