

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

- (1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n < 2$.
- (2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج ؟ .
- (3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = u_n - 2$.
- (أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
- (ب) أكتب كلا من u_n و v_n بدلالة n .
- (ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني : (07 نقاط)

- نعرف على المجموعة $\mathbb{R} - \{-1; 2\}$ الدالة f كما يلي :
- $$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - x - 2}$$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- (1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .
 - (2) بين أن عبارة الدالة المشتقة f' هي : $f'(x) = \frac{-2x(x+4)}{(x^2 - x - 2)^2}$ ثم أدرس إشارتها .
 - (3) شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - (4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .
 - (5) أنشئ (C_f) .
 - (6) k وسيط حقيقي . ناقش حسب قيم k عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = k$.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

البيان المقابل يمثل دالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

نفرض أن f معرفة وقابلة للاشتقاق على $]-2; +\infty[$ وتقبل قيمة حدية عند الفاصلة 0 .

(D) هو المماس لمنحنى الدالة f في النقطة $A(-1;0)$ والمار بالنقطة $E(0;3)$.

انطلاقا من البيان والمعطيات أعلاه :

(1) حدد وبدون تعليل : $f'(-1)$ ، $f'(0)$ ،

$f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(2)$.

(2) أحسب نهاية الدالة f عند (-2) مع تفسير

النتيجة بيانيا ثم النهاية عند $+\infty$.

(3) حدد إشارة $f'(x)$ و $f(x)$ على $]-2; +\infty[$

مع تشكيل جدول تغيرات الدالة f .

(4) أكتب معادلة للمماس (D).

(5) نعرف على $]-2; +\infty[$ الدالة g كما يلي :

$$g(x) = [f(x)]^2$$

(أ) أحسب $g(-1)$ ، $g(0)$ ، $g(2)$.

(ب) عين نهاية الدالة g عند كل من -2 و $+\infty$

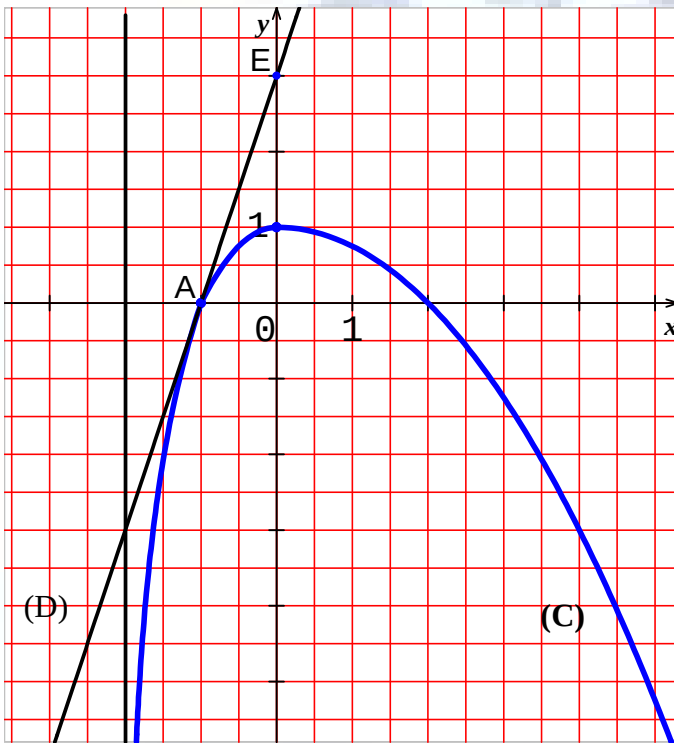
(ج) أحسب $g'(x)$ ثم باستعمال إشارة كل من

$f'(x)$ و $f(x)$ ، حدد إشارة $g'(x)$ ثم

شكل جدول تغيراتها على $]-2; +\infty[$.

(د) انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g عين عدد

$$g(x) = \frac{3}{2}$$



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية			
وزارة التربية الوطنية		الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد	
تصميم إجابة فرض المراقبة الذاتية رقم: 01		السنة الدراسية : 2018-2019	
المستوى : 3 ثانوي	الشعبة : تسيير واقتصاد	المادة : رياضيات	عدد الصفحات : 04
إعداد : دودار رمضان / أستاذ التعليم الثانوي			

محاور الموضوع	عناصر الإجابة		العلامة	
			كاملة	مجزأة
التمرين الأول	نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$ (1) برهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n < 2$: من أجل $n = 0$ لدينا $u_0 = 1 < 2$ محققة . نفرض أن $u_n < 2$ ونبرهن أن $u_{n+1} < 2$ لدينا $u_n < 2$ ومنه $\frac{1}{2}u_n + 1 < 2$ ومنه $u_{n+1} < 2$ إذن من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n < 2$. (2) $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}u_n + 1 > 0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تماما . الاستنتاج : لدينا (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة . (3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = u_n - 2$. (أ) $v_{n+1} = u_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}u_n - 1 = \frac{1}{2}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = -\frac{3}{2}$. (ب) عبارة v_n بدلالة n : $v_n = v_0 \times q^n = -\frac{3}{2^{n+1}}$ عبارة u_n بدلالة n : $u_n = v_n + 2 = 2 - \frac{3}{2^{n+1}}$ (ج) $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = (v_0 + v_1 + \dots + v_n) + 2(n+1)$ ومنه $S_n = v_0 \left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q} \right) + 2(n+1) = -3 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{n+1} \right) + 2(n+1)$		06 ن	01 ن 0.5 ن 0.5 ن 01.5 ن 0.5 ن 0.5 ن 01.5 ن

(1) نعرف على المجموعة $\mathbb{R} - \{-1; 2\}$ الدالة f كما يلي:

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - x - 2}$$

$$, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

$$, \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty , \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

$$. \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty , \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty , \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$$

المستقيمات المقاربة : (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته $y = 2$

ومستقيمين مقاربين عموديين معادلتهما : $x = -1$ و $x = 2$.

$$f'(x) = \frac{4x(x^2 - x - 2) - (2x - 1)(2x^2)}{(x^2 - x - 2)^2} \quad (2)$$

$$f'(x) = \frac{4x^3 - 4x^2 - 8x - 4x^3 + 2x^2}{(x^2 - x - 2)^2} \quad \text{ومنه}$$

$$f'(x) = \frac{-2x(x+4)}{(x^2 - x - 2)^2} \quad \text{ومنه}$$

إشارة $f'(x)$ هي إشارة $-2x(x+4)$.

x	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
$-2x$	+	+	+	0	-	-
$x+4$	-	0	+	+	+	+
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-

(3) جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-4	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-
$f(x)$	2	$\frac{16}{9}$	$+\infty$	0	$+\infty$	2

(4) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1:

$$. y = -\frac{5}{2}x + \frac{3}{2} \quad \text{ومنه} \quad y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

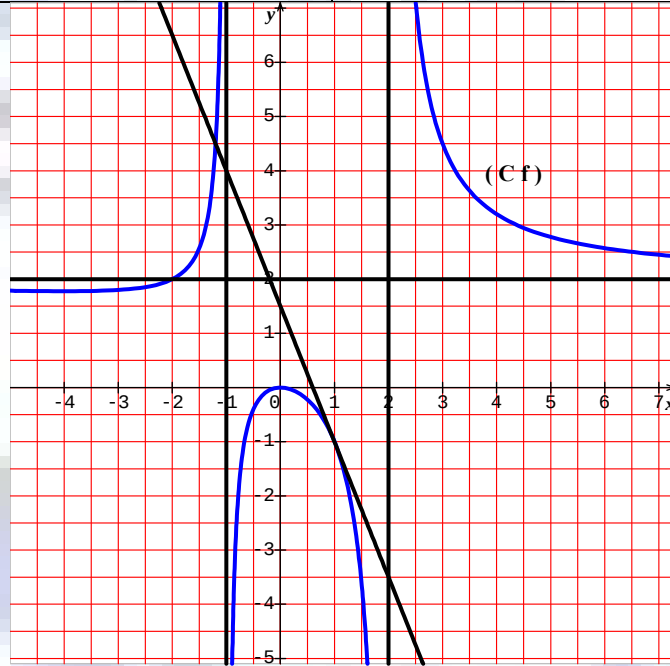
(5) إنشاء (C_f) .

01 ن

(6) عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = k$:

$k \in]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$	حلان مختلفان في الإشارة
$k = 0$	حل مضاعف معدوم
$k \in]0; \frac{16}{9}[$	لا توجد حلول
$k = \frac{16}{9}$	حل مضاعف سالب
$k \in]\frac{16}{9}; 2[$	حلان سالبان

01 ن



التمرين
الثالث

07 ن

(1) $f(2) = 0$ ، $f(0) = 1$ ، $f(-1) = 0$ ، $f'(0) = 0$ ، $f'(-1) = 3$
(2) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$

التفسير البياني :

(C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x = -2$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

(3) إشارة $f'(x)$ على $]-2; +\infty[$:

x	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	-

1.25 ن

0.25 ن

0.25 ن

0.25 ن

إشارة $f(x)$ على $]-2; +\infty[$

x	-2	-1	2	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

0.5 ن

جدول تغيرات الدالة f :

x	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$

0.5 ن

0.5 ن

(4) معادلة للمماس $y = 3x + 3$: (D)

0.5 ن

(5) نعرف على $]-2; +\infty[$ الدالة g كما يلي: $g(x) = [f(x)]^2$

0.75 ن

(6) أ) $g(0) = [f(0)]^2 = 1$ ، $g(-1) = [f(-1)]^2 = 0$ ، $g(2) = [f(2)]^2 = 0$

0.5 ن

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} X^2 = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2} X^2 = +\infty$

0.5 ن

ج) $g'(x) = 2f'(x) \times f(x)$ إشارة $g'(x)$:

x	-2	-1	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$		
$f(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

0.5 ن

جدول تغيرات الدالة g على $]-2; +\infty[$.

0.5 ن

x	-2	-1	0	2	$+\infty$		
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$			1			$+\infty$

0.25 ن

(د) عدد حلول المعادلة: $g(x) = \frac{3}{2}$ المعادلة $g(x) = \frac{3}{2}$ تقبل حلين متمايزين.