

وزارة التربية الوطنية	الفرض الثاني	مديرية التربية لولاية سطيف
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم مزلق	للفصل الأول في	المستوى: 2.ع.ت
يوم: 2022/11/24	مادة الرياضيات	المدة: 60 دقيقة

تمرين 01 (08 نقاط) ☆ (35 دقيقة) ~~~~~

P دالة كثير حدود معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 27x - 18$

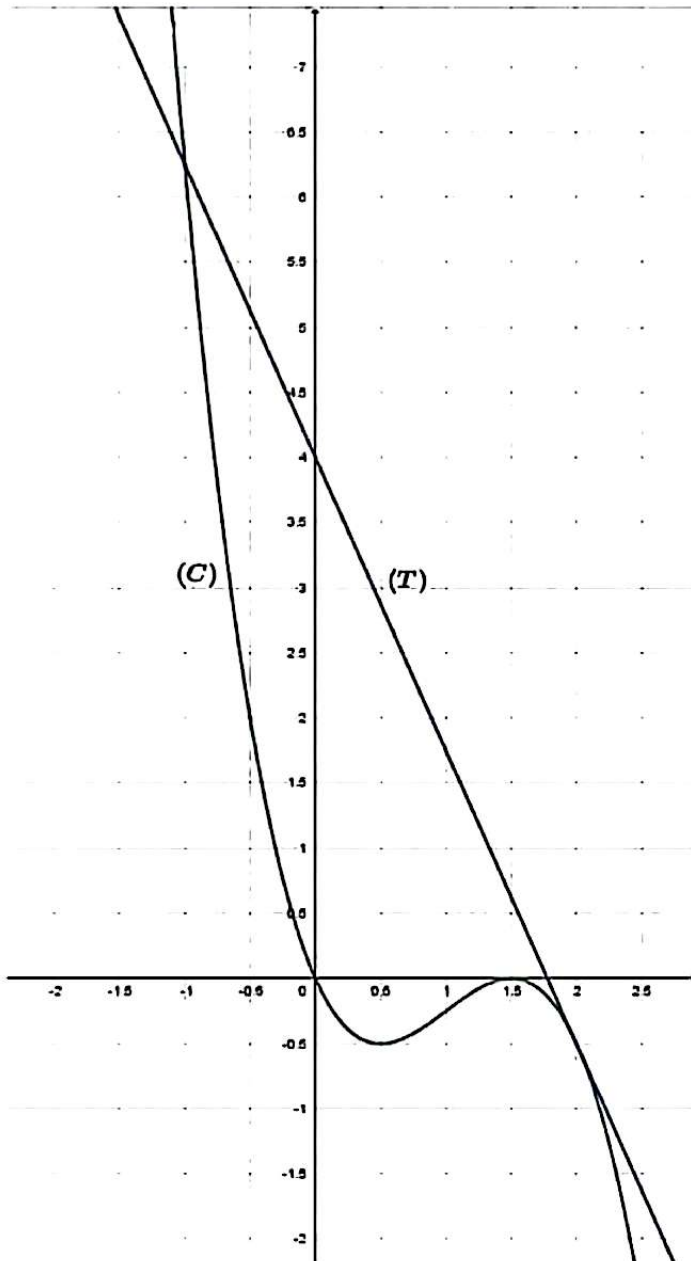
1 بين أن $\frac{3}{2}$ جذر لـ P

2 جد الأعداد الحقيقية a و b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (2x - 3)(ax^2 + bx + c)$

3 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

4 أدرس إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج إشارة $P\left(\frac{1444}{2022}\right)$ و حل المتراجحة $P(x) < 0$

تمرين 02 (12 نقطة) ☆ (30 دقيقة) ~~~~~



في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f

المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$

حيث : a و b و c أعداد حقيقية.

المستقيم (T) مماس لـ (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2

بقراءة بيانية :

1 عين $f(2)$; $f'\left(\frac{3}{2}\right)$; $f'(2)$

2 اكتب معادلة المماس (T)

3 حدد الوضع النسبي لكل من (C) و (T)

4 جد قيمة مقربة لكل من $f(2.00019)$ و $f(1.99919)$

5 أعط حصرا لـ $f(x)$ على المجال $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

6 حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين : $f(x) \geq 0$ و $f'(x) > 0$

7 شكل جدول تغيرات الدالة f

8 شكل جدول إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

9 باستعمال المعطيات السابقة بين أن :

$$a = 3 \quad ; \quad b = -\frac{9}{4} \quad ; \quad c = 0$$

وزارة التربية الوطنية	التصحيح النموذجي للفرض	مديرية التربية لولاية سطيف
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم مزلق	الثاني للفصل الأول	المستوى: 2.ع.ت
يوم: 2022/11/24	في مادة الرياضيات	المدة: 60 دقيقة

تمارين 01 (08 نقاط) ☆ (35 دقيقة)

$P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 27x - 18$ دالة كثير حدود معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

1 بين أن $\frac{3}{2}$ جذر لـ P

الجواب : $P\left(\frac{3}{2}\right) = 2\left(\frac{3}{2}\right)^3 - 13\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 27\left(\frac{3}{2}\right) - 18 = \frac{27}{4} - \frac{117}{4} + \frac{81}{2} - 18 = \frac{27 - 117 + 162 - 72}{4} = 0$

2 جد الأعداد الحقيقية a و b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (2x - 3)(ax^2 + bx + c)$

الجواب : لدينا من جهة : $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 27x - 18 \dots (1)$ ومن جهة أخرى :

$P(x) = (2x - 3)(ax^2 + bx + c) = 2ax^3 + 2bx^2 + 2cx - 3ax^2 - 3bx - 3c = 2ax^3 + (2b - 3a)x^2 + (2c - 3b)x - 3c \dots (2)$

بمطابقة (1) مع (2) نجد :

$$\begin{cases} 2a = 2 \\ 2b - 3a = -13 \\ 2c - 3b = 27 \\ -3c = -18 \end{cases} \quad \text{يكفي} : \begin{cases} a = 1 \\ 2b - 3 = -13 \\ 12 - 3b = 27 \\ c = 6 \end{cases} \quad \text{يكفي} : \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{cases}$$

إذن : $P(x) = (2x - 3)(x^2 - 5x + 6)$

3 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

الجواب : $P(x) = 0$ يكفي : $\begin{cases} 2x - 3 = 0 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases}$ يكفي : $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = 2 \vee x = 3 \end{cases}$

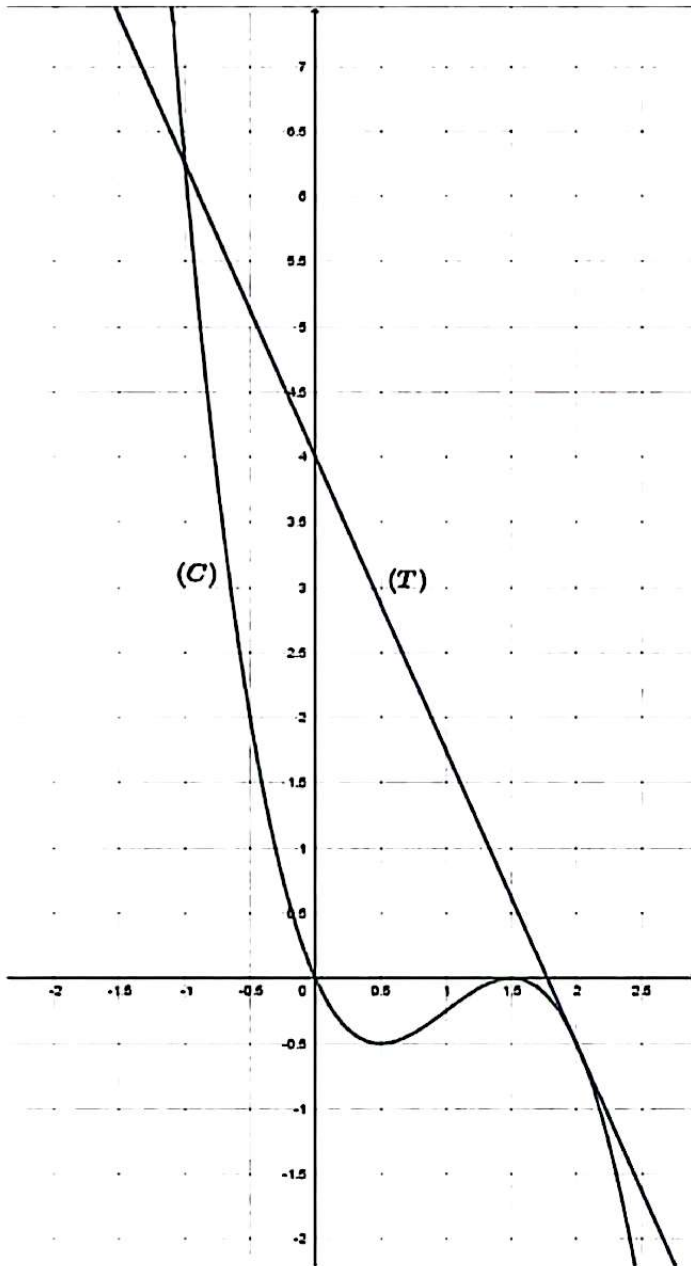
4 أدرس إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج إشارة $P\left(\frac{1444}{2022}\right)$ و حل المتراجحة $P(x) < 0$

الجواب :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	2	3	$+\infty$		
$2x - 3$	-	0	+	+	+		
$x^2 - 5x + 6$	+	+	0	-	0	+	
$P(x)$	-	0	+	0	-	0	+

بما أن : $\frac{1444}{2022} \in \left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$ فإن : $P\left(\frac{1444}{2022}\right) < 0$

$P(x) < 0$ يكفي : $x \in \left]-\infty; \frac{3}{2}\right[\cup]2; 3[$



في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$
حيث : a و b و c أعداد حقيقية.
المستقيم (T) مماس لـ (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2
بقراءة بيانية :

1 عين $f'(2)$; $f'\left(\frac{3}{2}\right)$; $f(2)$

2 اكتب معادلة المماس (T)

3 حدد الوضع النسبي لكل من (C) و (T)

4 جد قيمة مقربة لكل من $f(2.00019)$ و $f(1.99919)$

5 أعط حصرا لـ $f(x)$ على المجال $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

6 حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين : $f(x) \geq 0$ و $f'(x) > 0$

7 شكل جدول تغيرات الدالة f

8 شكل جدول إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

9 باستعمال المعطيات السابقة بين أن :

$$a = 3 \quad ; \quad b = -\frac{9}{4} \quad ; \quad c = 0$$

حل التمرين :

1 (قيمة حدية) $f(2) = -\frac{1}{2}$; $f'\left(\frac{3}{2}\right) = 0$

$f'(2)$ هو معامل توجيه المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 2 وحسابه نختار نقطتين كيفيتين من (T) ، مثلا النقطتان اللتان

$$f'(2) = \frac{-\frac{1}{2} - 4}{2 - 0} = -\frac{9}{4} \quad ; \quad \text{إحداثياتهما } (2; -\frac{1}{2}) \text{ و } (0; 4) \text{ فنجد :}$$

2 $(T) : y = f'(2)(x - 2) + f(2) = -\frac{9}{4}(x - 2) - \frac{1}{2} = -\frac{9}{4}x + 4$

3 على المجال $]-\infty; -1[$ (C_f) يقع فوق (T) ; على المجال $]-1; 2[\cup]2; +\infty[$ (C_f) يقع تحت (T)

$$(C_f) \cap (T) = \left\{ \left(-1; \frac{25}{4}\right), \left(2; -\frac{1}{2}\right) \right\}$$

4 نعلم أن أحسن تقريب تآلفي للدالة f عند النقطة التي فاصلتها 2 هو : $f(2+h) = f'(2)h + f(2) = -\frac{9}{4}h - \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} f(2.00019) = f(2 + 0.00019) = -\frac{9}{4}(0.00019) - \frac{1}{2} = -0.5004275 \\ f(1.99919) = f(2 + (-0.00081)) = -\frac{9}{4}(-0.00081) - \frac{1}{2} = -0.4981775 \end{cases}$$

ومنه :

5 الدالة f متناقصة تماماً على المجال $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ أي : $f\left(\frac{1}{2}\right) \leq f(x) \leq f\left(-\frac{1}{2}\right)$ و منه : $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq 2$

6 $f(x) \geq 0$ يكفي : $x \in]-\infty; 0] \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}$; $f'(x) > 0$ يكفي : $x \in \left]\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right[$

7 جدول التغيرات :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			0		$-\infty$

8 جدول الإشارة :

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	-

9 لدينا : $\begin{cases} f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \\ f(0) = 0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \end{cases}$ يكفي : $\begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{a}{4} - \frac{b}{2} = 2 \dots (1) \\ c = 0 \\ -\frac{1}{8} + \frac{a}{4} + \frac{b}{2} = -\frac{1}{2} \dots (2) \end{cases}$

بجمع (1) و (2) و ضرب (2) في 8 نجد : $\begin{cases} \frac{a}{2} = \frac{3}{2} \\ c = 0 \\ 2a + 4b = -3 \end{cases}$ و منه : $\begin{cases} a = 3 \\ c = 0 \\ 6 + 4b = -3 \end{cases}$ إذن : $\begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{9}{4} \\ c = 0 \end{cases}$