

التمرين الأول : (5 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عينه مع التعليل :

1. حلول المعادلة $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S = \{2; 3\}$ ب) $S = \{\ln 2; \ln 3\}$ ج) $S = \{-2; -3\}$

2. حلول المعادلة $\ln(3x + 1) + \ln(3x - 1) = 3 \ln 2$ في $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S = \{-1; 1\}$ ب) $S = \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right\}$ ج) $S = \left\{\frac{4}{3}\right\}$

3. المنحنى الممثل للدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 3x + \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ يقبل مستقيم مقارب بجوار $-\infty$ معادلته :

أ) $y = 3x$ ب) $y = 3x + 1$ ج) $y = 3x - 1$

4. g هو الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $4 - 2y + y' = 0$ حيث $g(0) = 2024$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا

أ) $g(x) = 2022e^{2x} + 2$ ب) $g(x) = -2 + 2023e^{2x}$ ج) $g(x) = 2023e^{2x} +$

5. h الدالة المعرفة على $]2; +\infty[$ بـ : $h(x) = \frac{-1+x \ln(x-2)}{x}$ قابلة للاشتقاق على D_h حيث :

أ) $h'(x) = \frac{x \ln(x-2) + x + 1}{x^3 - 2x^2}$ ب) $h'(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2(x-2)}$ ج) $h'(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 2x^2}$

التمرين الثاني : (8 نقاط)

I / الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

(1) أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و عند $+\infty$ (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$)

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,68 < \alpha < 1,69$.

(4) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II / الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا . (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$)

ب- أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.

(2) أ - بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ - أثبت أن $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب - عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسر النتيجة هندسيا .

(4) أ - أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 4x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.

ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

(6) أرسم كلا من (C_f) ، (Δ) و (T) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 1,75$)

(7) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كإيلي : $h(x) = |f(x)|$

أ - عبر عن $h(x)$ بدلالة $f(x)$.

ب - اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه .

التمرين الثالث :

I / نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كإيلي : $f(x) = -x^2 - 2 + 2 \ln x$

(1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

(3) أحسب $f(1)$ ، ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $]0; +\infty[$.

II / نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = -x + 5 - 2 \frac{\ln x}{x}$

(C_g) هو المنحني الممثل للدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب نهاية الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

(2) أحسب $g'(x)$ وأدرس إشارتها ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .

(3) أ - بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x + 5$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $+\infty$.

ب - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_g) مع المستقيم (D) .

(4) أ - بين أن المنحنى (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ذات الفاصلة α حيث $\alpha \in]4,3; 4,4[$

ب - برر أن : $\ln \alpha = \frac{-\alpha^2+5\alpha}{2}$

(5) بين أنه يوجد مماس وحيد (T) للمنحنى (C_g) يكون موازيا للمستقيم (D) ثم أكتب معادلته .

(6) أرسم كلا من المستقيم (D) ، المماس (T) والمنحنى (C_g) .

(7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(5-m)x - 2 \ln x = 0$