



على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

* التمرين الأول : (04 نقاط)

- I. نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود : $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$
- (1) احسب $P(6)$ ، ثم أكتب $P(z)$ على الشكل $P(z) = (z - 6)(z^2 + az + b)$ حيث a و b عدنان حقيقيان
- (2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$
- II. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A, B و C ذات اللواحق:
- (1) أ – اكتب z_A و z_B على الشكل الأسّي
 $z_A = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 3 - i\sqrt{3}$ و $z_C = 6$
- ب – بيّن أن : $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{203} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1444} = 0$
- ج – عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا موجبا
- (2) نضع : $Z = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$
- أ – اكتب العدد Z على الشكل الأسّي
- ب – استنتج طبيعة المثلث ABC .
- (3) عين طبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $|\bar{z} - 6| = |iz + \sqrt{3} - 3i|$

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

- يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها ثلاث كريات زرقاء مرقمة 0 ، 1 ، 2 ، وأربع كريات حمراء مرقمة 0 ، 1 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات خضراء مرقمة 1 ، 2 ، 4
- ✓ نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس :
- (1) أحسب احتمال ل حدث من الأحداث التالية :
- الحدث A : " سحب ثلاث كريات من نفس اللون "
- الحدث B : " سحب ثلاث كريات أرقامها يمكن أن تشكل العدد 2023 "
- الحدث C : " سحب ثلاث كريات تحمل أرقاما تشكل حدودا متتالية لمتتالية هندسية أساسها 2 "
- (2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الكريات المسحوبة التي تحمل الرقم 1
- أ – عرف قانون الاحتمال للمتغير X ، ثم أحسب أمله الرياضي
- ب – عين قيمة العدد الحقيقي b بحيث يكون : $E(10X + b) = 2032$
- ج – أحسب $P\left(X = \frac{6}{5-X}\right)$ ، $P(e^{X^2-X} = 1)$

*** التمرين الثالث : (05 نقاط)**

I. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بعدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4u_n}{1+u_n}$.

(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < 3$.

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

II. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بـ: $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n}$.

(1) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(2) أكتب v_n بدلالة n ، ثم u_n بدلالة n ؛ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

III. (w_n) المتتالية العددية المعرفة على IN بـ: $w_n = \frac{3}{u_n}$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = 1 - v_n$.

(2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_n$.

✓ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = n + 1 + \frac{8}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{n+1} \right)$ ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

*** التمرين الرابع : (07 نقاط)**

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -x^3 + 1 - 2 \ln x$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أحسب $g(1)$ ؛ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x + 2 + \frac{\ln x}{x^2}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا. ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(2) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ حيث: f' الدالة المشتقة للدالة f .

ب - أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 2$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

ب/ أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

ج/ بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) ، يطلب كتابة معادلة له .

(4) بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث: $0,6 < \alpha < 0,7$ ؛ $2,1 < \beta < 2,2$.

(5) أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

(6) ليكن λ عددا حقيقيا حيث $\lambda > 1$ و $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين ذو المعادلتين $x = \lambda$ و $x = 1$.

أ/ باستعمال التكامل بالتجزئة، أحسب: $\int_1^\lambda \frac{\ln x}{x^2} dx$.

ب/ أحسب بدلالة λ ، المساحة $A(\lambda)$ ثم عين $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

الموضوع الثاني

* التمرين الأول : (04 نقاط)

من بين الإجابات المقترحة عين الإجابة الصحيحة الوحيدة مع التبرير .

(1) الدالة الأصلية F والتي تحقق $F(1)=0$ للدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x+1}{x}$ هي الدالة :

(أ) $F(x) = x - 1 + \ln x$ (ب) $F(x) = 1 - x + \ln x$ (ج) $F(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

(2) المتتالية (W_n) المعرفة على IN بـ : $W_n = \int_n^{n+1} e^{1-x} dx$ هي متتالية هندسية أساسها q يساوي :

(أ) $q = \frac{e-1}{e}$ (ب) $q = \frac{1}{e}$ (ج) $q = e - 1$

(3) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث $|(1+i)z + 4| = 2\sqrt{2}$ هي :

(أ) دائرة (ب) مستقيم (ج) مجموعة خالية

(4) حلول المعادلة التفاضلية $y = \sqrt{2}y' - 1$ هي الدوال f المعرفة على IR بـ :

(أ) $f(x) = ce^{\sqrt{2}x} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ (ب) $f(x) = ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x} - 1$ (ج) $f(x) = ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x} + 1$

* التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر صندوقين U_1 و U_2 يحتوي الصندوق U_1 على 10 كرات منها خمسة حمراء مرقمة 1 ، 1 ، 2 ، 3 ، 3 ، 3

و ثلاث كرات بيضاء مرقمة 2 ، 2 ، 4 و كرتان لونهما أخضر مرقمتان 3 ، 5 ، اما الصندوق U_2 يحتوي

على سبع كرات منها أربعة حمراء والباقي لونها أخضر ، كل الكرات في الصندوقين لا نفرق بينها باللمس

نرمز للكرة الحمراء بالرمز R و البيضاء B و الخضراء V

(1) نختار عشوائيا أحد الصندوقين ثم نسحب منه كرة واحدة و نسجل لونها

أ – أنشئ شجرة الاحتمالات المنمنجة لهذه التجربة العشوائية

ب – احسب احتمال الحادثة R " سحب كرة حمراء اللون "

ج – احسب احتمال ان تكون الكرة المسحوبة من الصندوق U_2 علما انها حمراء اللون

(2) نقوم الآن بسحب ثلاث كرات في آن واحد من الصندوق U_1 وليكن X المتغير العشوائي الذي يرافق بكل عملية

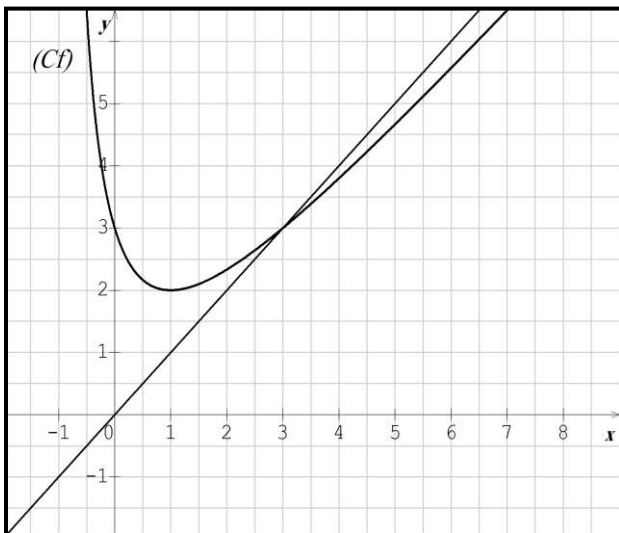
سحب عدد الأرقام الفردية المتبقية في هذا الصندوق

أ – عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله

ب – احسب الامل الرياضي للمتغير العشوائي X

ج – احسب $P(\ln(X - 4) < 0)$

* التمرين الثالث : (05 نقاط)



f دالة عددية معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(أنظر الشكل المقابل)

(1) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 1$ حيث

$u_{n+1} = f(u_n)$ ، n عدد طبيعي

أ/ أنقل الشكل، ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود التالية:

u_0 ، u_1 و u_2 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب/ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) أ/ باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq 3$.

ب/ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على IN ، ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 - u_{n+1} \leq \frac{3}{4}(3 - u_n)$.

ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq 3 - u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

(4) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3(n+1) \leq S_n \leq 8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1\right) + 3(n+1)$ ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

* التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على IR بـ: $g(x) = 4e^x - 2xe^x - 4$.

(1) احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

(2) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 0 والآخر α حيث $1,5 < \alpha < 1,6$.

ب - استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على IR بـ: $f(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{2-\alpha}{\alpha-1}$ ، ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(4) أ - أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

ب - ادرس الوضع النسبي بين المنحني (C_f) و المستقيم (D) ذو المعادلة: $y = -1$.

(5) أنشئ كلا من: (D) ، (T) و (C_f) .

(6) أحسب بـ cm^2 المساحة $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمتين $y = -1$ و $x = \lambda$ حيث $\lambda > 0$. ثم احسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$.

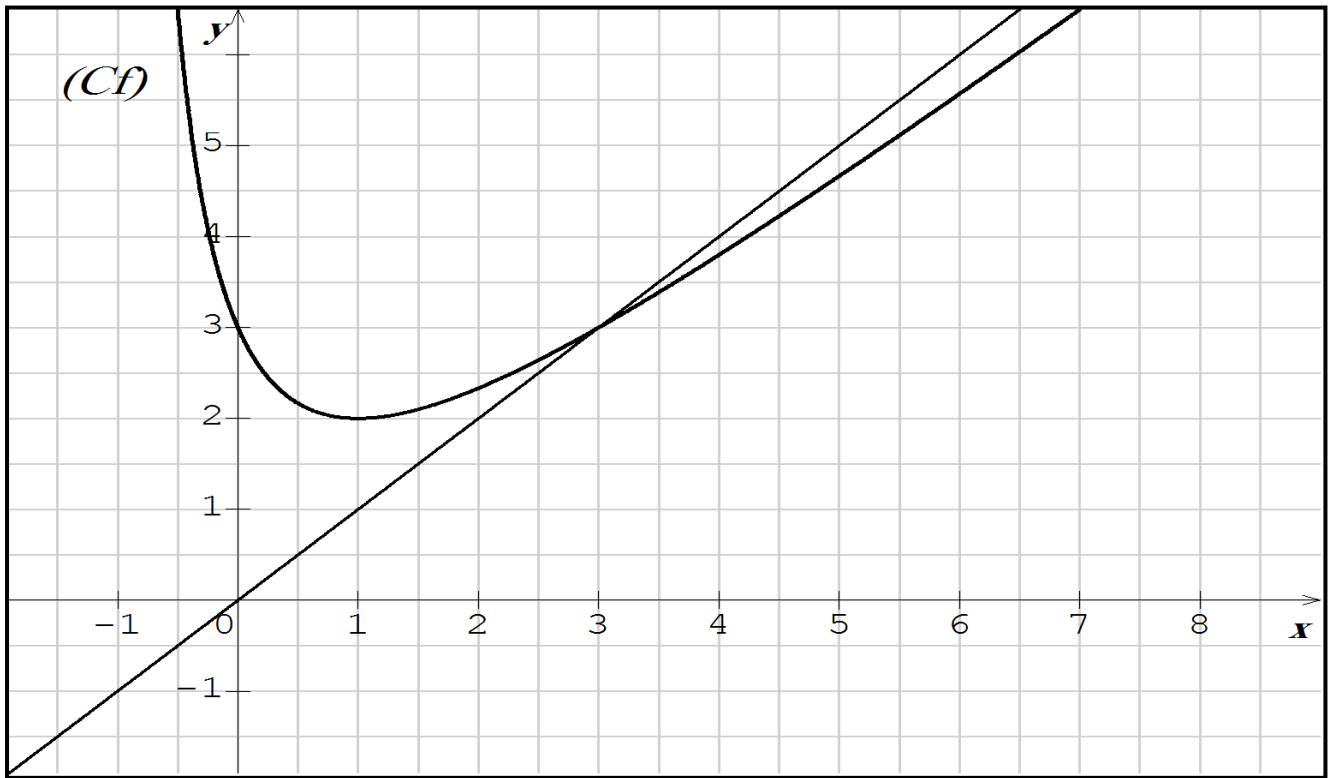
حيث $\lambda > 0$ ، $x = \lambda$ و $y = -1$.

(7) نعتبر الدالة h المعرفة على IR بـ: $h(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ - اكتب عبارة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة، ثم أنشئ (C_h) في المعلم السابق.

ب - عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة: $\left| \frac{2x-2}{e^x-2x} \right| = |m|$ ثلاث حلول متميزة.

اللقب و الاسم : القسم :



اللقب و الاسم : القسم :

