



التمرين الأول:

حل في  $R$  المعادلات و المتراجحات التالية:

$$(x+5)^2 \times (x+2)^3 \geq 0 \quad (4) \quad (x+5) \times \left(\frac{x-1}{x}\right) \times (x^2+2) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{-2}{x-1} \leq 0 \quad (5) \quad \frac{2x+1}{x-3} = \frac{x}{x-1} \quad (2)$$

$$x^3 - x^2 + 3x - 3 = 0 \quad (3)$$

التمرين الثاني:

$$(1) \text{ احسب النهايات التالية: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^2 - 2x}{x+2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -x + 3 - \frac{1}{x+2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - x + 3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^3 - 2x - 4}{x-2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{x^2 - 2x}{x+2} \right), \quad \lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{x^2 - 2x}{(x+2)^2} \right)$$

$$(2) \text{ اوجد مشتقات الدوال التالية: } f(x) = x^3 - x^2 + 3, \quad g(x) = \frac{x^2 - 2x}{|x+2|}, \quad h(x) = 4x^2(3x-2)^3$$

التمرين الثالث:

بين من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ما يلي:

$$\frac{3e^x}{e^x+1} = \frac{3}{e^{-x}+1} \quad (3)$$

$$\frac{3e^{-x}-1}{e^{-x}+1} + \frac{3e^x-1}{e^x+1} = 2 \quad (2)$$

$$\frac{1-2e^{-x}}{1+e^{-x}} = \frac{e^x-2}{e^x+1} \quad (1)$$

التمرين الرابع:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $R$  بـ:  $f(x) = -x^3 - 2x + 5$

(1) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(2) - بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في  $R$

- تحقق من أن  $1,3 \leq \alpha \leq 1,4$

- فسر النتيجة بيانياً ثم استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $f(x)$

## التمرين الخامس:

- احسب نهايات الدالة  $f$  في كل حالة:

$$(1) \quad f(x) = \frac{e^x - 1}{2e^x + 1} \quad \text{عند } -\infty \text{ و عند } +\infty$$

$$(2) \quad f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x} \quad \text{عند } -\infty \text{ و عند } +\infty$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{1}{x}(e^{3x} - 1) \quad \text{عند } 0$$

- اوجد عبارة  $f'(x)$  في كل حالة:

$$(1) \quad f(x) = xe^x \quad (2) \quad f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$$

$$(3) \quad f(x) = \frac{e^x - 1}{x} \quad (4) \quad f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$$

$$(5) \quad f(x) = (x^2 - 1)e^{2x} \quad (6) \quad f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$$

## التمرين السادس:

(I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $R$  بـ :  $g(x) = x^3 + 6x + 12$

(1) بين أن الدالة  $g$  متزايدة تماما على  $R$ .

(2) أ. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $]-1,48; -1,47[$ .

ب. استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $R$  بـ :  $f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس ( $O, \vec{i}, \vec{j}$ )

(1) أ. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $R$  :  $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 + 2)^2}$

ب. استنتج إشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) احسب نهايات الدالة  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) احسب  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 2]$  ثم استنتج معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ ( $C_f$ )

(4) ادرس وضعية ( $C_f$ ) بالنسبة إلى ( $\Delta$ ) المستقيم المقارب المائل.

(5) بين أن :  $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$  ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$

(6) انشئ ( $C_f$ ) بدقة.

(7) عين قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة  $f(x) = 2m$  حلا واحدا.

(8) نعتبر الدالة  $k$  المعرفة على  $R$  بـ :  $k(x) = x - 2$

. اشرح كيف يمكن رسم ( $C_{f \circ k}$ ) انطلاقا من ( $C_f$ ).



التمرين الأول:

جدول التغيرات الموالي هو لدالة  $u$  معرفة على  $D_u = [-2; 3]$

|         |    |    |   |    |   |   |
|---------|----|----|---|----|---|---|
| $x$     | -2 | -1 | 0 | 1  | 2 | 3 |
| $u'(x)$ | +  | 0  | - | -  | 0 | + |
| $u(x)$  | 1  | 2  | 0 | -2 | 0 | 3 |

(1) عيّن إشارة  $u(x)$ .

(2) تعتبر الدالة  $f$  المعرفة كما يلي:  $f = u^2$

أ) عيّن مجموعة تعريف لكل دالة من الدالة  $f$

ب) عبّر عن  $f'(x)$  بدلالة  $u'(x)$  و  $u(x)$ .

ج) استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$ .

التمرين الثاني:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0; 2\}$  بـ:  $f(x) = \ln \left| \frac{x}{x-2} \right|$

(1) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{0; 2\}$  لدينا:  $f(2-x) + f(x) = 0$

(2) استنتج مركز تناظر للمنحن  $(C_f)$

التمرين الثالث:

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$

(1) ادرس تغيرات الدالة  $f$ .

(2) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f(-x) + f(x) = 1$

- استنتج مركز تناظر للمنحن  $(C_f)$ .

التمرين الرابع:

$g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر  $\alpha$  محصور بين -1,52 و -1,51

(4) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

### التمرين الخامس:

- I) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$
- و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  حيث:  $\|\vec{j}\| = 1cm$  ;  $\|\vec{i}\| = 2cm$
- (1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$
  - (2) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$  مفسرا النتيجة بيانيا.
  - (3) أ - حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة التالية:  $x^2 - 2x \leq 0$   
ب - تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $f'(x) = (x^2 - 2x)e^{1-x}$   
ج - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
  - د - اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحن  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1
  - (4) لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = 1 - xe^{1-x}$   
أ - ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  على  $\mathbb{R}$  ثم استنتج أنه من أجل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $h(x) \geq 0$   
ب - ادرس الوضعية النسبية للمماس  $(T)$  و المنحن  $(C_f)$
  - (5) بين أن المعادلة  $(C_f)$  يقطع حاما محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث:  $-1 < \alpha < 0$
  - (6) انشئ المماس  $(T)$  و المنحن  $(C_f)$  على المجال  $[-1; +\infty[$
  - (7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $x^2 e^{1-x} = -m$
  - II)  $F$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $F(x) = ax + (x^2 + bx + c)e^{1-x}$   
(1) اوجد بدلالة الأعداد الحقيقية  $a$  ،  $b$  و  $c$  عبارة  $F'(x)$   
(2) استنتج قيم الأعداد  $a$  ،  $b$  و  $c$  بحيث يكون من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $F'(x) = f(x)$



التمرين الأول:

- حل في  $\mathbb{R}$  ما يلي:

$$\ln(x-3)=0 \quad (1) \quad \ln x = -3 \quad (2) \quad \ln|1-x| = \ln 3 \quad (3) \quad \ln(e^x - 3) = 0 \quad (4)$$

$$(\ln x - 1)(e^x - 2) = 0 \quad (5) \quad \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \leq -1 \quad (6) \quad 2\ln(x-3) = \ln 4 \quad (7)$$

$$2(\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0 \quad (8) \quad 2(\ln x)^2 - \ln x - 1 \leq 0 \quad (9) \quad \ln|2x+1| + \ln|x-1| = \ln 2 \quad (10)$$

التمرين الثاني:

- اوجد مشتقات الدوال التالية:

$$f(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1) \quad (3) \quad g(x) = x + 5 + 6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right) \quad (2) \quad f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad (1)$$

$$f(x) = x - \frac{1-2\ln(x+1)}{x+1} \quad (5) \quad f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x + 6x \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + 6\ln(1-x) \quad (4)$$

$$f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x} \quad (6) \quad f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln x - 2) \quad (7) \quad g(x) = -1 + (x+1)e + 2\ln(x+1) \quad (8)$$

$$f(x) = \frac{e}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} \quad (9) \quad g(x) = x^2 + 1 - \ln x \quad (10) \quad f(x) = \frac{\ln x}{x} + x - 1 \quad (11)$$

$$f(x) = \frac{1+2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2} \quad (12) \quad g(x) = 2[-x + \ln(2x+1)] \quad (13) \quad f(x) = \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad (14)$$

التمرين الثالث:

$$\lim_{* \rightarrow 0} \frac{\ln(*+1)}{*} = \lim_{* \rightarrow 1} \frac{\ln*}{*-1} = 1 \quad (العدد المشتق) \quad , \quad \lim_{* \rightarrow 0} \ln* = -\infty \quad , \quad \lim_{* \rightarrow +\infty} \ln* = +\infty$$

$$\lim_{* \rightarrow 0} (* )^n \ln* = 0 \quad \text{أو} \quad \lim_{* \rightarrow 0} * \ln* = 0 \quad , \quad \lim_{* \rightarrow +\infty} \frac{\ln*}{(* )^n} = 0 \quad \text{أو} \quad \lim_{* \rightarrow +\infty} \frac{\ln*}{*} = 0 \quad \text{التزايد المقارن:}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad \text{عند } -\infty \text{ و عند } 1 \quad (1) \quad f(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1) \quad \text{عند } +\infty \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{1}{x-2} + \ln x \quad \text{عند } +\infty \text{ ثم عند } 2 \quad (4) \quad f(x) = \frac{1+\ln x}{1+x \ln x} \quad \text{عند } 0 \text{ و عند } +\infty \quad (3)$$

### التمرين الرابع:

- في كل حالة من الحالات التالية، عين الدالة الوحيدة  $f$  القابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  حيث:

$$f(0)=1 \quad \text{و} \quad f'=3f \quad (1)$$

$$f(0)=1 \quad \text{و} \quad f'=-f \quad (2)$$

$$f(2)=-4 \quad \text{و} \quad f'=\frac{1}{2}f+\frac{3}{2} \quad (3)$$

### التمرين الخامس:

$$(1) \text{ حل في } R \text{ المعادلتين التاليتين: } 4^x + 3 \times 2^x + 10 = 0, \quad \log x = -4$$

$$(2) \text{ عين أصغر عدد طبيعي } n \text{ في كل حالة: } 2^n \geq 10^3, \quad \left(\frac{1}{4}\right)^n \leq 10^{-2}$$

$$(3) \text{ ادرس على المجال } ]-\infty; -1[ \text{ اتجاه تغير الدالة } f \text{ المعرفة بـ: } f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$$

$$(4) \text{ ادرس على المجال } ]-\infty; 1[ \text{ اتجاه تغير الدالة } f \text{ المعرفة بـ: } f(x) = \log(1-x)$$

### التمرين السادس:

$f$  دالة معرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = ax + b + 3\ln(x+1)$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.  $(C_f)$

تمثيلها البياني في الشكل المقابل حيث يقبل في

النقطة  $A(2; -1 + 3\ln 3)$  مماساً أفقياً.

(1) بقراءة بيانية:

أ - ضع تخميناً حول  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب - شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(2) باستعمال المعطيات المتوفرة اوجد  $a$  و  $b$ .

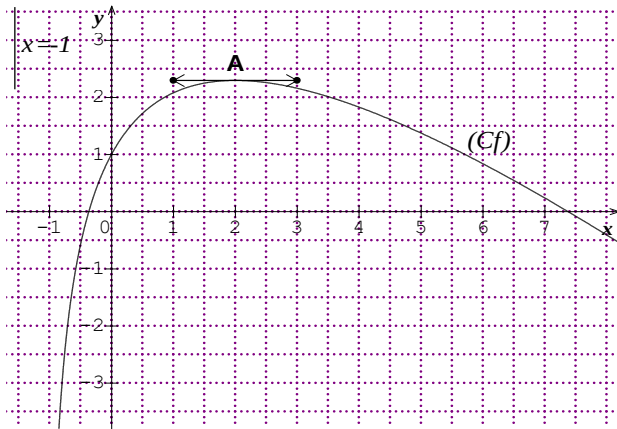
(3) نضع:  $f(x) = -x + 1 + 3\ln(x+1)$

أ - تحقق من نتائج السؤال 1-أ).

ب - عين النقطة  $B$  من  $(C_f)$  التي يكون فيها المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  موازياً للمستقيم الذي معادلته  $y = x$ ،

ثم اكتب معادلة  $(T)$ .

(4) استنتج بياناً قيم العدد الحقيقي التي تقبل من أجلها المعادلة  $f(x) = x + m$  حلين موجبين تماماً.





التمرين الأول:

$f$  دالة معرفة على  $[0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{2x+3}{x+4}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني كما هو في الوثيقة المرفقة.

(1) أ - بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماماً على  $[0; +\infty[$ .

ب - بين أنه إذا كان  $0 \leq x < 1$  فإن  $0 \leq f(x) < 1$

(2) نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $N$  بـ  $u_0 = 0$  و من أجل كل  $n$  من  $N$ :  $u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4}$

أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل  $n$  من  $N$ :  $0 \leq u_n < 1$

ب - بين أن المتتالية متزايدة تماماً ثم بين أنها متقاربة ثم حسب في هذه الحالة  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3)  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $N$  بـ:  $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+3}$

أ - اثبت أن  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = \frac{1}{5}$  وبطلب حساب حدها الأول  $v_0$ .

ب - اكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$  ثم عبارة الحد العام  $u_n$ .

ج - احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  بطريقة ثانية.

التمرين الثاني:

(I)  $g$  دالة معرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ:  $g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$

(1) بين أن الدالة  $g$  متزايدة تماماً على المجال  $]-1; +\infty[$ .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $0,31 < \alpha < 0,32$

(3) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II)  $f$  دالة معرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = (x+1)^2 + (2 - \ln(x+1))^2$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد حيث:  $\|\vec{i}\| = 2cm$  و  $\|\vec{j}\| = 1cm$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) اثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $]-1; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) احسب  $f(0)$  ثم أنشئ المنحنى  $(C_f)$ . (نأخذ  $f(\alpha) \approx 4,7$ )

(5) عين قيم الوسيط الحقيقي  $m$  بحيث تقبل المعادلة  $f(x) = m^2$  حلين غير معدومين مختلفين في الإشارة.

$$(u_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } N: u_0 = 2 \text{ و من أجل كل } n \text{ من } N : u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$$

(1) أ - مثل على محور الفواصل الحدود الخمسة الأولى للمتتالية  $(u_n)$  مبينا خطوط الرسم وبدون حساب.

ب - بين أنه من أجل كل  $n$  من  $N$  :  $-6 \leq u_n \leq 2$

ج - بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما ثم استنتج تقاربها.

(2) لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $N$  ب:  $v_n = u_n + \alpha$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}\alpha - 3 \quad : N \text{ من } n \text{ كل أجل كل}$$

ب - عين العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(3) نضع:  $\alpha = 6$  أ - اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$

ب - بين أن:  $u_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^n - 6$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

ج - عين أصغر عدد طبيعي  $n$  يحقق:  $u_n \leq 1$

### التمرين الرابع:

(I) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]1; +\infty[$  ب:  $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$

(2) أحسب  $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $g$

(3) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $[e+1; e^3+1]$

ثم عين حسب قيم  $X$  إشارة  $g(x)$  على المجال  $]1; +\infty[$

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]1; +\infty[ \cup ]-\infty; -1[$  ب:  $f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أثبت أن  $f$  فردية ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

(3) بين أنه من أجل كل  $X$  من المجال  $]1; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x^2)}{x^2(x^2-1)}$

(4) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها على المجال  $]1; +\infty[$

(5) اكتب معادلة للمماس  $(T_1)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $\sqrt{2}$

(6) اوجد معادلة  $(T_2)$  نظير  $(T_1)$  بالنسبة لمبدأ المعلم.

(7) أنشئ  $(C_f)$  و  $(T_1)$  و  $(T_2)$  (يعطى  $\alpha \approx 12,4$ ) على  $D_f$

(8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $x^2 - 1 = e^{2x^2+mx}$



التمرين الأول:

$f$  دالة معرفة على  $[0, +\infty[$  بـ:  $f(x) = \sqrt{\frac{x}{e}}$

- (1) ادرس تغيرات الدالة  $f$  ثم عين نقط تقاطع  $(C_f)$  مع  $(\Delta)$  (المنصف الأول).
- (2) لتكن المتتالية  $(U_n)$  المعرفة على  $N^*$  حدها الأول  $U_1 = e^2$  و كل حدودها موجبة تماما و من اجل كل  $n \geq 1$  :  $e(U_n)^2 = U_{n-1}$   
أ - برهن انه من اجل كل  $n \in N^*$  :  $U_n > \frac{1}{e}$

ب - ادرس اتجاه تغير  $(U_n)$  . - ماذا تستنتج ؟ احسب  $\lim U_n$

(3) لتكن المتتالية  $(V_n)$  المعرفة على  $n \in N^*$  بـ :  $V_n = \frac{1 + \ln(U_n)}{2}$  .

أ - برهن أن  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الاول .

ب - اكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم ادرس تقارب  $(U_n)$  .

(4) احسب :  $S = V_1 + V_2 + \dots + V_n$  و  $P = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$

التمرين الثاني:

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة 3 مرات متتالية. ( القطعة فيها وجه  $F$  و ظهر  $P$  ) .

(1) أ - احسب احتمال الحصول على ثلاث أوجه .

ب - احسب احتمال الحصول على وجه في الرمية الثالثة .

(2) نسمي  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية عدد الأوجه المحصل عليه.

- اعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ثم احسب أمله الرياضياتي  $E(X)$  .

- احسب الانحراف المعياري  $\sigma(X)$  .

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$

أ - تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $\frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$

ب - بين أن الدالة  $f$  فردية ثم أحسب نهايات الدالة  $f$  .

(1) أ - بين أن:  $f'(x) = -\frac{1}{2} \left( \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$  ثم شكل جدول التغيرات  $f$  على  $\mathbb{R}^+$  .

ج - استنتج أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $1 - \frac{1}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x$

(2) بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ f(x) - \left( 1 - \frac{1}{2}x \right) \right] = 0$  ثم فسر هندسيا هذه النتيجة .

(3) أنشئ بدقة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(0; \vec{i}; \vec{j})$  المنحنى  $(C_f)$  .

(4) نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $N$  كما يلي :  $u_0 = 1$  ،  $u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1}$

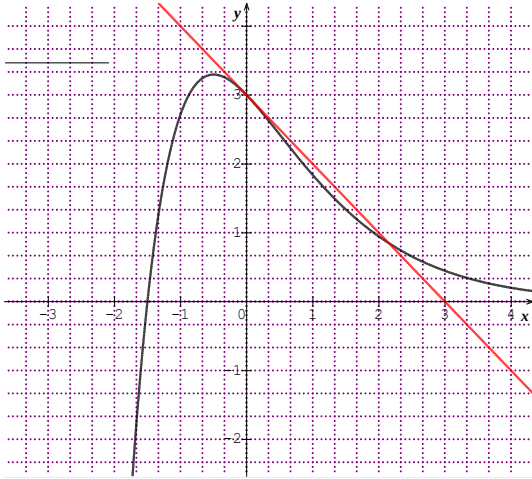
أ - بين أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n > 0$

ب - تحقق باستعمال السؤال 2 - ج أن :  $u_{n+1} \leq \frac{1}{2}u_n$  ثم استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة .

ج - بين أن :  $u_n \leq \left( \frac{1}{2} \right)^n$  حيث  $n \in \mathbb{N}$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  .

#### التمرين الرابع:

المنحنى  $(C)$  في الشكل التالي هو التمثيل البياني لدالة  $f$  المعرفة على  $R$  ب:  $f(x) = e^{-x}(ax + b)$



حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان . المنحنى  $(C)$  يقبل عند النقطة التي فاصلتها  $\left(-\frac{1}{2}\right)$  مماسا يوازي محور الفواصل ويقبل عند

النقطة  $A(0;3)$  مماسا  $(\Delta)$  يمر بالنقطة  $B(3;0)$

(1) أ - بقراءة بيانية عين  $f\left(-\frac{3}{2}\right)$  ،  $f(0)$  و  $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$  .

ب - أحسب  $f'(0)$  ثم عين معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  .

ج - أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $R$  :  $f(x) = e^{-x}(2x + 3)$

(2) لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $R$  ب:  $h(x) = 1 - e^{-x}(2x + 1)$

أ - أدرس تغيرات الدالة  $h$  .

ب - أثبت أن المعادلة  $h(x) = 0$  تقبل حلان أحدهما معدوم والآخر  $\alpha$  حيث:  $1 < \alpha < 2$  ثم استنتج إشارة  $h(x)$  .

(3) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $R$  ب:  $g(x) = e^{-x}(2x + 3) + x - 3$

أ - أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $R$  :  $g'(x) = h(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $g$  .  $(g(\alpha) = -0.6)$

ب - أثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\beta$  ينتمي إلى المجال  $[\alpha; +\infty[$  ثم تحقق أن:  $2 < \beta < 3$

ج - استنتج إشارة  $g(x)$  ثم حدد وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  .



التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التعليل:

(1) قيمة العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق  $9C_n^2 = 2C_{2n}^2$  هي: أ) 5 ب) 6 ج) 7

(2) لدينا في صندوق  $n$  كرة بيضاء و 4 كرات سوداء. نسحب من الصندوق كرتين في آن واحد.

أ - عدد الحالات الممكنة لسحب كرتين من نفس اللون هو:

أ)  $n^2 - n + 12$  ب)  $\frac{n^2 - n + 12}{2}$  ج)  $\frac{n^2 + n + 12}{2}$

ب - احتمال سحب كرتين مختلفتين في اللون هو:

أ)  $\frac{8n}{n^2 + 7n + 12}$  ب)  $\frac{4n}{n^2 + 7n + 12}$  ج)  $\frac{n}{n^2 + 7n + 12}$

(3)  $A$  و  $B$  حادثتان حيث:  $P(A) = 0,4$  ،  $P(B) = 0,5$  و  $P(A \cup B) = 0,35$

أ -  $P(A \cap B) = 0,1$  ب -  $P(A \cap B) = 0,25$  ج - المعطيات غير كافية

التمرين الثاني:

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء و كرتين حمراوين وكرة واحدة صفراء.

( الكرات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس).نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .

(1) ما احتمال وقوع الأحداث التالية:  $A$  " كل كرة من لون معين " .

$B$  " الكرات المسحوبة من نفس اللون " ،  $C$  " كل كرتين من نفس اللون "

(2) ما احتمال سحب كرتين سوداوين على الأكثر؟

(3) نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة.

أ - عين قيم  $X$  ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي  $X$  .

ب - احسب  $P(|X| \leq 2)$

ج - احسب الانحراف المعياري لـ  $X$

(4) نضيف  $n$  كرة صفراء إلى الصندوق. عين العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون عدد عناصر  $A$  يساوي 504

$$(u_n) \text{ متتالية معرفة على } N \text{ بـ: } u_0 = \frac{3}{2} \text{ ومن أجل كل } n \text{ من } N : u_{n+1} = \frac{6u_n - 2}{u_n + 3}$$

$$(1) \text{ أ - بين أنه من أجل كل } n \text{ من } N : u_{n+1} = 6 - \frac{20}{u_n + 3}$$

$$\text{ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل } n \text{ من } N : \frac{3}{2} \leq u_n \leq 2$$

ج - بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما ثم استنتج أنها مقاربة.

$$(2) \text{ أ - بين أنه من أجل كل } n \text{ من } N : 0 \leq 2 - u_{n+1} \leq \frac{8}{9}(2 - u_n)$$

$$\text{ب - استنتج أنه من أجل كل } n \text{ من } N : 0 \leq 2 - u_n \leq \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{9}\right)^n \text{ ثم استنتج } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

التمرين الرابع:

$$(I) \text{ نعتبر الدالة العددية } g \text{ المعرفة على } R \text{ بـ: } g(x) = 1 - x + e^{x-2}$$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $R$  ثم شكل جدول تغيراتها ( لا يطاب حساب النهايات).

$$(2) \text{ استنتج أنه من أجل كل } x \text{ من } R \text{ لدينا: } g(x) \geq 0$$

$$(II) \text{ لتكن الدالة } f \text{ معرفة على } R \text{ بـ: } f(x) = x - 1 + xe^{2-x}$$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . ( الوحدة هي: 1 cm )

$$(1) \text{ أ - احسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\text{ب - بين أن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{2-x} = 0 \text{ ثم استنتج } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

ج - اثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة:  $y = x - 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$

د - ادرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ .

$$(2) \text{ أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x : f'(x) = e^{2-x} g(x)$$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

ج - بين أن النقطة  $\omega(2;3)$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$

د - اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1

(3) بين أنه يوجد عدد حقيقي  $\alpha$  وحيد من المجال  $]0,1; 0,2[$  يحقق:  $f(\alpha) = 0$

(4) احسب  $f(0)$  ثم أنشئ المنحنى  $(C_f)$  و المماس  $(T)$  و  $(\Delta)$  .

$$(5) \text{ أ - بين أن: } \alpha e^{2-\alpha} = 1 - \alpha$$

$$\text{ب - حل في } R \text{ المتراجحة ذات المجهول الحقيقي } x \text{ التالية: } e^{2-x} \geq \frac{1-\alpha}{\alpha}$$



التمرين الأول:

يحتوي كيس على 7 كريات منها 3 حمراء مرقمة 1، 1، 2 و 4 بيضاء مرقمة 1، 1، 2، 3. نسحب كرتين على التوالي و بدون إرجاع. الكرات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس.

(1) أ - ما احتمال وقوع الحادث التالية؟  $A$  "الحصول على كرتين مختلفتين في اللون"

$B$  "الحصول على كرتين مجموع رقميهما 3" و  $A \cap B$

ب - استنتج  $p(A \cup B)$

(2) ما احتمال سحب كرية تحمل رقما أوليا على الأقل؟

(3) نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل عملية مجموع الرقمين المحصل عليهما.

أ - عين قيم  $X$  ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي  $X$ .

ب - احسب  $P(X^2 - 3X + 2 = 0)$

ج - احسب الانحراف المعياري  $\sigma(X)$

التمرين الثاني:

(1) نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ  $u_0 = 2$  و من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_{n+1} = 1 + 4u_n + \sqrt{1 + 4u_n}$

أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_n > 0$

ب - بين أن المتتالية متزايدة تماما على  $\mathbb{N}$ .

(2)  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \sqrt{1 + 4u_n}$

أ - اوجد عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $v_n$

ب - اثبت أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $(v_{n+1})^2 = 4\left(v_n + \frac{1}{2}\right)^2$  ثم استنتج  $v_{n+1}$  بدلالة  $v_n$

(3) نضع  $w_n = v_n + 1$

أ - اثبت أن  $(w_n)$  هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول  $w_0$ .

ب - اكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $w_n$

(4) أ - بين أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_n = \frac{1}{4}(w_n^2 - 2w_n)$

ب - استنتج بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $u_n$ . هل المتتالية  $(u_n)$  متقاربة؟ علل.

ج - احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

**التمرين الثالث:**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ :  $f(x) = \frac{x}{x-1} - \ln|x-1|$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

(1) أ - احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

ب - بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو معادلة  $x=1$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  .

(2) أ - بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{1\}$  :  $f'(x) = \frac{-x}{(x-1)^2}$

ب - عين اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن للمنحنى  $(C_f)$  نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها .

(4) أ - بين أن  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين أحدها مبدأ المعلم والأخرى فاصلتها  $\alpha$  حيث  $\alpha > 1$  .

ب - تحقق أن:  $4,5 < \alpha < 4,6$

(5) اثبت أن المحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين  $(T_1)$  و  $(T_2)$  معامل توجيه كل منهما يساوي  $(-2)$  ثم اكتب معادلتيهما .

(6) احسب  $f(-6)$  ،  $f(-1)$  ،  $f(-4)$  و  $f(6)$  ثم أنشئ  $(T_1)$  ،  $(T_2)$  والمنحنى  $(C_f)$  .

(7)  $m$  وسيط حقيقي . نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية:

$$m(x-1) = 2x^2 - x - (x-1)\ln|x-1| \dots\dots\dots (E)$$

أ - بين أن حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى مع المستقيم  $(D_m)$  ذا معادلة  $y = -2x + m$  .

ب - عين قيم الوسيط الحقيقي  $m$  التي من أجلها يقطع المنحنى  $(C_f)$  المستقيم  $(D_m)$  في نقطتين متميزتين .

(8) لتكن الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-1;1\}$  بـ :  $h(x) = f(|x|)$

أ - بين أن الدالة  $h$  زوجية .

ب - اشرح كيفية انشاء المنحنى  $(C_h)$  انطلاقا من المنحنى  $(C_f)$  ثم انشئه في نفس المعلم السابق .



التمرين الأول:

اختر الإجابة الصحيحة الوحيدة من بين الإجابات المقترحة مع التعليل.

(1) الشكل المثلثي للعدد المركب  $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}-\sqrt{6}i}$  هو:

أ -  $z = \frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$     ب -  $z = 2 \left( \cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$     ج -  $z = \frac{1}{2} \left( \cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$

(2)  $z = x + iy$  حيث  $x \in \mathbb{R}$  و  $y \in \mathbb{R}^*$ . مجموعة حلول المعادلة  $2 + 4yi = (z + \bar{z})(z - \bar{z})$  هي:

أ -  $\{1+i; -1+i\}$     ب -  $\{1+i; 1-i\}$     ج -  $\{1+i; -1-i\}$

(3) العدد المركب  $z = \frac{a-b}{1+ab}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان مركبان مختلفان حيث  $|a|=|b|=1$  هو:

أ - تخيلي صرف    ب - حقيقي سالب    ج - حقيقي موجب

(4) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

مجموعة النقط  $M(z)$  التي تحقق  $|iz - 3i| = |z|$  هي:

أ - دائرة مركزها المبدأ ونصف قطرها 3    ب - مجموعة خالية    ج - محور القطعة  $[OA]$  حيث  $A(3;0)$

(5) العدد المركب  $(1+i)^{2020}$  يساوي: أ -  $2^{1010}$     ب -  $-4^{505}$     ج -  $4^{505} \times i$

التمرين الثاني:

$(u_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ  $u_0 = 0$  ،  $u_1 = 1$  ومن أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n$

نضع من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$  و  $w_n = 5^n u_n$

(1) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{5}$  يطلب حساب حدها الأول  $v_0$ .

(2) بين أن المتتالية  $(w_n)$  حسابية أساسها 5 يطلب حساب حدها الأول  $w_0$ .

(3) اكتب بدلالة  $n$  عبارة كلا من  $v_n$  و  $w_n$  ثم استنتج أن:  $u_n = \frac{n}{5^{n-1}}$

(4) أ - بين أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ :  $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$  ( يمكن البرهنة على أن:  $u_{n+1} - \frac{2}{5}u_n \leq 0$  )

ب - بين أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ :  $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$  ثم استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ .

### التمرين الثالث:

يضم كيس خمس كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 وثلاث كريات حمراء مرقمة من 4 إلى 6 وكريتين خضراوين تحملان الرقمين 5 و 6 ( الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كريتين من الكيس في آن واحد.

- (1) ما احتمال وقوع الأحداث التالية:  $A$  " الكريتان المسحوبتان تحملان رقمين أوليين " .  
 $B$  " الكريتان المسحوبتان من نفس اللون " ،  $C$  " الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين "
- (2) ما احتمال سحب رقم زوجي على الأقل ؟
- (3) احسب  $p(A \cap B)$  ثم استنتج  $p(A \cup B)$
- (4) ما هو عدد الكريات البيضاء الممكن إضافتها إلى الكيس حتى يكون عدد الحالات الممكنة يساوي 120 ؟

### التمرين الرابع:

- (I) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0;1\}$  بـ :  $f(x) = \ln[(x^2 - x)^2]$
- $(C_f)$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
  - (2) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  من  $D_f$  إشارة العبارة:  $A(x) = (4x - 2)(x^2 - x)$
  - (3) أ - بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{0;1\}$  :  $f'(x) = \frac{4x - 2}{x^2 - x}$
  - (4) أ - بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{0;1\}$  :  $f(1 - x) = f(x)$  و  $(1 - x) \in \mathbb{R} - \{0;1\}$   
ب - ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني  $(C_f)$  ؟  
ج - شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $D_f$  .
  - (5) أ - حل في  $[0; +\infty[ \cup ]\frac{1}{2}; 1[$  المعادلة  $f(x) = 0$  .  
ب - استنتج حلول المعادلة  $f(x) = 0$  على  $\mathbb{R} - \{0;1\}$  ثم فسر النتيجة بيانيا.  
ج - استنتج إشارة  $f(x)$  على  $D_f$  (يمكن الاستعانة بجدول التغيرات)
  - (6) انشئ بدقة المنحني  $(C_f)$  على  $[-2; 0[ \cup ]0; 1[ \cup ]1; 3]$  .
  - (7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $|x^2 - x| = \sqrt{e^m}$
- (II) لتكن الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0;1\}$  بـ :  $g(x) = [f(x)]^2$
- (1) عبر عن  $g'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$  .
  - (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  . (لا يطلب إيجاد عبارة  $g(x)$ )
  - (3) شكل جدول تغيرات الدالة  $g$  على  $\mathbb{R} - \{0;1\}$  .