



فيفري 2021

المستوى: الثالث علوم تجريبية

المدة: 2 سا

اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول (6 ن):

1- لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي : $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{9u_n - 49}{u_n - 5}$

أ- احسب الحدود : u_3, u_2, u_1

ب- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : u_n \neq 7$

2- نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة على N كما يلي : $V_n = \frac{1}{u_n - 7}$

أ- بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- اكتب كلا من U_n و V_n بدلالة n .

ج- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

د- احسب بدلالة n المجموع P_n حيث : $P_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n$

التمرين الثاني (14 ن):

(I) دالة معرفة على المجال $]0, +\infty[$ ب : $g(x) = x^2 + 2 - 2 \ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g

(2) استنتج إشارة $g(x)$

(II) دالة معرفة على المجال $]0, +\infty[$ ب : $f(x) = x - 1 + \frac{2 \ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(\vec{0}, \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) ا- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y = x - 1$

(3) ا- بين أن من أجل كل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياتها. اكتب معادلة (T) .

(5) احسب $f(1)$, أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f)

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة :

$$2 \ln x - x(m+1) = 0$$

****بالتوفيق****

التصحيح النموذجي

التمرين الأول (6 ن):

$$u_1 = 13, u_2 = \frac{17}{2}, u_3 = \frac{55}{7} \quad \text{أ-}$$

ب- البرهان بالتراجع

$$2 - \text{أ- } (V_n) \text{ متتالية حسابية أساسها } r = \frac{1}{2} \text{ و حدها الأول } V_0 = -\frac{1}{3}$$

$$\text{ب- } u_n = \frac{1}{\frac{1}{2}n - \frac{1}{3}} + 7, \quad V_n = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2}n$$

$$\text{ج- } S_n = \frac{n+1}{2} \left(\frac{1}{2}n - \frac{2}{3} \right) \text{ و } P_n = n+1 + \frac{7(n+1) \left(\frac{1}{2}n - \frac{2}{3} \right)}{2}$$

التمرين الثاني (14 ن):

أ-

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$$

$$g'(x) = \frac{2x^2 - 2}{x} \quad \text{من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R}$$

الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0,1[$ و متزايدة تماما على المجال $[1, +\infty[$.

$$(2) \text{ إشارة } g(x) : g(x) > 0$$

$$(1. \text{ II}) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty \quad \text{المنحنى } (c_f) \text{ يقبل محور الترتيب } (y=0)$$

كمستقيم مقارب له

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 1) = 0$$

المنحنى (c_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x - 1$ بجوار $(+\infty)$

ب- لما $x \in]0, 1[$: (c_f) يقع تحت (Δ)

لما $x \in]1; +\infty[$: (c_f) يقع فوق (Δ) .

لما $x = 1$: $(c_f) \cap (\Delta) = \{A(1.0)\}$.

3 $f'(x) > 0$ فالدالة f متزايدة تماما على المجال $]0, +\infty[$

$$(4) \quad x_0 = e \text{ و } y = x - 1 + \frac{2}{e}$$

$$(6) \quad f(x) = x + m$$

لما $m \in]-\infty, -1]$ يوجد حل وحيد

لما $m \in \left]-1, -1 + \frac{2}{e}\right[$ يوجد حلان

لما $m = -1 + \frac{2}{e}$ يوجد حل هو e

لما $m \in \left]-1 + \frac{2}{e}, +\infty\right[$ لا يوجد حلول