

اختر أحد الموضوعين وأجب عنهالموضوع الأول (20 نقطة)التمرين الأول: (06 ن)

f و g دالتين معرفتين على المجال $]0, +\infty[$ بالعلاقة : $f(x) = x + \frac{2\ln x}{x}$ و $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$

أجب بصح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1. f قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ وإشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$.
2. على المجال $]0, +\infty[$ إشارة g' هي إشارة $x-1$.
3. g تقبل قيمة حدية عظمي تساوي 3 على $]0, +\infty[$.
4. f متناقصة على المجال $]0, +\infty[$.
5. المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1 < \alpha < 2$.
6. منحنى الدالة f يقبل مستقيما مقاربا مائلا عند $+\infty$.

التمرين الثاني: (06 ن)

(u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ :

$$\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 40 \\ u_1^2 - u_2^2 + u_3^2 = 150 \end{cases}$$

1. أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .
2. أحسب الأساس r وال حد الأول u_0 ثم أكتب عبارة u_n بدلالة n .
3. هل 2015 حد من حدود المتتالية (u_n) ؟
4. أ- أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 ب- عين قيمة العدد الطبيعي n حيث : $S_n = 330$
5. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_{2n+1}$
 أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
 ب- أحسب بدلالة n المجموع : $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثالث: (08 ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \frac{-x^2 - 3x - 3}{x + 2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$

1. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$
2. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة بيانيا.
3. أ- بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) .
ب- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .
4. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
5. بين أن نقطة تقاطع المستقيمين المقاريين هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
6. أكتب معادلة المستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
7. أ- أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمات المقاربة.
8. أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما على الترتيب $x = -5$ و $x = -3$
- ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = m$
9. لتكن الدالة h معرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بالعلاقة : $h(x) = |f(x)|$.
أ- أدرس إشارة $f(x)$.
ب- أكتب عبارة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.
ج- اشرح كيف يمكن انشاء منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20 نقطة)

التمرين الأول (07ن):

أجب بصح أو خطأ مع تصحيح الخطأ إن وجد:

1. دالة أصلية على المجال $]0; +\infty[$ للدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{3x^3+2}{2x^2}$ هي الدالة F المعرفة بـ: $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{x}$.
2. f دالة سالبة تماما على $[1;3]$. إذا كانت F دالة أصلية على $[1;3]$ فإن: $F(2,1) > F(2,2)$.
3. دالة أصلية للدالة $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ على $]0; +\infty[$ هي الدالة G المعرفة بـ: $G(x) = \ln \frac{x}{x+1}$.
4. مجموعة حلول المتراجحة $x \ln(0,2) - 5 \geq 0$ هي: المجال $\left] -\infty; \frac{5}{\ln(0,2)} \right]$.
5. إذا كانت $f(x) = x \ln x$ فإن $f'(x) = 1 + \frac{1}{x}$.
6. الدالة $f: x \mapsto \ln(x^2 - 1)$ متناقصة تماما على $]1; +\infty[$.
7. المعادلة $\ln x^2 = \ln(3x+4)$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني (06ن):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0 = 7$ و $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - \frac{3}{4}$

1. أحسب u_1 ، u_2 .
2. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -1$.
3. بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{4}(u_n + 1)$.
4. أدرس اتجاه تغير (u_n) . ماذا تستنتج؟
5. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n + 1$.
أ- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .
ب- عبر عن v_n و u_n بدلالة n .
6. أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.
7. أحسب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
8. أحسب المجموع: $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة: $f(x) = 2 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجةين بيانياً .

2. أ- أحسب الدالة المشتقة للدالة ثم أدرس إشارتها .

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ- حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة $f(x) = 2$ ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2$.

ب -أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

4. أرسم (C_f) و (Δ) .

5. لتكن الدالة H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $H(x) = \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

أ- بين ان H أصلية للدالة h حيث من أجل كل عدد x من المجال $]0; +\infty[$: $h(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$

ب- أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمات التي معادلاتها $x = e$ و $x = 3$

مع تمنيات أستاذة المادة لكم بالتوفيق