

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

يوم : 06 - 11 - 2022

التمرين الأول : (07 ن)

$P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ كثير حدود معرف بـ :

1. تحقق من أن (-1) جذر لـ $P(x) \dots \dots \dots (1 \text{ ن})$
2. جد كثير الحدود $Q(x)$ حيث : $P(x) = (x+1)Q(x) \dots \dots \dots (2 \text{ ن})$
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0 \dots \dots \dots (2 \text{ ن})$
4. أدرس إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) > 0$ في $\mathbb{R} \dots \dots (1+2 \text{ ن})$

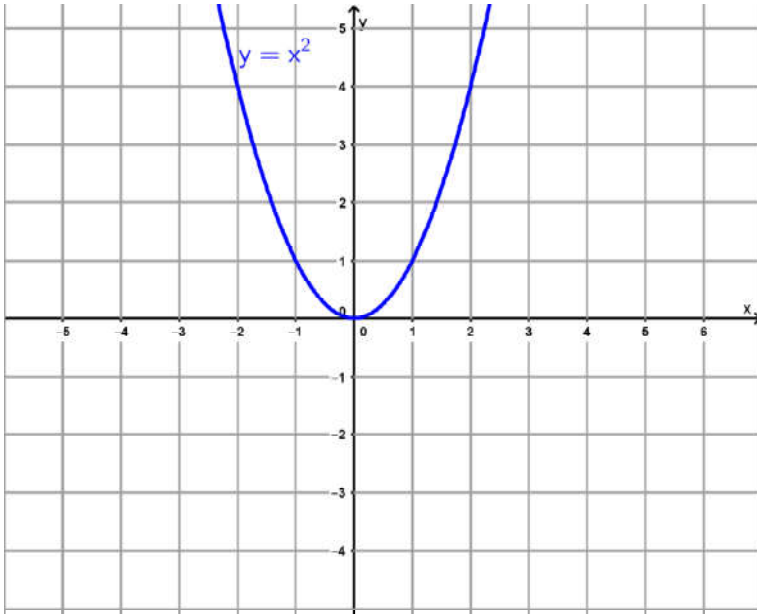
التمرين الثاني : (13 ن)

1. $f(x) = x^2 - 4x + 3$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

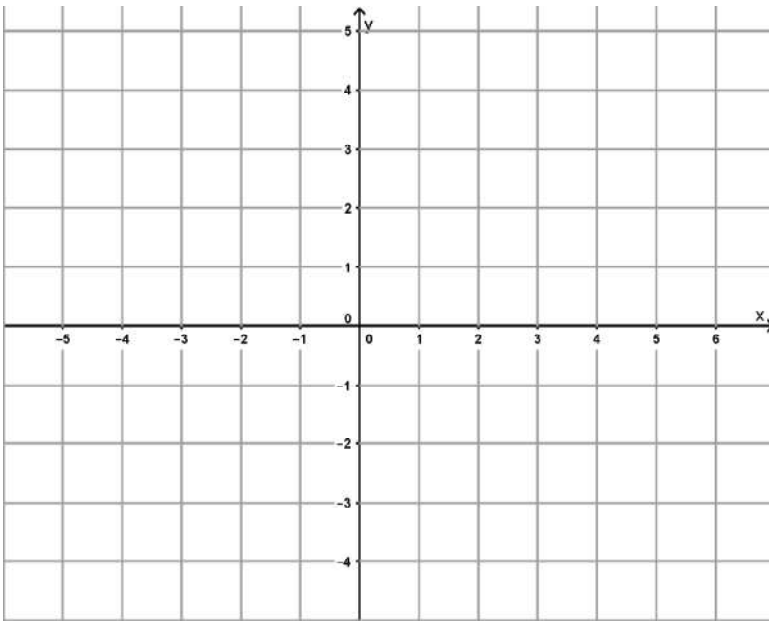
- أثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f(x) = (x-2)^2 - 1 \dots \dots \dots (2 \text{ ن})$
 - بدفكك الدالة f إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما. $\dots \dots \dots (2 \text{ ن})$
 - ج- استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[2; +\infty[$ و $]-\infty; 2]$ $\dots \dots \dots (1.5+1.5 \text{ ن})$
 - د- بين أن $x=1$ معادلة لمحور تناظر لمنحنى الدالة f . $\dots \dots \dots$ (علوم تجريبية 1 ن)
2. (C_f) التمثيل البياني للدالة f في م.م $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- أ- إشرح كيفية إنشاء (C_f) إنطلاقا من التمثيل البياني للدالة "مربع"، ثم أنشئه في م.م $(O; \vec{i}; \vec{j}) \dots \dots \dots (2 \text{ ن})$
 - ب- أنشئ (C_h) و (C_g) مع الشرح التمثيلات البيانية للدوال المعرفة على الترتيب بـ :
 - $h(x) = |f(x)| \dots \dots \dots (1.5 \text{ ن})$
 - $g(x) = -f(x) \dots \dots \dots (1.5 \text{ ن})$
3. f و g دالتان متناقضتان تماما على I ، تحققان من أجل كل x من I : $f(x) > 0$ و $g(x) > 0$.
- أثبت أن الدالة $f \times g$ متناقصة تماما على $I \dots \dots \dots$ (تقني رياضي 1 ن)

نسلم مع ورقة الإجابة

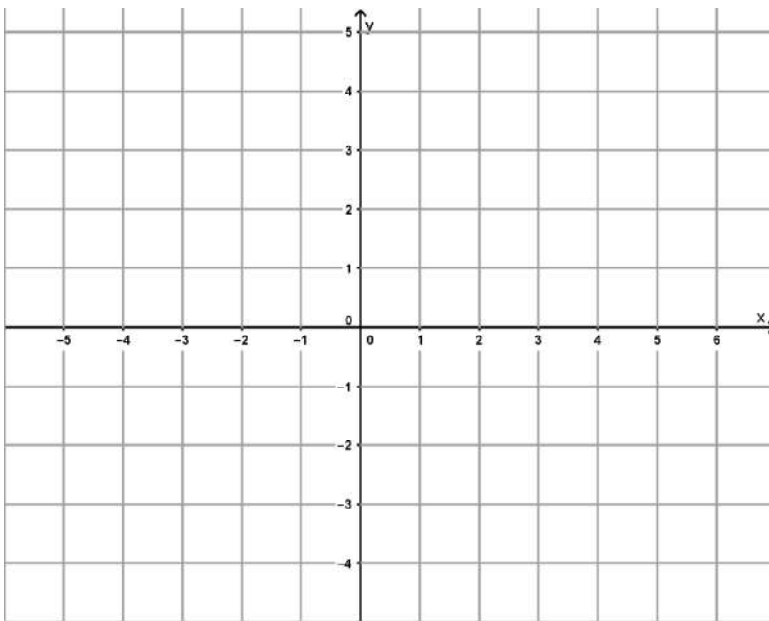
الإسم و اللقب :



أ. $f(x) = (x - 2)^2 - 1$



ب. $h(x) = |f(x)|$



ج. $g(x) = -f(x)$

التصحيح النموذجي للفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

1. التحقق من أن (-1) جذر لـ $P(x)$: $P(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 - 1 + 6 = -1 - 4 + 5 = 0$ (1ن)

2. إيجاد كثير الحدود Q : لدينا $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$ حيث a, b و c أعداد حقيقية. . . . (2ن)

$$\text{ومنه } P(x) = ax^3 + (a+b)x^2 + (b+c)x + c \text{ ، بالمطابقة نجد } \begin{cases} a = 1 \\ a+b = -4 \\ b+c = 1 \\ c = 6 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{cases} \text{ وعليه } Q(x) = x^2 - 5x + 6$$

3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ (2ن)

لدينا $P(x) = 0$ تكافئ $(x+1)(x^2 - 5x + 6) = 0$ أي $x = -1$ أو (1) $x^2 - 5x + 6 = 0$. . .

لحل المعادلة (1) نحسب المميز $\Delta = (-5)^2 - 4(1)(6) = 1 > 0$ ، ومنه للمعادلة (1) حلان مختلفان هما : $x_1 = \frac{5+\sqrt{1}}{2} = 3$ و $x_2 = \frac{5-\sqrt{1}}{2} = 2$ ومنه مجموعة الحلول هي : $S = \{-1; 2; 3\}$.

4. دراسة إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم استنتاج حلول المتراجحة $P(x) > 0$ في $\mathbb{R}$: . . . (1+2ن)

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$x+1$	-	○	+	+	+
$Q(x)$	+	+	○	-	+
$P(x)$	-	○	+	○	+

مجموعة حلول المتراجحة هي : $S =]-1; 2[\cup]3; +\infty[$.

التمرين الثاني :

1. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $(x-2)^2 - 1 = x^2 - 4x + 4 - 1 = x^2 - 4x + 3 = f(x)$. . . (2ن)

بتفكيك الدالة f : من أجل كل x م. ن لدينا $f(x) = (v \circ u)(x)$ مع u و v دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x) = x - 2$ و

$v(x) = x^2 - 1$ على الترتيب. . . . (2ن)

ج. استنتاج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[2; +\infty[$ و $]-\infty; 2]$. . . (1.5+1.5ن). نضع $I_1 =]-\infty; 2]$ و $I_2 = [2; +\infty[$.

لدينا الدالة u متزايدة تماما على كل من المجالين I_1 و I_2 ، والدالة v متناقصة تماما على I_1 ومتزايدة تماما على I_2 .

ومنه فإن الدالة $f = (v \circ u)$ متناقصة تماما على I_1 ومتزايدة تماما على I_2 .

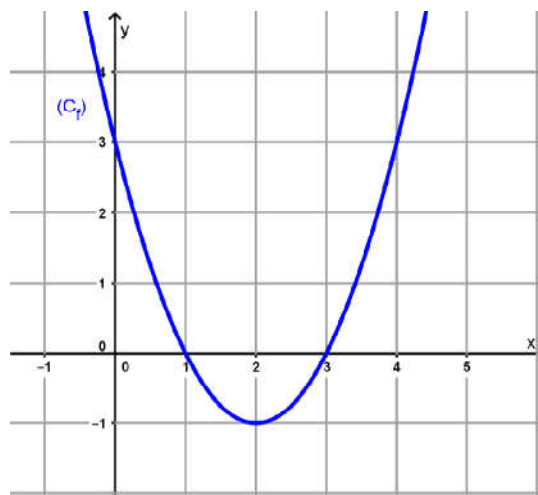
د. إثبات أن $x = 1$ معادلة لمحور تناظر لمنحنى الدالة f . (علوم تجريبية 1ن)

أ. (C_f) هو صورة التمثيل البياني للدالة "مربع" بانسحاب شعاعه $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ (0.5ن)

3. ليكن x_1 و x_2 عددين من المجال I بحيث $x_2 > x_1$ ، لدينا f و g متناقضتان تماما على I إذن $f(x_2) < f(x_1)$ و $g(x_2) < g(x_1)$ ، ومن كون $f(x_1) > 0$ ، $g(x_1) > 0$ ، $f(x_2) > 0$ و $g(x_2) > 0$ فإن $f(x_2) \times g(x_2) < f(x_1) \times g(x_1)$ وهذا يعني أن الدالة $f \times g$

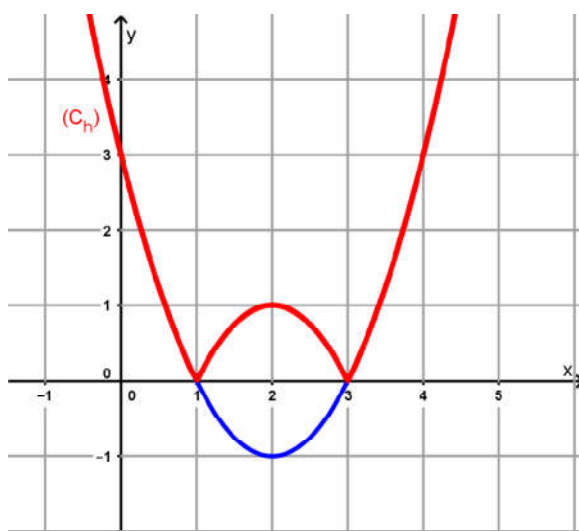
متناقصة تماما على I (تقني رياضي 1ن)

أإنشاء (C_f) : . . . (1.5 ن)



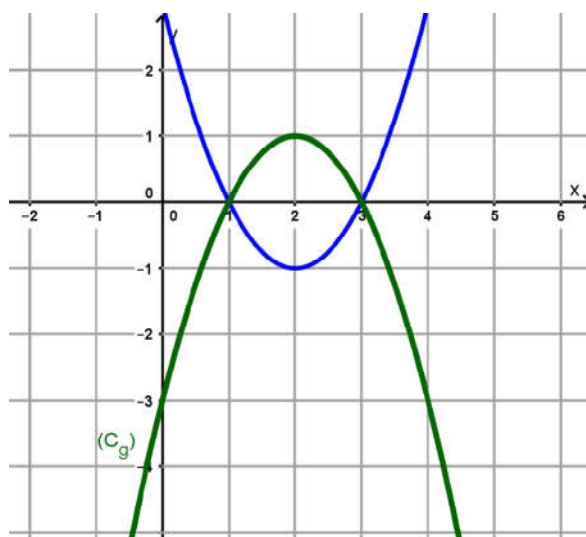
بد $h(x) = |f(x)|$ منطبق على (C_h) : $x \in]-\infty; 1] \cup [3; +\infty[$ ، نظير (C_h) بالنسبة إلى محور الفواصل لما : $x \in [1; 3]$

(علوم تجريبية 2ن) (تقني رياضي 1.5 ن)



- $g(x) = -f(x)$: نظير (C_g) بالنسبة إلى محور الفواصل

(علوم تجريبية 2ن) (تقني رياضي 1.5 ن)



~ إنتهى ~