

التمرين الأول: (10 نقاط)

I / المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$.
 لتكن النقط $A(-1; 2)$ ، $B(3; 0)$ ، $C(-3; -2)$ و $D(1; -4)$ ،
 ولتكن النقطة I منتصف القطعة: $[BC]$.

1/ أحسب إحداثي النقطة I ثم علم النقط A ، B ، C ، D و I .

2 / ا/ بين أن المثلث ABC قائم في A .

ب/ أكتب معادلة ديكارتية للدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC .

ج/ أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المماس للدائرة (γ) في النقطة A .

3 / لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي حيث: $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 0$.

ا/ أثبت أن (Γ) هي دائرة مركزها النقطة D ونصف قطرها R يُطلب تعيينه.

ب/ تحقق حسابيا أن $A \in (\Gamma)$ ، ثم حدد بدقة $d(D; (\Delta))$ المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) .

ج/ استنتج الوضعية النسبية لكل من المستقيم (Δ) و الدائرة (Γ) ، ثم أنشئ كلا منهما.

4 / ا/ أحسب $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC}$ ، ثم استنتج قيمة بالدرجات لقيس الزاوية $\widehat{DBC}$.

ب/ أحسب مساحة المثلث DBC .

5 / حدد طبيعة وعناصر (E) مجموعة النقط N من المستوي التي تحقق: $NB^2 + NC^2 = 22$.

II / 1 / تأكد أن: $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$.

2 / أحسب القيمة المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

3 / علما أن: $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ ، أحسب $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$.

التمرين الثاني: (10 نقاط)

لتكن (U_n) المتتالية المعرفة بـ: $U_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{3U_n + 4}{U_n + 3}$.

1/ على الشكل المرفق المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث:

• (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{3x + 4}{x + 3}$ ، و (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$.

• /مثّل -دون حساب- الحدود الأربع الأولى للمتتالية (U_n) على محور الفواصل (مينا خطوط الإنشاء).
• ب/ ضع تخميناً حول إتجاه تغير وسلوك المتتالية (U_n) .

2/ لتكن (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = \frac{U_n + 2}{U_n - 2}$.

• /بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = 5$ ، ثم أحسب حدها الأول.
• ب/ ماهو إتجاه تغير المتتالية (V_n) ؟ مع التعليل.

• ج/ أكتب V_n بدلالة n .

3/ /بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $U_n = 2 + \frac{4}{V_n - 1}$ ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

• ب/ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ ، ماذا تستنتج؟

4/ /بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $\frac{1}{U_n - 2} = \frac{1}{4}V_n - \frac{1}{4}$ ،

• ثم أحسب عندئذ بدلالة n المجموع: $S_n = \frac{1}{U_0 - 2} + \frac{1}{U_1 - 2} + \dots + \frac{1}{U_n - 2}$.

• ب/ أحسب بدلالة n المجموع: $T_n = 1 + 2 + \dots + n$.

• ثم أحسب بدلالة n الجداء: $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$.

سؤال إضافي: (02 نقطة)

• حل المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $1 + \frac{x+1}{x-1} + \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3 = 0$.

• إرشاد: يمكنك وضع: $y = \frac{x+1}{x-1}$.

😊😊 عطلة سعيدة😊😊

المؤسسة: ثانوية راشد بن محمد ابن ابراهيم
التلميذ(ة): /
المادة: الرياضيات
أستاذ(ة) المادة: عميرة أيجي
اختبار الثلاثي: الثالث
القسم: رياضي
التاريخ: 24/05/2023
الرقم: /

الرقم: /	ورقة الإجابة	العلامة النهائية
$\vec{AB} \begin{pmatrix} 3-(-1) \\ 0-(-2) \end{pmatrix} = \vec{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{AC} \begin{pmatrix} -3-(-1) \\ -2-2 \end{pmatrix} = \vec{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4(-2) + (-2)(-4) = -8 + 8 = 0$ $(AC) \perp (AB)$ <u>لذا فإن المثلث ABC قائم في A</u> <u>1- كتابة معادلة الدائرة (C) المصاحبة للمثلث ABC</u> <u>أي الدائرة (C) قطرها هو [BC]</u> <u>مركز الدائرة (C) هو منتصف [BC]</u> $\vec{BN} = \vec{CN} = 0$ $\vec{BN} \begin{pmatrix} x-3 \\ y \end{pmatrix} = \vec{CN} \begin{pmatrix} x+3 \\ y+2 \end{pmatrix}$ $(C): (x-3)(x+3) + y(y+2) = 0$ <u>$(C): x^2 + y^2 + 2y - 9 = 0$</u> <u>نصف قطرها $r = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{40}}{2} = \sqrt{10}$</u> <u>معادلة الدائرة (C) هي:</u> <u>$(C): x^2 + (y+1)^2 = 10$</u>	<u>التمرين الأول: (10 نقاط)</u> <u>A(-1;2) و B(3;0) و C(-3;-2) (I)</u> <u>D(1;-4) و (BC) منتهى I</u> <u>1- حساب إحداثي النقطة I</u> $x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3 + (-3)}{2} = 0$ $y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0 + (-2)}{2} = -1$ <u>وبالتالي I(0;-1)</u> <u>الإجابة: (0;-1)</u> <u>2- تبين أن المثلث ABC قائم في A</u> <u>أي $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$</u> $AB = \sqrt{(3-(-1))^2 + (0-2)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$ $BC = \sqrt{(-6)^2 + (2)^2} = \sqrt{40} = BC$ $AC = \sqrt{(-2)^2 + (4)^2} = \sqrt{20} = AC$ <u>نلاحظ أن:</u> $AB^2 + AC^2 = 20 + 20 = 40 = BC^2$ <u>وبالتالي فإن المثلث ABC قائم في A</u>	20 20 العلامات الجزئية السؤال 1: السؤال 2: السؤال 3: السؤال 4: السؤال 5:

$d(D; A)$ المسافة بين نقطتين

$$d(D, A) = \frac{|1 - 3(-4) + 7|}{\sqrt{(1)^2 + (-3)^2}} = \frac{|120|}{\sqrt{10}}$$

$d(D, A) = \frac{120}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{10} = d(D; A)$

المسافة بين نقطتين

$$R = DA = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} = d(D; A)$$

A تقع على خط (D) لأن

$$d(D, A) = 2\sqrt{10}$$

$\vec{BD} \cdot \vec{BE}$ الضرب النقطي

$$\vec{BD} \begin{pmatrix} 1-3 \\ -4-0 \end{pmatrix} = \vec{BD} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} -3-3 \\ -4-0 \end{pmatrix} = \vec{BC} \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$\vec{BD} \cdot \vec{BE} = (-2)(-4) + (-4)(-2) = 12 + 8 = 20$

$$\vec{BD} \cdot \vec{BE} = 20$$

$\angle DBC$ الزاوية بين

$$\vec{BD} \cdot \vec{BE} = BD \cdot BE \cdot \cos(\angle DBC)$$

$$= 20$$

$BD = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{20}$

$BC = \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

خط (D) معادلة

$$\vec{IA} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \vec{IA} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$(A): x - 3y + c = 0$

$A(-1, 2) \in (A)$

$$-1 - 3(2) + c = 0$$

$$c = +7$$

$(A): x - 3y + 7 = 0$

$(F): x^2 + y^2 + 8y - 2x - 23 = 0$

خط (F) دائرة

$(F): x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 0$

$(x-1)^2 - 1 + (y+4)^2 - 16 - 23 = 0$

$(F): (x-1)^2 + (y+4)^2 = 40$

$D(1, -4)$ مركز الدائرة

$$R = \sqrt{40}$$

$A(-1, 2) \in (F)$ التحقق

$(-1)^2 + (2)^2 - 2(-1) + 8(2) - 23$

$= 1 + 4 + 2 + 16 - 23$

$= 23 - 23 = 0$

$A \in (F)$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$$

$$\begin{aligned}\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\cos\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

OK

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

11b

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) &= \sin\left(2 \times \frac{7\pi}{12}\right) \\ &= 2 \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) \cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) \\ &= 2 \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right) \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)\end{aligned}$$

OK

$$\begin{aligned}&= \frac{2}{16} (2-6) \\ &= -\frac{8}{16} = -\frac{1}{2} = \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)\end{aligned}$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{6\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\begin{aligned}&= \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) \\ &= -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\end{aligned}$$

$$\sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

المسألة الأولى

$$\sqrt{40} \times \sqrt{20} \times \cos(\widehat{B\hat{C}}) = 20$$

$$\cos(\widehat{B\hat{C}}) = \frac{20}{\sqrt{20} \times \sqrt{40}} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{40}}$$

$$= \sqrt{\frac{20}{40}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\widehat{B\hat{C}} = \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45^\circ$$

DBC مثلث قائم الزاوية C

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} \times DB \times BC \times \sin(\widehat{B\hat{C}})$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{20} \times \sqrt{40} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{1600}}{2} = \frac{40}{2} = 20 = S_{DBC}$$

OK

المسألة الثانية

$$NB^2 + NC^2 = 22$$

المثلث ABC مثلث قائم الزاوية I

المثلث NAB مثلث قائم الزاوية B

$$NB^2 + NC^2 = 2NI^2 + \frac{1}{2}BC^2 = 22$$

$$2NI^2 + \frac{40}{2} = 22$$

$$2NI^2 = 22 - 20$$

$$NI^2 = 1$$

$$NI = 1$$

I هو مركز دائرة (E)

$$r = 1$$

OK

$$\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi + 3\pi}{4 \times 3} = \frac{7\pi}{12}$$

OK

المسألة الثالثة

$$= \frac{5(u_n + 2)}{u_n - 2} = \boxed{5 \frac{28}{n} = \frac{28}{n_1}}$$

$f(1) = 1, f(2) = 2, \dots, f(5) = 5$

$$u_0 = \frac{u_0 + 2}{u_0 - 2} = \frac{-1 + 2}{-1 - 2} = \boxed{-\frac{1}{3} = -28}$$

1. $9 = 5 > 1$ (1)

(۱۲) خارجیه است $v_2 = -\frac{1}{3} < 0$

Lesli duis allis (2h) 6 i

$$v_0 = -\frac{1}{3} \quad \text{for } q=5$$

$$2^{\frac{1}{n}} = \left(-\frac{1}{3}\right) \times 5^n = \boxed{\frac{-5^n}{3} = 2^{\frac{1}{n}}}$$

$$(u_n) : \begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3} \end{cases}$$

١٢- كَيْسَلُ بْنُ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ أَبِي سَعْدٍ الْكَلْبِيُّ
 (١) كَيْسَلُ بْنُ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ أَبِي سَعْدٍ الْكَلْبِيُّ

ب- التحجيب:

$$u_0 < u_1 < u_2 < u_3 \quad 10^5 \text{ } \underline{10^6} \text{ } 10^7$$

وَهُمَا تَقَارِبُ مَعَهُمَا أَيْضًا

فَدَخَلَ فِي (ن) مَزَاجٍ وَمَقَارِبٍ

$$u_n = \frac{u_{n+2}}{u_{n-2}}$$

13- تباين G_1 و G_2 (28)

نمایند که این

$$r_{n+1} = \frac{u_{n+1} + 2}{u_{n+1} - 2}$$

$$\frac{3u_n + 4}{u_n + 3} + 2$$

إمضاء الولي:

ملاحظات الأستاذ(ة) :

3- اے تیاری اُنہ سے اُنہ کی $NaCN$

$$u_n = 2 \times \left(\frac{2n+1}{2n-1} \right) = 2 \times \left(\frac{2n-1+2}{2n-1} \right)$$

$$= 2 \left(1 + \frac{2}{2^y - 1} \right)$$

$$y_n = 2 + \frac{4}{y_{n-1}}$$

$$u_n = 2 + \frac{4}{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$$

$$u_n = 2 - \frac{4}{\frac{5^n}{3} - 1}$$

$$u_n = 2 - \frac{12}{5^n - 3} //$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{4}{\left(\frac{1}{3}\right)^n + 1} \right) = 2$$

الاستاذ

الحسن الثاني (1955-2012) مؤيد لفرنسا

$$\frac{1}{y-2} = \frac{1}{4} y_h - \frac{1}{4}$$

$$u_n = 2 + \frac{4}{2^n - 1}$$

$$u_n - 2 = \frac{4}{2^n - 1}$$

$$u_n = 2 + \frac{4}{u_{n-1}}$$

$$2 + \frac{4}{n-1} = \frac{2n - 2 + 4}{n-1} = 2 \left(\frac{n+1}{n-1} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{\frac{u+2}{u-2} + 1}{\frac{u+2}{u-2} - 1} \right)$$

$$= 2 \times \left(\frac{u_{n+2} + u_n - 2}{u_n - 2} \right) \times \left(\frac{u_n - 2}{u_{n+2} - u_{n+2}} \right)$$

$$-ex \frac{2u_n}{4} = u_n$$

$$z_n = \frac{z_n + 2}{z_n - 2}$$

$$= \frac{u_n - 2 + 4}{u_n - 2} = 1 + \frac{4}{u_n - 2}$$

$$\frac{4}{n} = 20 - 1$$

$$\frac{u_n - 2}{2} = \frac{1}{2n - 1}$$

$$u_n - 2 = \frac{4}{2^n - 1}$$

$$u_n = 2 + \frac{4^n}{2^n - 1}$$

$$z_n = \frac{z_{n-1} + 2}{z_{n-1} - 2}$$

$$20(u_n - 2) = u_n + 2$$

$$u_n u_n - 2u_n = u_n + 2$$

$$2u_n - u_n = 2u_n + 2$$

There is no

$$P_n = 2^0 \times 9^{1+2+\dots+n}$$

$$P_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \times 5^{T_n}$$

$$P_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1} \times 5^{\frac{n(n+1)}{2}}$$

انتهى الحل

المسألة (2) المضاد

بفرض $y = \frac{x+1}{x-1}$

$$1 + y + y^2 + y^3 = 0$$

نلاحظ أن $x \neq 1$ لأن y غير معرف

$$q = y \text{ كحل إضافي}$$

$$1 \times \left(\frac{1-y}{1-y}\right) = 0 \quad \text{أو}$$

$$1-y^4 = 0 \quad \text{أو}$$

$$[y \neq 1] \in 1-y \neq 0$$

$$1 \in 1-(y^2)^2 = 0 \quad \text{أو}$$

$$(1-y^2)(1+y^2) = 0 \quad \text{أو}$$

$$1+y^2=0 \text{ أو } 1-y^2=0$$

$$|y|=1 \text{ أو } y^2=1$$

$$(y \neq 1 \text{ أو } y = -1) \quad \text{أو}$$

$$1 \in \frac{x+1}{x-1} = -1 \text{ أو}$$

$$2x=0 \text{ أو } x+1=-x+1$$

$$x=0 \quad \text{أو}$$

إمضاء الولي:

$$\frac{1}{y_n-2} = \frac{2n-1}{4}$$

$$(n) \dots \left[\frac{1}{y_n-2} = \frac{1}{4} \left(2n - \frac{1}{4} \right) \right] \quad \text{أو}$$

لذا $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{y_n-2}$ متسلسلة

$$S_n = \frac{1}{y_0-2} + \frac{1}{y_1-2} + \dots + \frac{1}{y_n-2}$$

$$= \left(\frac{1}{4} \cdot 2_0 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} \cdot 2_1 - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{4} \cdot 2_n - \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{4} (2_0 + 2_1 + \dots + 2_n) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{4} \times \left(2_0\right) \times \left(\frac{5^{n+1}-1}{5-1}\right) - \frac{1}{4} (n+1)$$

$$S_n = -\frac{1}{48} (5^{n+1}-1) - \frac{1}{4} (n+1)$$

T_n متسلسلة

$$T_n = 1+2+3+\dots+n = \frac{(n+1)(n-1+1)}{2}$$

$$T_n = \frac{(n+1)n}{2}$$

نلاحظ أن $x \neq 1$ لأن y غير معرف

$$f=1 \text{ كحل إضافي}$$

P_n متسلسلة

$$P_n = 2_0 \times 2_1 \times 2_2 \times \dots \times 2_n$$

$$= 2_0 \times (2_0 \times 9) \times (2_0 \times 9^2) \times \dots \times (2_0 \times 9^n)$$

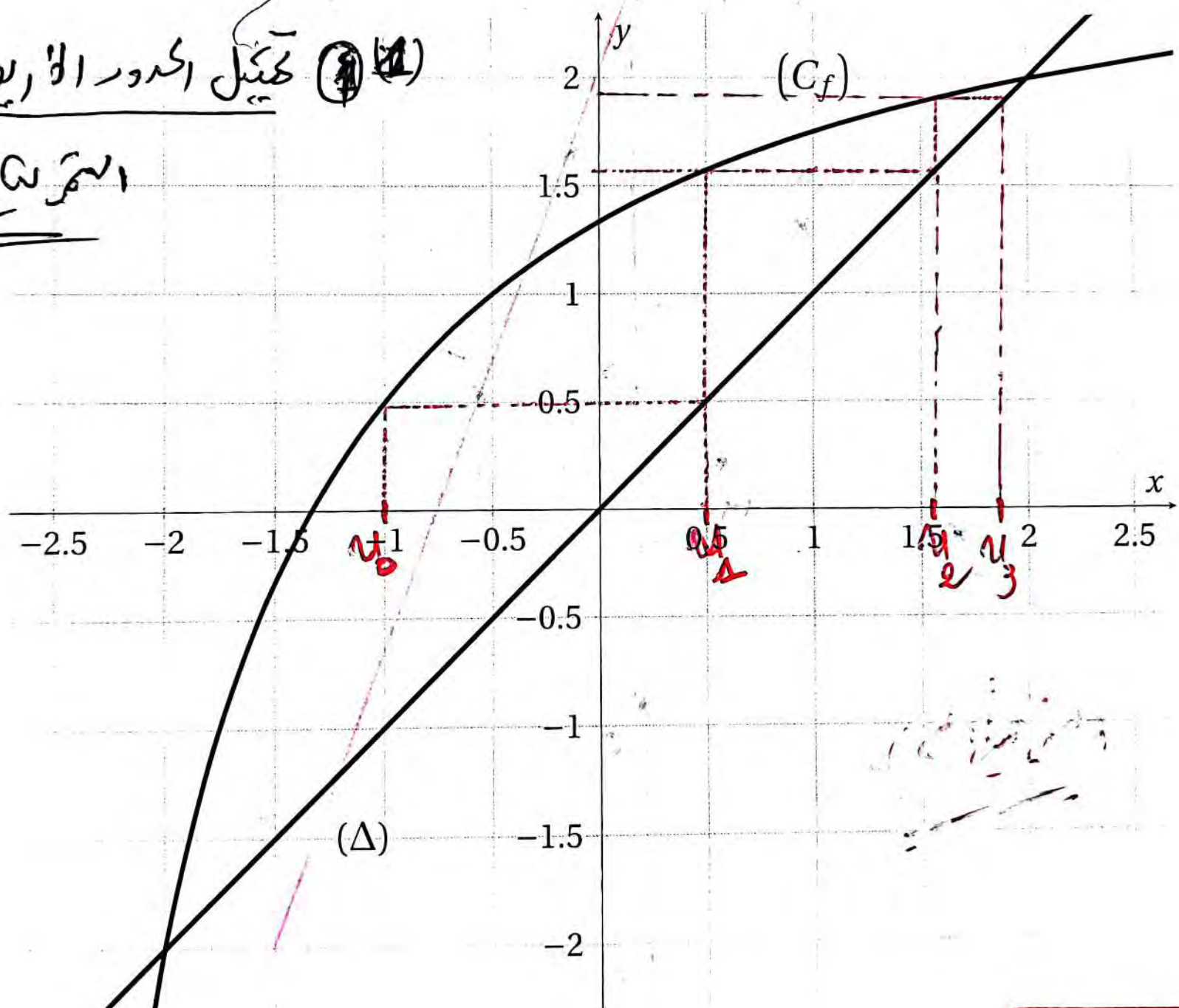
$$= (2_0 \times 2_0 \times 2_0 \times \dots \times 2_0) \times (9 \times 9^2 \times \dots \times 9^n)$$

ملاحظات الأستاذ (ق):

هذا هو الحل

(1) (1) تکثیر محدود الة ربع الأولى مع (4)

التمرین الثاني



$$(A) : x - 3y + 7 = 0$$

جدول سلاطه

(D) :

x	-4	-1
y	1	2

الإحداثيات الخاصة بالنقطة
الأول

