

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الموسم الدراسي: 2018/2019

ثانوية ساجي مختار - السمار

الفرض الثاني للفصل الثاني في الرياضيات

المدة:  ساعة

المستوى: 02 رياضيات

التمرين الأول:

1. بسط العبارة : $A = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(x - \pi) + \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + \cos(x + \pi)$

2. في المستوي الموجه لدينا : $(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\pi}{4}$ ، عين قيسا لكل زاوية من الزوايا الموجهة التالية :

3. $(\vec{v}; \vec{u})$ $(3\vec{v}; 2\vec{u})$ $(2\vec{v}; -3\vec{u})$ $(-3\vec{v}; 7\vec{u})$ $(-\vec{v}; -\vec{u})$

4. لتكن A و B نقطتين من الدائرة المثلثية حيث : $(-3\vec{OI}, \vec{AO}) = \frac{\pi}{6}$ $(3\vec{OI}, 4\vec{OB}) = \frac{3\pi}{4}$

• عين قيسا للزوايا الموجهة : $(\vec{OA}, \vec{OB})$.

5. ليكن $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{151\pi}{3}$ ، $(-\vec{AB}, \vec{BC}) = \frac{211\pi}{3}$

• ماذا يمكن القول عن المثلث (ABC)

التمرين الثاني:

1. • أوجد في $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ مجموعة حلول المتراجحة $S : -\sqrt{2} \cos \theta - 1 \leq 0$

• أحسب : $\cos(S)$

• لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $OM = \cos \theta$ و $\theta \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ و O نقطة ثابتة من المستوي

حدد مجموعة النقط (E) ، ثم مثلها .

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية : $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

التمرين الثالث:

A و B نقطتان ، نرمز بالرمز f إلى التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ، النقطة M'

تحقق $\vec{MM'} = 2\vec{MA} + \vec{MB}$ ، وليكن G مرجح اجملة المثقلة $\{(A;2); (B;1)\}$.

• أنشئ النقطة G و أثبت أن $\vec{GM'} = -2\vec{GM}$. ثم إستنتج طبيعة التحويل النقطي f .

أحيانا تأتي الصعوبات لتضيف المتعة في طريقك نحو النجاح

تصحيح الفرض الثاني للفصل الثاني في مادة الرياضيات

22 فيفري 2019

حل التمرين 1

1 تبسيط العبارة : $A = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(x - \pi) + \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + \cos(x + \pi)$

نعلم أن : $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$ و $\sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos(x)$ و $\cos(x - \pi) = -\cos(x)$ و $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(x)$

ومنه : $A = \sin(x) - 3\cos(x)$

2 في المستوي الموجه لدينا : $(\vec{U}; \vec{V}) = \frac{\pi}{4}$

$$(2\vec{V}; -3\vec{U}) = (\vec{V}; \vec{U}) + \pi = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4} ; (3\vec{V}; 2\vec{U}) = (\vec{V}; \vec{U}) = -\frac{\pi}{4} ; (\vec{V}; \vec{U}) = -(\vec{U}; \vec{V}) = -\frac{\pi}{4}$$

$$(-\vec{V}; -\vec{U}) = (\vec{V}; \vec{U}) = -\frac{\pi}{4} ; (-3\vec{V}; 7\vec{U}) = (\vec{V}; \vec{U}) + \pi = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}$$

3 A و B نقطتين من الدائرة المثلثية حيث : $(3\vec{OI}, 4\vec{OB}) = (\vec{OI}, \vec{OB}) = \frac{3\pi}{4}$ $(-3\vec{OI}, \vec{AO}) = (\vec{OI}, \vec{OA}) = \frac{\pi}{6}$

لدينا حسب علاقة شال : $(\vec{OA}, \vec{OB}) = (\vec{OA}, \vec{OI}) + (\vec{OI}, \vec{OB})$ ومنه : $(\vec{OA}, \vec{OB}) = -\frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{4} = \frac{7\pi}{12}$

4 $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{3}$ ومنه : $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{151\pi}{3} = 50\pi + \frac{\pi}{3}$

$(\vec{BA}, \vec{BC}) = \frac{\pi}{3}$ ومنه : $(-\vec{AB}, \vec{BC}) = \frac{211\pi}{3} = 70\pi + \frac{\pi}{3}$

إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع .

حل التمرين 2

1 • حل المعادلة : $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ أي $\sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ معناه $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

ومنه $2x - \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ أو $2x - \frac{\pi}{3} = -x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ حيث k عدد صحيح نسبي

ومنه $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ أو $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ومنه $3x = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ أو $x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ومنه $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ أو $x = \frac{2k\pi}{3}$ ، ومنه : $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2k\pi}{3} ; k \in \mathbb{Z} \right\}$

2 • إيجاد حلول المتراجحة في المجموعة $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

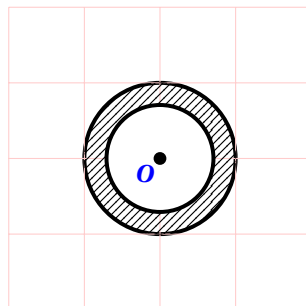
$-\sqrt{2}\cos\theta + 1 \leq 0$ تكافئ $\cos\theta \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ تكافئ $\cos\theta \geq \cos\frac{\pi}{4}$ ومنه : $S = \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

$\cos(S) = \cos\left(\left[0; \frac{\pi}{4}\right]\right) = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}; 1\right]$ •

• تعيين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $OM = \cos\theta$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \leq OM \leq 1$ أي $\cos\theta \in \left[\frac{1}{\sqrt{2}}; 1\right]$ ومنه $\theta \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$

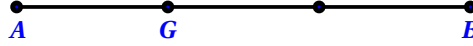
ومنه مجموعة النقط (E) هي قرص نصف قطره 1 ومركزه O ماعدا قرص (دون حافة) الذي نصف قطره $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ومركزه O



A و B نقطتان ، نرمز بالرمز f إلى التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ، النقطة M' تحقق $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ ، وليكن G مرّح اجملة المثقلة $\{(A;2);(B;1)\}$.

1 إنشاء النقطة G

G مرّح اجملة المثقلة $\{(A;2);(B;1)\}$ تكافئ $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ تكافئ $AG = \frac{1}{3}AB$



2 • إثبات أن : $\overrightarrow{GM'} = -2\overrightarrow{GM}$

لدينا : $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ ومنه حسب علاقة شال : $\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GM'} = 2\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}$ تكافئ : $\overrightarrow{GM'} = 2\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}$ تكافئ : $\overrightarrow{GM'} = -2\overrightarrow{GM}$ ومنه المطلوب.

3 f هو تحاكي مرّكه G ونسبته -2 .