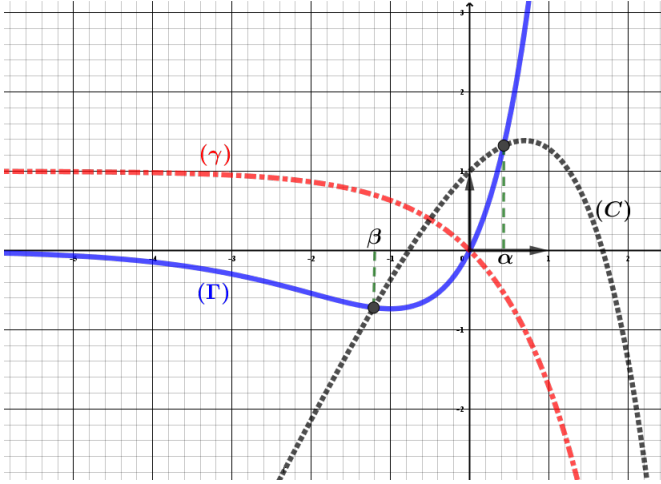


فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة : ساعة ونصف

المستوى : سنة ثالثة شعبة علوم تجريبية

نص التمرين : 20 نقطة



I - يُنسب المستوي لمعلم متعامد ومتجانس .

◀ (γ) ، (Γ) و (C) هم على الترتيب

التمثيلات البيانية للدوال $x \mapsto 1 - e^x$ و $x \mapsto 2xe^x$ و $x \mapsto 2x + 2 - e^x$

◀ (Γ) و (C) يتقاطعان في نقطتين

فاصلتهما α و β .

◀ نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = 2xe^x + e^x - 1$$

① بقراءة بيانية : حدد حسب قيم العدد

الحقيقي x وضعية (Γ) بالنسبة إلى (γ) .

② استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II - لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x(e^x - 1)^2$.

◀ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm) .

① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

② أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (e^x - 1)g(x)$.

③ أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

④ أ - أثبت أن المستقيم $y = x$: (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) في جوار $-\infty$ (تعطى : $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$) .

ب - أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

⑤ أ - أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة 0 .

ج - أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) ، ما ذا تمثل النقطة A بالنسبة لـ (C_f) ؟ علل إجابتك ؟

⑥ أ - أثبت أن (C_f) يقبل مماسين (T_α) عند $x_0 = \alpha$ و (T_β) عند $x_0 = \beta$ موازيين للمستقيم (Δ) .

ب - بين أن : $(T_\alpha) : y = x - \frac{4\alpha^2 + 4\alpha^3}{1 + 4\alpha + 4\alpha^2}$ و $(T_\beta) : y = x - \frac{4\beta^2 + 4\beta^3}{1 + 4\beta + 4\beta^2}$.

⑦ أنشئ المنحنى (C_f) ، (Δ) ، (T_α) و (T_β) (نأخذ : $\alpha \approx 0.43$ و $\beta \approx -1.21$) .

⑧ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x - m$.

* بالتوفيق في شهادة البكالوريا * 2023 *