

التمرين الأول (4.5ن):

1. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية: $6x - 5y = 7$
2. عين الأعداد الصحيحة النسبية a التي تحقق $\begin{cases} a \equiv 3[5] \\ a \equiv -4[6] \end{cases}$
3. أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 .
ب. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $x^n \equiv 2^n[5]$.
ج. عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $x + x^2 + \dots + x^n \equiv 2[5]$
4. نعتبر العدد الطبيعي A المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس α كما يلي $\overline{1438}$
جد أصغر قيمة للعدد α بحيث يكون: $2017^{2018} + 2018^{2016} + A \equiv 0[5]$

التمرين الثاني (3ن):

نعتبر المتتاليتان (u_n) و (v_n) المعرفتان بـ: $u_0 = 0$ و $v_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_{n+1} = \frac{3v_n+1}{4} \text{ و } u_{n+1} = \frac{3u_n+1}{4}$$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq 1 \leq v_n$
2. بين أن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $t_n = v_n - u_n$ هندسية ثم استنتج نهايتها.
3. أثبت أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان وجد نهايتهما المشتركة.

التمرين الثالث (5ن):

يحتوي كيس على ستة كرات حمراء، أربع منها تحمل الرقم 1 واثنتان تحملان الرقم 2، وثمان كرات خضراء، خمسة منها تحمل الرقم 1 وثلاثة تحمل الرقم 2. الكرات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس.
نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

نعتبر الحدثان: A " سحب كرتين من نفس اللون" و B " سحب كرتين من نفس الرقم"

$$1- \text{ بين أن: } P(A) = \frac{43}{91} \text{ ثم أحسب } P(B).$$

2- أ. علما أن الكرتان المسحوبتان من نفس اللون، ما هو احتمال أن تحملتا نفس الرقم، ثم استنتج $P(A \cap B)$.

3- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله.

ب- احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع (7.5) :

(I) - نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 + x^2 + \ln(x)$.

1. بين الدالة g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$.

2. أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.32 < \alpha < 0.33$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

(II) - نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -x + \frac{2+\ln(x)}{x}$ ، و (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

2. أ. بين أن من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن $f(\alpha) = 2(\frac{1}{2\alpha} - \alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى مستقيم المقارب المائل (Δ) .

6. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

7. أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f) ، علما أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_0 و x_1

حيث $0.1 < x_0 < 0.2$ و $1.5 < x_1 < 1.6$.

8. m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m ، عدد حلول المعادلة: $2 + \ln x - mx = 0$.