

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : 04 نقاط

- يحتوي كيس على 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 0, 1, 1, 2 و 4 كرات حمراء تحمل الأرقام 1, 1, 2, 2 .
نسحب عشوائيا في ان واحد 3 كرات من الكيس .
(1) أحسب عدد الحالات الممكنة للسحب .
(2) أحسب احتمال الحصول على :
أ - ثلاث كرات من نفس اللون .
ب - ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .
ت - ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .
(3) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .
أ - عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .
ب - أحسب الأمل الرياضي .
ت - أحسب التباين والإخلاف المعياري .

التمرين الثاني : 04 نقاط

- (1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $(z^2 + 3)(z^2 - 6z + 21) = 0$
(2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقط : $A; B; C$ و D التي لواحقتها على الترتيب : $z_A = \sqrt{3}i$; $z_B = -\sqrt{3}i$; $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$; $z_D = \overline{z_C}$
- بين أن النقط $A; B; C$ و D تنتمي الى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $z_\Omega = 3$ يطلب تعيين نصف قطرها .
(3) لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة لمبدأ المعلم O .
أ - بين أن : $(z_C - z_B) = e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_E - z_B)$ ثم إستنتج طبيعة المثلث BEC .
ب - بين انه يوجد دوران R مركزه النقطة B و يحول النقطة E إلى النقطة C . يطلب تعيين زاويته .
(4) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :
$$z' + i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + i\sqrt{3})$$

أ - عين طبيعة S و عناصره المميزة .
ب - عين طبيعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي
ت - عين طبيعة (E') صورة (E) بالتحويل S وعناصرها الهندسية .

نعتبر (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 4$ والعلاقة التراجعية : $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2u_n - 1}$.

(1) $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$: كما يلي : $[1; +\infty[$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوى المنسوب الى معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

أ- أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)
ث- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

ج- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n > 1$.

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \ln\left(1 - \frac{1}{u_n}\right)$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب- أكتب v_n بدلالة n . ثم إستنتج أن : $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$ تحقق من صحة تخمينك حول اتجاه التغير و التقارب.

التمرين الرابع : 07 نقاط

الجزء الأول : لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2 - x + e^x$

1- أدرس تغيرات الدالة g . ثم شكل جدول تغيراتها.

2- إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x) > 0$.

الجزء الثاني : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, فسر النتيجةين بيانيا.

- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) لجوار $+\infty$.

- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = e^{-x} \cdot g(x)$.

أ- إستنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها.

ت- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند نقطة الإنعطاف.

ث- بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0,30 \leq \alpha \leq 0,40$.

3- أنشئ (T) , (Δ) والمنحنى (C_f) .

4- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $x - f(x) = f'(x) - 1 - e^{-x}$.

- أحسب مساحة للحيز المستوي S_α المحدد بالمنحنى (C_f) , و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين

الموضوع الثاني

التمرين الأول : 04 نقاط

لدينا U_1 , U_2 و U_3 ثلاث صناديق .

يحتوي الصندوق U_1 على 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و يحتوي الصندوق U_2 على كرتين حمراوين و 4 كرات خضراء و يحتوي الصندوق U_3 على كرتين حمراوين و 3 كرات خضراء .

نسحب من أحد الصناديق عشوائيا كرة واحدة .

- (1) أنشئ شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.
- (2) ماهو إحتمال سحب كرة خضراء من الصندوق U_2 .
- (3) أحسب إحتمال سحب كرة خضراء .
- (4) علما أن الكرة المسحوبة خضراء ما هو إحتمال أنها من الصندوق U_2 ؟

التمرين الثاني : 05 نقاط

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$, نعتبر النقط A , B و C التي لاحقاتها $z_A = 2$, $z_B = 1 + i\sqrt{3}$, $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .

1. أ. أنشئ النقط A , B و C .

ب. أكتب كل من z_C , z_B و $\frac{z_B}{z_C}$ على الشكل الاسي . إستنتج طبيعة المثلث OBC .

2- اثبت أن نوع الرباعي $OBAC$ هو معين .

3- لتكن (γ) مجموعة النقط $M(Z)$ من المستوى حيث : $|z| = |z - 2|$ عين ثم أنشئ المجموعة (γ) .

II- f تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z حيث $z \neq z_A$, النقطة M' ذات اللاحقة z'

$$\text{حيث : } z' = \frac{-4}{z-2}$$

1. أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z' = z$

ب- استنتج صورتى النقطتين B , C بواسطة التحويل f .

$$2. \text{ أثبت أن : } |z' - 2| = \frac{2|z|}{|z - 2|}$$

3. بين أنه عندما تمسح النقطة M المجموعة (γ) , فإن النقطة M' تمسح دائرة (C) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها , ارسم الدائرة (C) .

التمرين الثالث : 04 نقاط

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(-2; 2; -1)$, $B(1; -2; 1)$, $C(-1; 4; -1)$

1- بين أن النقط A , B , C تعين مستويا .

- تحقق أن $\vec{n}(2; -1; -5)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) . ثم إستنتج معادلة ديكارتية له .

2- ليكن المستوي (P) ذي المعادلة الديكارتية $2x - y + z - 3 = 0$.

أ) بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان .

ب) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (ABC) .

- ت) أحسب المسافة بين النقطة $F(1;-2;0)$ وكل من المستويين (ABC) و (P) ثم إستنتج $d(F;(\Delta))$
- 3- عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $d(M;(P)) = \sqrt{5} \times d(M;(ABC))$.

التمرين الرابع : 07 نقاط

الجزء الأول : لتكن الدالة g المعرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x + \ln(2x)$

- 1) أدرس تغيرات الدالة g . ثم شكل جدول تغيراتها .
 - 2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $[1; +\infty[$ حلا وحيدا α . ثم بين أن : $1 + \ln(2\alpha) = \alpha$
 - 3) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 + \ln(2u_n)$.
- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$, نسمي (C_h) منحنى الدالة $h(x) = 1 + \ln(2x)$
- أ- بين كيفية إنشاء المنحنى (C_h) من خلال التمثيل البياني للدالة المرجعية : $x \mapsto \ln x$.
 - ب- بإستعمال المنحنى (C_h) مثل على حامل محور الفواصل الحدود : u_0, u_1, u_2 و u_3 .
 - ت- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 3$.
 - ث- إستنتج إجهاد تغير المتتالية (u_n) وتقاربها . عين نهايتها .

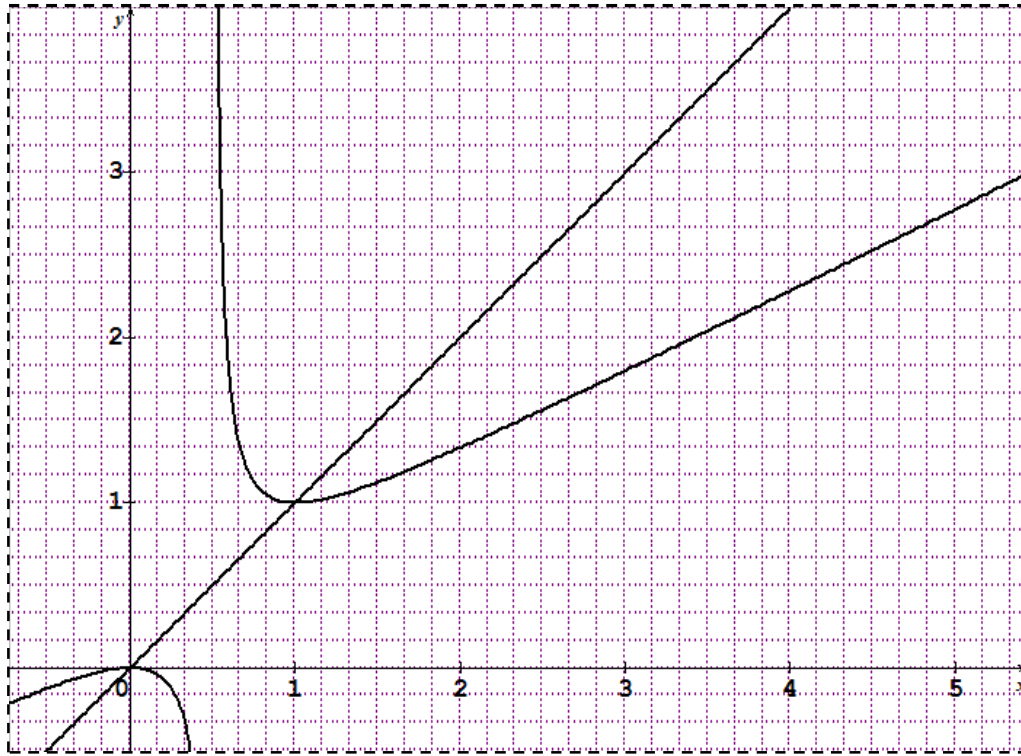
الجزء الثاني : لتكن الدالة f المعرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = (x-1)e^{1-x}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة $\|\vec{i}\| = 2cm$.

- 1- من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ نضع : $F(x) = \int_1^x f(t) dt$.
- 2- بين أنه من أجل كل $x \geq 1$ فإن : $f(x) \geq 0$ ثم إستنتج أن الدالة F متزايدة على المجال $[1; +\infty[$.
- 3- بإستعمال المكاملة بالتجزئة , أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ فإن : $F(x) = 1 - xe^{1-x}$.
- 4- بين أن المعادلة $F(x) = \frac{1}{2}$ تكافئ المعادلة : $1 + \ln(2x) = x$.
- 5- λ عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 1 . نسمي S_λ جزء المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) , ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=\lambda$. عين العدد λ بحيث يكون $S_\lambda = 2 . cm^2$.

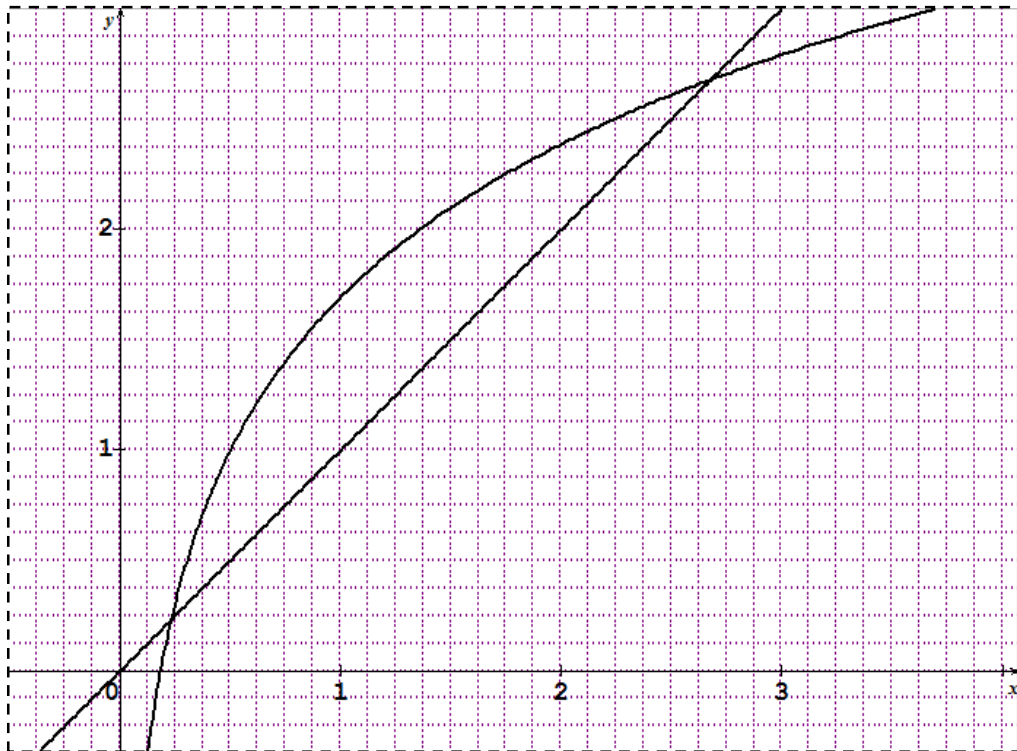
إنتهى الموضوع الثاني

خاص بالتمرين الثالث – الموضوع الأول :



الإسم واللقب : قسم :

خاص بالتمرين الرابع – الموضوع الثاني :



الإسم واللقب : قسم :