درس : كثير الحدود

1/ الدالة كثير الحدود :

تعريف : نسمي الدالة كثير حدود كل دالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي :

$$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0$$

حيث n عدد طبيعي و a_0 ، a_1 ، ... ، a_n أعداد حقيقية ثابتة.

2/ درجة كثير الحدود :

- كل دالة كثير حدود غير معدومة f تكتب بطريقة واحدة حيث :

$$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0 \quad \text{مع} \quad a_n\neq 0$$

يسمى العدد الطبيعي n درجة كثير الحدود f ، تسمى الأعداد a_0 ، a_1 ، ... ، a_n معاملاته

3/ تساوي كثير الحدود :

MD-ROUCHANE

- يكون كثيرا حدود ، غير معدومين، متساويين إذا و فقط إذا كانا من نفس الدرجة و كانت معاملات الحدود من نفس الدرجة متساوية.
- يكون كثير حدود معدوما إذا و فقط إذا كانت كل معاملاته معدومة.

4/ العمليات على كثير حدود :

i. الحساب الجبري لكثير حدود :

1. مجموع، فرق و جداء كثيرات حدود هي كثيرات حدود.
2. مركب كثيري حدود هو كثير حدود.
3. جداء كثيري حدود غير معدومين درجتاهما n و p على الترتيب هو كثير حدود درجته $(n+p)$.

ii. جذر كثير حدود :

f كثير حدود درجته اكبر من او تساوي 1 و α عدد حقيقي حيث

العدد α جذر لكثير الحدود f يعني $f(\alpha)=0$

4/ تحليل كثير حدود باستعمال $(x-\alpha)$:

f كثير حدود درجته اكبر من او تساوي 1 و α عدد حقيقي حيث

اذا كان $f(\alpha)=0$ فانه يوجد كثير حدود g من اجل كل عدد حقيقي x فان

$$f(x)=(x-\alpha)g(x)$$

www.dzexams.com

5/المعادلات من الدرجة الثانية :

- **تعريف :** نسمي معادلة من الدرجة الثانية بمجهول x, كل معادلة تكتب من الشكل $ax^2+bx+c=0$ حيث $a\,,b\,,c$ اعداد حقيقية مع $a\neq 0$

- **الشكل النموذجي للمعادلة من الدرجة الثانية :**

ليكن ax^2+bx+c ثلاثي حدود من الدرجة الثانية $(a\neq 0)$

- **يسمى العدد** b^2-4ac **مميز ثلاثي الحدود** ax^2+bx+c و نرمز إليه بالرمز Δ
- **يسمى** $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$ **الشكل النموذجي لثلاثي الحدود** ax^2+bx+c

- **حل معادلة ثلاثي الحدود** $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$:

باستعمال المميز Δ و الشكل النموذجي نتحصل على ثلاث حالات :

	قيمة المميز Δ	حلول المعادلة $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$	تحليل المعادلة ax^2+bx+c
الحالات الممكنة	$\Delta>0$	$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$a(x-x_1)(x-x_2)$
	$\Delta=0$	$x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$	$a(x-x_1)^2$
	$\Delta<0$	لا توجد حلول في مجموعة الاعداد الحقيقية	لا يمكن تحليل العبارة

MD-ROUCHANE

5/المتراجحات من الدرجة الثانية :

تعريف : نسمي متراجحة من الدرجة الثانية كل متراجحة يمكن كتابتها على شكل الموالي $ax^2+bx+c>0$ او $ax^2+bx+c<0$ حيث $a\,,b\,,c$ اعداد حقيقية مع $a\neq 0$

- **للحل متراجحة نقوم بدراسة إشارة ثلاثي الحدود** ax^2+bx+c **و نتحصل على ثلاث حالات ممكنة**

$\Delta=0$

المعادلة $ax^2+bx+c=0$ **تقبل حل مضاعف** x_1

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
ax^2+bx+c	إشارة a	0	إشارة a

$\Delta>0$

المعادلة $ax^2+bx+c=0$ **تقبل حلين متمايزين** x_1 و x_2

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
ax^2+bx+c		إشارة a	0	إشارة $(-a)$	0	إشارة a	

$\Delta<0$

المعادلة $ax^2+bx+c=0$ **لا تقبل حلول**

من اجل كل عدد حقيقي x , اشارة ax^2+bx+c من إشارة a

www.dzexams.com

MD-ROUCHANE

www.dzexams.com

تطبيقات كثير الحدود

تطبيق 1:

هل الدوال التالية كثيرات حدود ؟ اذا كانت الإجابة بنعم حدد درجتها

$f(x) = (x+1)(x^2-2)$; $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{x+2}$; $f(x) = (\cos x)^2 + 2\cos x + 1$

تطبيق 2:

f دالة كثير حدود معرفة بـــ: $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

1. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = (x+1)(ax^2+bx+c)$$

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة ذات المجهول x : $f(x) = 0$

تطبيق 3:

نعتبر الدالتين كثيري الحدود f و g المعرفتين كمايلي : $f(x) = 2x^2 - 2x$ و $g(x) = -x^2 + 3x - 7$

1. عين كثيرات الحدود التالية: $f+g$ ، $2f-3g$
2. عين كثير الحدود $f \times g$ محددا درجته.

MD-ROUCHANE

تطبيق 4:

f دالة كثير حدود معرفة بـــ: $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

تحقق أن العدد 2 جذر لكثير الحدود f

عين كثير حدود g بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-2)g(x)$

تطبيق 5:

نعتبر ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية f المعرف بـــ: $f(x) = x^2 + 3x - 4$

1. عين الشكل النموذجي لـــ $f(x)$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

أ) $x^2 + 2x = 0$ ب) $x^2 + x + 1 = 0$ جـ) $x^2 - 4x + 4 = 0$ د) $x^2 + x - 6 = 0$

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

أ) $2x^2 + 4x - 6 \le 0$ ب) $-x^2 + 10x - 25 \ge 0$ جـ) $x^2 - x + 4 < 0$

www.dzexams.com