

على المترشح أن يختار موضوع من الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (5 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.

لتكن A ; B نقطتين لاحتقائهما $z_A = i$, $z_B = 1 + 2i$ على الترتيب .

1- برر وجود تشابه مباشر S وحید حیث: $S(O) = A$; $S(A) = B$.

2- بين أن العبارة المركبة للتشابه S هي $z' = (1 - i)z + i$ و عين عناصره المميزة . (Ω مركز هذا التشابه)

3 - نعتبر متتالية النقط (A_n) حيث A_0 مبدأ المعلم O و من أجل كل عدد طبيعي n : $A_{n+1} = S(A_n)$ و لنكن z_n لاحقة النقطة A_n .

أ - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $z_n = 1 - (1 - i)^n$.

ب- حدد بدلالة العدد الطبيعي n لاحقتي الشعاعين $\overrightarrow{\Omega A_n}$ و $\overrightarrow{A_n A_{n+1}}$ ثم قارن بين طوليتهما .

-أحسب قيس الزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{\Omega A_n}; \overrightarrow{A_n A_{n+1}} \right)$.

ج- أستخدمت كيفية إنشاء النقطة A_{n+1} بمعرفة النقطة A_n . أنشئ النقطتين A_3 و A_4 .

4 - ما هي نقط المتتالية (A_n) التي تنتمي الى المستقيم (ΩB) ؟

التمرين الثاني : (5 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ،

(P) المستوي المار بالنقطة $B(1; 3; 0)$ و $\vec{n}(1; 2; 0)$ ، شعاع ناظمي له

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \alpha + \frac{5}{2} t \\ y = \alpha + 1 \\ z = t \end{cases} : \alpha \in \mathbb{R} \quad ; \quad t \in \mathbb{R} \quad : (Q) \text{ المستوي المعروف بتمثيله الوسيط}$$

1 - اكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين (P) و (Q) .

2- بين أن المستويين (P) و (Q) متعامدان .

3 - ليكن (Δ) المستقيم المار بالنقطة $C(1; 3; 0)$ و $\vec{u}(2; -1; 1)$ شعاع توجيه له .

أ/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

ب/ برهن أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (Δ) .

4 - لتكن النقطة $A(5; 2; -1)$ من الفضاء .

أ/ احسب المسافة بين النقطة A وكلا من المستويين (P) و (Q) .

ب/ استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

التمرين الثالث : (7 نقاط)

(1) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كمايلي $g(x) = x^2 - 2 \ln x$

أ) ادرس اتجاه تغيرات g .

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \frac{x^2 + 2 + 2 \ln x}{2x}$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O, I, J) . وحدة الطول $2cm$

أ) احسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$

ب) بين ان للمنحنى البياني (C) مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = \frac{1}{2}x$

ج) ادرس وضعية المنحنى (C) و المستقيم المقارب (Δ)

أ) ادرس اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها (3) -

ب) اثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α على المجال $]0, +\infty[$. تحقق ان α يحقق

$$0.34 < \alpha < 0.35$$

ج) استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0, +\infty[$

(4) - أ) اثبت أن للمنحنى (C) مماسا يمر من المبداء $O(0,0)$. يطلب تعيين معادلته

ب) بين أن للمنحنى البياني (C) مماس (D) يوازي المستقيم المقارب (Δ) . عين معادلته

ج) أنشئ (Δ) و (D) و (C)

د) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $mx - 1 - \ln x = 0$

التمرين الرابع : (3 نقاط)

1- أدرس حسب قيم n بواقي قسمة 3^n على 5.

2- u_0 و r عددان طبيعيين غير معدومان . (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r .

عين u_0 و r علما أن u_0 و r أوليان فيما بينهما و $u_0^2 = u_{10} - u_1$.

3- نضع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$

أ) أحسب S_n و P_n بدلالة n .

ب) عين العدد q بحيث $2P_q = (2014)!$ ثم تحقق أن : $3^q \equiv 2[5]$.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث $2S_n + 3 \equiv 3^q[5]$ (علما أن n عاملي تعني $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$)

التمرين الأول : (5 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ حيث وحدة الطول $1cm$.

- 1 - لتكن النقطتان $C ; D$ لاحقتاهما $c = 3 ; d = 1 - 3i$ على الترتيب S_1 التشابه الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' نظيرتها بالنسبة إلى محور الفواصل .
 أ - علم النقط $C ; D$ ثم $C_1 ; D_1$ صورتاهما على الترتيب بالتشابه S_1 .
 ب - أكتب العبارة المركبة لتحويل S_1 .
- 2 - ليكن S_2 التشابه المباشر المعروف كما يلي $S_2(D_1) = D' ; S_2(C_1) = C'$ حيث لاحقتي C' و D' هما $c' = 1 + 4i ; d' = -2 + 2i$ على الترتيب .
 - بين أن عبارة S_2 هي $z' = iz + 1 + i$ ثم استنتج عناصره المميزة .
- 3 - S التشابه المعروف بـ $S = S_2 \circ S_1$ أعط العبارة المركبة لـ S .
- 4 - (أ) ما هي صورة كل من النقطتين $C ; D$ بالتشابه S .

(ب) لتكن H النقطة ذات اللاحقة h حيث $h - c = e^{\frac{\pi}{3}i}(d - c)$

بين أن المثلث CDH متقايس الأضلاع .

ج- H' صورة H بالتشابه S عين طبيعة المثلث $C'D'H'$ ثم أنشئ H' (دون حساب h') .

التمرين الثاني : (5 نقاط)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ النقط

$$C(-1; 1; 1) ; B(1; 1; 4) ; A(1; 0; 2)$$

- 1 - (أ) أثبت أن النقط $A ; B ; C$ ليست في إستقامة .

(ب) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(3; 4; -2)$ عمودي على الشعاعين $\vec{AB} , \vec{AC}$.

(ج) أستنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

- 2 - ليكن $(P_1) , (P_2)$ المستويين المعروفين بالمعادلتين $2x + y + 2z + 1 = 0$ و $x - 2y + 6z = 0$

(أ) بين أن المستويين $(P_1) , (P_2)$ متقاطعان في مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

(ب) هل المستقيم (D) و المستوي (ABC) متقاطعان أو متوازيان .

- 3 - ليكن t عدد حقيقي موجب كفي . نعتبر مرجح النقط $A ; B ; C$ المرفقة بالمعاملات $1 ; 2 ; t$ على الترتيب

(أ) برر وجود النقطة G_t من أجل كل عدد حقيقي موجب t .

(ب) I مرجح النقطتين $A ; B$ المرفقين بالمعاملين $1 ; 2$ على الترتيب . حدد إحداثيات I .

(ج) عبر عن الشعاع $\vec{IG_t}$ بدلالة الشعاع $\vec{IC}$.

- 4 - (أ) بين أن مجموعة النقط G_t لما يسمح t المجال $[0 ; +\infty[$ هي القطعة المستقيمة $[IC]$.

(ب) ما هي قيمة t التي يكون من أجلها G_t هو منتصف القطعة المستقيمة $[IC]$.

التمرين الثالث : (6,5 نقاط)

I- نعتبر الدالة $g(x)$ المعرفة R على بالعلاقة $g(x) = (x + 3)e^x - 1$

(1) احسب نهايتي الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$

(2) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها

(3) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α على المجال $[-0,80; -0,79]$. ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x) = -x + (x + 2)e^x$

نسوي (C) المنحنى البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس (O, I, J). (الوحدة 2cm)

(1) احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

(2) استنتج أن للمنحنى (C) مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = -x$ بجوار $-\infty$

(3) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (Δ)

(4) ادرس اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها

(5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(6) بين أن للمنحنى (C) مماسا (D) يوازي المستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته

(7) أنشئ (T) ، (Δ) و (C) . (نأخذ $\alpha = -0.8$ و $f(\alpha) = 1.35$)

III- (1) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقاط تقاطع (C) و المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y + x + m = 0$

(2) بين ان الدالة f تقبل دالة اصلية F على $\mathbb{R}$ ثم عين اتجاه تغيرات الدالة F . (لا يطلب حساب F)

(3) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = g(x) + 1 - x - e^x$. ثم استنتج دالة اصلية F لدالة f على $\mathbb{R}$

التمرين الرابع : (3,5 نقاط)

1-أ) عين مجموعة الثنائيات $(x; y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة: $(E): 8x - 5y = 3$

ب) ليكن m عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية $(p; q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق:

$m = 5q + 4$ و $m = 8p + 1$ ، بين أن الثنائية $(p; q)$ هي حل للمعادلة (E) ثم استنتج أن: $m \equiv 9[40]$

ج) عين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 2000 .

2/ ليكن k عددا طبيعيا.

أ) أثبت أنه من أجل عدد طبيعي k لدينا: $2^{3k} \equiv 1[7]$.

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد $1435^{2014} 1997$ على 7 ؟

3/ ليكن a و b عددان طبيعيين أقل من أو يساوي 9 مع $a \neq 0$ ، ونعتبر العدد N حيث:

$N = a \times 10^3 + b$. علما أنه في النظام العشري العدد N يكتب $N = \overline{a00b}$.

نريد تعيين من ضمن هذه الأعداد الطبيعية N تلك التي تقبل القسمة على 7 .

أ) تحقق من أن: $10^3 \equiv -1[7]$.

ب) استنتج كل الأعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7 محدد علاقة التي يحققها a ، b .