

الواجب المنزلي الثالث



I. ABC مثلث قائم في B ومتساوي الساقين $BA = BC = 2cm$

1. لتكن I نقطة من المستوي بحيث : $\vec{AI} = \frac{3}{4}\vec{AB}$ ، بين أن I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,3)\}$ ثم أنشئها.

2. لتكن J مرجح الجملة المثقلة $\{(B,6);(C,-2)\}$ ، أنشئ النقطة J .

3. نعتبر G مرجحا للجملة المثقلة $\{(A,1);(B,3);(C,-1)\}$ ، أنشئ النقطة G .

أ. بين أن G هي نقطة تقاطع (CI) و (AJ) .

ب. أثبت أن النقط I و G على استقامة واحدة.

4. عين ثم أنشئ (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\vec{MA} + 3\vec{MB} - \vec{MC}\| = \|\vec{MA} + 3\vec{MB}\|$

5. عين ثم أنشئ (E_2) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|6\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = 8$

6. أحسب الطول BD اذا علمت أن $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}$.

☑ عين ثم أنشئ (E_3) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\vec{MA} + 3\vec{MB} - \vec{MC}\| = \frac{3}{2}\|\vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC}\|$

II. نزود المستوي بمعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، لتكن النقط $A(0,3)$ و $B(-1,0)$ ، $C(3,1)$

1. أوجد العددين β ، γ حتى تكون النقطة $(0,1)$ مرجحا للجملة: $\{(A,2);(B,\beta);(C,\gamma)\}$.

2. نعتبر الجملة المثقلة $\{(A,2\alpha+2);(B,\alpha+5);(C,\alpha^2-1)\}$ مع عدد حقيقي α .

أ. عين قيم α حتى تقبل الجملة أعلاه مرجحا G_α .

ب. عين قيم α التي من أجلها تكون G_α مركز ثقل المثلث ABC .

نستطيع أن نبلغ في جانبك ولو كان كل الناس يعتقدون أنك غير ناجح

والعكس لا نبلغ أبداً أبداً نعت نعتقد في نفسك أنك غير ناجح

1. تبين أن I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,3)\}$

لدينا: $\vec{AI} = \frac{3}{4}\vec{AB}$ أي $4\vec{AI} = 3(\vec{AI} + \vec{IB})$ أي $\vec{AI} - 3\vec{IB} = \vec{0}$ أي $-\vec{IA} - 3\vec{IB} = \vec{0}$ أي $\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$

ومنه I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,3)\}$

2. J مرجح الجملة المثقلة $\{(B,6);(C,-2)\}$ معناه $\vec{BJ} = -\frac{1}{2}\vec{BC}$

3. G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,3);(C,-1)\}$ معناه $\vec{AG} = \vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$

ل تبين أن G هي نقطة تقاطع (AJ) و (CI)

✓ G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,3);(C,-1)\}$ و J مرجح الجملة المثقلة $\{(B,6);(C,-2)\}$

اذن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(J,4)\}$ ومنه $G \in (AJ)$ (1)

✓ G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,3);(C,-1)\}$ و I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,3)\}$

اذن G مرجح الجملة المثقلة $\{(I,4);(C,-1)\}$ ومنه $G \in (CI)$ (2)

من (1) و (2) نجد G هي نقطة تقاطع (AJ) و (CI)

بد اثبات أن النقط C ، I و G على استقامة واحدة

من السؤال 3. وجدنا $G \in (CI)$ اذن النقط C ، I و G على استقامة واحدة

4. تعيين ثم انشاء (E_1)

معناه $\vec{MA} + 3\vec{MB} - \vec{MC} = \vec{MA} + 3\vec{MB}$ $3MG = \frac{3}{4}[4MI]$ ومنه $MG = MI$

اذن مجموعة النقط هي المستقيم المحوري للقطعة $[GI]$

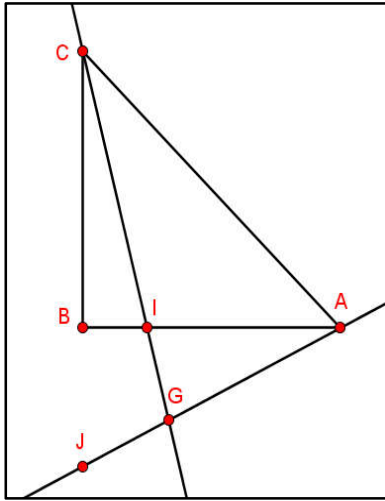
5. تعيين ثم انشاء (E_2)

معناه $6\vec{MB} - 2\vec{MC} = 8$ $4MJ = 8$ ومنه $MJ = 2$ اذن مجموعة النقط هي دائرة مركزها J ونصف قطرها 2

6. حساب الطول BD ثم تعيين (E_3)

✓ بما أن ABC مثلث قائم في B ومتساوي الساقين و $\vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}$ نتحصل على مربع $CBAD$ اذن

$BD^2 = BC^2 + CD^2$ ولدينا $BA = CD$ اذن $BD^2 = BC^2 + BA^2$ بعد التعويض نجد: $BD = 2\sqrt{2}$



$$\left\| \vec{MA} + 3\vec{MB} - \vec{MC} \right\| = \frac{1}{2} \left\| \vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC} \right\| \quad \checkmark$$

نلاحظ أن الشعاع $\vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC}$ مستقل عن M وبالتالي:

$$\vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC} = \vec{MA} + 2\vec{BM} + \vec{MC} = (\vec{BM} + \vec{MA}) + (\vec{BM} + \vec{MC}) = \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BD}$$

$$\left\| \vec{MA} + 3\vec{MB} - \vec{MC} \right\| = \frac{3}{2} \left\| \vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC} \right\| \quad \text{معناه } 3MG = \frac{3}{2} \times BA = \frac{3}{2} \times 2\sqrt{2} \quad \text{ومنه } \boxed{MG = \sqrt{2}} \quad \text{اذن مجموعة}$$

النقطة هي دائرة مركزها G ونصف قطرها $\sqrt{2}$

.II

1. إيجاد العددين β ، γ

$$\begin{cases} x_W = 0 = \frac{2 \times 0 - \beta + 3\gamma}{2 + \beta + \gamma} \\ y_W = 1 = \frac{2 \times 3 + \beta \times 0 + 1 \times \gamma}{2 + \beta + \gamma} \end{cases} \quad \text{النقطة } W(0,1) \text{ مرجحا للجملة: } \{(A,2); (B,\beta); (C,\gamma)\} \quad \text{معناه:}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{4}{3}} \quad \text{و} \quad \boxed{\beta = 4} \quad \text{بعد التبسيط نجد}$$

2.

أ. تعيين قيم α حتى تقبل الجملة أعلاه مرجحا G_α

تقبل الجملة أعلاه مرجحا اذا كان $2\alpha + 2 + \alpha + 5 + \alpha^2 - 1 \neq 0$ أي $\alpha^2 + 3\alpha + 6 \neq 0$ نحل المعادلة بحساب المميز

$$\boxed{\Delta = -15 < 0} \quad \text{المعادلة لا تقبل حل ومنه مهما كانت قيمة } \alpha \text{ الجملة أعلاه تقبل دائما مرجح أي } \boxed{\alpha \in \mathbb{R}}$$

تعيين قيم α التي من أجلها تكون G_α مركز ثقل المثلث ABC

$$G_\alpha \text{ مركز ثقل المثلث } ABC \text{ معناه جميع المعاملات تكون متساوية أي } \underbrace{2\alpha + 2}_\alpha = \underbrace{\alpha + 5}_\beta = \underbrace{\alpha^2 - 1}_\gamma \quad \text{أي } 2\alpha + 2 = \alpha + 5$$

$$\boxed{\alpha = 3} \quad \text{ومن}$$

