



دورة جوان 2008:

التمرين الثاني (5 نقط)

- (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_n = 3n + 1$.
- 1/ احسب u_0, u_1, u_2 .
- 2/ بين أن (u_n) حسابية يطلب تعيين أساسها . عين اتجاه تغير (u_n) .
- 3/ تحقق أن العدد 2008 حد من حدود المتتالية (u_n) . ما رتبته؟
- 4 / احسب المجموع : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$

التمرين الأول (6 نقط)

- (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_1 = 7$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1} = 2u_n + 1$
- 1) احسب u_2, u_3, u_4 .
- 2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نعرف المتتالية (v_n) كما يأتي : $v_n = u_n + 1$.
- أ - أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_1 .
- ب - اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .
- ج- نضع : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ، احسب S_n بدلالة n .
- د - عين n علما أن $S_n = 1016$.

دورة جوان 2009:

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحدها الأول $u_1 = 2$ و بالعلاقة $u_2 - 2u_5 = 19$.
- 1) أ- احسب الأساس r للمتتالية (u_n) .
- ب- احسب الحد العاشر
- 2) اكتب عبارة u_n بدلالة n .
- 3) بين أن العدد (-2008) هو حدا من حدود (u_n) . محددا رتبته.
- 4) احسب المجموع : $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{671}$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

- (u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ و أساسها موجب.
- 1- عيّن أساس هذه المتتالية و حدّها الأول u_0 إذا علمت أن: $u_3 = 144$ و $u_5 = 576$.
 - 2- نتحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 18 \times 2^n$
 - 3- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$, ثم استنتج قيمة العدد الطبيعي n حيث: $i_n = 1134$

دورة جوان 2010:

التمرين الثاني: (05 نقاط)

- (I) (u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بالحدين: $u_{10} = 31$ و $u_{15} = 46$
- 1- عيّن أساسها و حدّها الأول u_0 .
 - 2- أكتب u_n بدلالة n .
 - 3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية (u_n).
 - 4- أحسب المجموع S : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2009}$
- (II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 2 \times 8^n$
- 1- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول v_0 .
 - 2- أحسب بدلالة n المجموع S' : $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

التمرين الثالث: (07 نقاط)

- (u_n) متتالية هندسية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$, أساسها q و حدّها الأول u_0
- حيث: $u_1 = 6$ و $u_4 = 48$
1. أ- أحسب الأساس والحدّ الأول للمتتالية (u_n).
ب- استنتج أنّ عبارة الحدّ العام للمتتالية (u_n) هي: $u_n = 3 \times 2^n$.
 2. أ- علماً أنّ $2^8 = 256$; بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n).
ب- أحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$.
 3. (v_n) متتالية عددية معرفة بـ: $v_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = 2v_n - 1$
أ- احسب: v_1, v_2, v_3 .
ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3 \times 2^n + 1$.
ج- أحسب المجموع S' حيث: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(I) (u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}$ بالحددين: $u_{10} = 31$ و $u_{15} = 46$

1- عيّن أساسها و حدّها الأول u_0 .

2- أكتب u_n بدلالة n .

3- بيّن أن 6028 حدّ من حدود المتتالية (u_n) .

4- أحسب المجموع S : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2009}$

(II) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 2 \times 8^n$.

1- بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

2- أحسب بدلالة n المجموع S' : $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(2) أ- علماً أنّ $2^8 = 256$ ؛ بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n) .

ب- أحسب المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_7$.

3. (v_n) متتالية عددية معرفة بـ: $v_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = 2v_n - 1$

أ- احسب: v_1, v_2, v_3 .

ب- برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3 \times 2^n + 1$

ج- أحسب المجموع S' حيث: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_7$.

دورة جوان 2011:

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(أ) (u_n) متتالية هندسية أساسها 3 وحدّها الأول u_0 بحيث: $u_0 + u_3 = 28$

1. احسب u_0 ، ثمّ اكتب الحد العام u_n بدلالة n .

2. احسب المجموع: $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_9$.

(ب) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها العام: $v_n = 1 - 5n$.

1. بيّن أنّ (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها ثمّ استنتج اتجاه تغيّرها.

2. احسب المجموع: $S_2 = v_0 + v_1 + \dots + v_9$.

(ج) نعتبر المتتالية (k_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها العام: $k_n = 1 + 3^n - 5n$

- تحقّق أنّ: $k_n = u_n + v_n$ ثمّ احسب المجموع: $S = k_0 + k_1 + \dots + k_9$

التمرين الثالث: (06 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ بحديهما العام: $u_n = -2n$ و $v_n = 3^{-2n}$ عيّن في كلّ حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل.

1	2	3	اقتراح 1	اقتراح 2	اقتراح 3
1	2	3	هندسية	حسابية	لا حسابية ولا هندسية
2	3	4	الحد الخامس والأربعون للمتتالية (u_n) يساوي		
3	4	5	المجموع $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ يساوي		
4	5	6	(v_n) هي متتالية هندسية أساسها		
5	6	7	المتتالية (v_n)		
			متزايدة	متناقصة	ليست رتيبة

دورة جوان 2012:

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a, b, c ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية حسابية متزايدة أساسها r حيث: $a + b + c = 9$
1. أ) احسب b ثم اكتب a و c بدلالة r .

ب) علّم أنّ: $a \times c = -16$

- عيّن الأساس r ثم استنتج a و c .

2. (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = -2$ و أساسها 5 .

أ) عبّر عن الحد العام u_n بدلالة n .

ب) احسب u_{15} ثم استنتج المجموع: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{15}$

3. (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $8v_n - u_n = 0$

- احسب المجموع: $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{15}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية متزايدة ، أساسها r ، حدّها الأول u_1 و $u_3 = 7$.

1. أ) احسب بدلالة r الجداثين : $T_1 = u_1 \times u_5$ و $T_2 = u_2 \times u_4$

ب) عيّن الأساس r بحيث : $T_2 - T_1 = 27$

2. نضع $r = 3$.

أ) اكتب عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

بيّن أن : $S_n = \frac{3n^2 - n}{2}$

ج) جد العدد الطبيعي n بحيث : $S_n = 145$

3. أ) اكتب الحدّ u_{n+5} بدلالة العدد الطبيعي n .

ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $\frac{u_{n+5}}{n} = 3 + \frac{13}{n}$

ج) استنتج الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\frac{u_{n+5}}{n}$ طبيعيا .

دورة جوان 2013:

التمرين الأول: (06 نقاط)

(v_n) متتالية هندسية حدّها الأول $v_0 = 2$ وأساسها 3.

1- أ) عبّر عن v_n بدلالة n .

ب) احسب بدلالة n الفرق $v_{n+1} - v_n$ ، ثمّ استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (v_n) .

2- نضع، من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$.

أ) احسب بدلالة n المجموع S_n .

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث : $S_n = 80$.

ج) أثبت بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^n - 1$ يقبل القسمة على 2 .

التمرين الأول: (06 نقاط)

- 1- احسب u_0 .
 2- بين أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 5n + 1$.
 3- عين العدد الطبيعي n بحيث: $u_{n+1} + u_n - 8n = 4033$.
 4- احسب المجموع: $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2013}$.
 5- المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $v_n = 2u_n + 1$.
 أ) ادرس اتجاه تغير المتتالية (v_n) .
 ب) احسب المجموع: $S' = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{2013}$.

دورة جوان 2014 :

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة، في كل حالة من الحالات الأربعة الآتية، مع التعليل:

- (1) (u_n) متتالية حسابية أساسها 3 وحدها $u_2 = 1$. الحد العام للمتتالية (u_n) هو :
 أ) $u_n = 1 + 3n$ (ب) $u_n = 7 + 3n$ (ج) $u_n = -5 + 3n$
- (2) n عدد طبيعي . المجموع $1 + 2 + 3 + \dots + n$ يساوي :
 أ) $\frac{n^2 + n}{2}$ (ب) $\frac{n(n-1)}{2}$ (ج) $\frac{n^2 + 1}{2}$
- (3) x عدد حقيقي . تكون الأعداد $x - 2$ ، x ، $x + 1$ بهذا الترتيب حدودا متعاقبة لمتتالية هندسية إذا كان : أ) $x = 3$ (ب) $x = 5$ (ج) $x = -2$
- (4) (v_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ ، حدها العام $v_n = 2 \times 3^{n+1}$. أساس المتتالية (v_n) هو :
 أ) 2 (ب) 3 (ج) 6

التمرين الأول: (06 نقاط)

(v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ؛ $v_{n+1} = 5v_n + 4$

(1) احسب: v_1 ، v_2 و v_3

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n = v_n + 1$

أ- بين أن (u_n) متتالية هندسية أساسها $q = 5$ وحدها الأول $u_0 = 2$

ب- اكتب u_n بدلالة n واستنتج v_n بدلالة n

ج- حلّ العدد 1250 إلى جداء عوامل أولية واستنتج أنه حد من حدود المتتالية (u_n)

(3) أ- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

ب- احسب بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

دورة جوان 2015:

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية التي حدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $u_0 = 2$ و $q = 3$.

(1) احسب u_1 و u_2 .

(2) اكتب u_n بدلالة n ثم استنتج u_5 .

(3) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

(4) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$.

ب) استنتج قيمة المجموع: $2 + 6 + 18 + \dots + 486$.

(5) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4 .

ب) استنتج أنه لكل k من $\mathbb{N}$ ؛ $3^{4k} \equiv 1[5]$.

(6) عيّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلا للقسمة على 5.

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_1 وأساسها r حيث: $u_2 = \frac{1}{2}$ و $u_1 - u_3 = 5$

(1) أ) بين أن: $u_1 + u_3 = 1$.

ب) عيّن الحدّ الأول u_1 ؛ ثم استنتج أن $r = -\frac{5}{2}$.

(2) اكتب u_n بدلالة n .

(3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n = -\frac{657}{2}$.

(4) n عدد طبيعي غير معدوم ، نضع: $T_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n$.

أ) تحقّق أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$.

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$.

دورة جوان 2016:

التمرين الثاني: (07 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_n = 3n - 2$.

- (1) احسب u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 .
- (2) بين أن المتتالية (u_n) حسابية و عين أساسها .
- (3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- (4) بين أن العدد 1954 حد من حدود المتتالية (u_n) و عين رتبته.
- (5) أ) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
ب) عين العدد n بحيث يكون : $S_n = 328$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) التي أساسها 3 وحدها الأول u_0 وتحقق : $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = 10$.

- (1) احسب الحد الأول u_0 .
- (2) اكتب الحد العام u_n بدلالة n .
- (3) عين العدد الطبيعي n بحيث : $u_n = 145$.
- (4) احسب المجموع S بحيث : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{49}$.
- (5) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $v_n = 2u_n + 3$.
احسب المجموع S' بحيث : $S' = v_0 + v_1 + \dots + v_{49}$.

دورة جوان 2017:

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما ، معرفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_1 = 20$ و $u_3 = 320$.

- (1) بين أن أساس المتتالية (u_n) هو 4 وحدها الأول هو 5.
- (2) اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n ثم استنتج قيمة حدها السابع.
- (3) أ) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S حيث $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
ب) استنتج قيمة المجموع S' حيث $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_6$.

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية معرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0 = -5$ و $u_3 + u_7 = 50$.

- (1) عين الأساس r للمتتالية (u_n) .
- (2) بين أن : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 6n - 5$.
- (3) اثبت أن العدد 2017 حد من حدود المتتالية (u_n) ، ماهي رتبته ؟
- (4) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S حيث $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

دورة جوان 2018:

تمرين الموضوع الاول (6 نقاط):

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

(1) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = n^2 - 1$

المتتالية (u_n) : (أ) متزايدة تماما (ب) متناقصة تماما (ج) ليست رتيبة

(2) (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$

عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) هي:

(أ) $v_n = 3 \times 2^n$ (ب) $v_n = 3 \times 2^{n-1}$ (ج) $v_n = 2 \times 3^n$

المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ يساوي :

(أ) $3(2^n - 1)$ (ب) $(2^n - 1)$ (ج) $2(3^n - 1)$

(3) صندوق به 10 كريات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20، نسحب عشوائيا كرية واحدة.

احتمال الحصول على كرية تحمل عددا مضاعفا لـ 3 هو:

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{3}{10}$ (ج) $\frac{7}{10}$

احتمال الحصول على كرية تحمل عددا فرديا ومضاعفا لـ 3 هو:

(أ) $\frac{9}{10}$ (ب) $\frac{3}{10}$ (ج) $\frac{1}{10}$

تمرين الموضوع الثاني (6 نقاط):

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدها الأول u_0 و أساسها q حيث:

$u_0 + u_1 = 30$ و $u_0 \times u_2 = 576$

(1) يبين أن $u_1 = 24$ ، ثم استنتج قيمة u_0 .

(2) يبين أن $q = 4$ ، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

(3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(4) احسب 4^4 ، ثم تحقق أن العدد 1536 حد من حدود المتتالية (u_n) و عين رتبته .

(5) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.