



تمارين جميل في الدوال العددية مع حله المفصل، موجه لأحببتنا في الله أينما كانوا.

السنة الدراسية : 2020-2021

نص التمرين : (13 نقطة)

نعتبر الدالتين φ و ψ المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ على النحو التالي :

$$\varphi(x) = x^4 - 4x + 6 \quad \text{و} \quad \psi(x) = -x^6 + 6x^2 - 2$$

1. أدرس تغيرات الدالتين φ و ψ (النهايات ، إتجاه التغير ، جدول التغيرات).

ب- بين أن الدالة ψ زوجية.

ج- أثبت أن المعادلة $\psi(x) = 0$ تقبل أربع حلول α_1 ، α_2 ، α_3 و α_4 على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ ، حيث :

$$1.5 < \alpha_1 < 1.55, \quad 0.55 < \alpha_2 < 0.6, \quad \text{و} \quad \alpha_4 < \alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1$$

د- استنتج حصراً للحلين المتبقين α_3 و α_4 . $\hookrightarrow$ إرشاد بسيط : يمكن استخدام نتيجة السؤال 1. ب-.

2. من أجل كل عدد حقيقي x . استنتج إشارة كل من العبارتين $\varphi(x)$ و $\psi(x)$.

نعرّف الدالة f على مجموعة الأعداد الحقيقية باستثناء 1 بالصيغة التالية : $f(x) = |x - 2| + \frac{x - 2}{x^3 - 1}$.

ونسَمّي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول : 1cm).

1. باختصار، برّر لماذا مجموعة تعريف الدالة f تُعطى بالعلاقة $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$.

ب- أكتب عبارة $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

ج- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها D_f .

2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ ، وفّر النتيجة المتحصّل عليها هندسياً.

ب- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $D_f - \{2\}$ ، لدينا مشتقة الدالة f تُعطى بالعلاقة الموالية :

$$\begin{cases} f'(x) = \left(\frac{x}{x^3 - 1} \right)^2 \varphi(x) , & si : x \in]2, +\infty[\\ f'(x) = \frac{\psi(x)}{(x^3 - 1)^2} , & si : x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2[\end{cases}$$

ج- استنتج إتجاه تغير الدالة f على D_f وقدم جدول تغيراتها.

3. نضع : $(\Delta_1) : y = x - 2$ و $(\Delta_2) : y = 2 - x$.



أ- بين أنّ المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) مقاربين مائلين للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب.

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) على المجالين $[2, +\infty[$ و $]-\infty, 1]$ بهذا الترتيب.

4. بين أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل مرّة واحدة فقط على المجال $[1.25, 1.3]$.

5. أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x_1 = \alpha_2$.

6. أنشئ كل من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (T) و (C_f) .

7. ناقش بياناً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = |1962m - 2021|$.

— لا تنظر إلى الماضي فتعجز ولا تخاف من المستقبل فتفشل. بل أترك همومك وافرغ وتوكل على ربك لتفعل. —

بالتوفيق في شهادة البكالوريا 2021



حل مقترح

■ 1.أ- دراسة تغيّرات الدالتين φ و ψ : (02 ن)

• بالنسبة للدالة φ :

• النهايات :

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - 4x + 6) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = +\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 4x + 6) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = +\infty$$

• المشتقة : φ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ولدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $\varphi'(x) = 4x^3 - 4 = 4(x-1)(x^2 + x + 1)$

ومنه إشارة $\varphi'(x)$ من إشارة $(x-1)$ لأنّ : $x^2 + x + 1 > 0$ ، وهذا من أجل كل عدد حقيقي x ، وإشارتها مدوّنة كما يلي :



إذن، يمكن الحكم على أنّ الدالة φ متزايدة تماماً على المجال $]1, +\infty[$ ، ومتناقصة على المجال $]-\infty, 1]$.

• جدول تغيّرات الدالة φ :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$\varphi'(x)$	—	0	+
$\varphi(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

• بالنسبة للدالة ψ :

• النهايات :

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \psi(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^6 + 6x^2 - 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^6) = -\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \psi(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^6 + 6x^2 - 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^6) = -\infty$$

• المشتقة : ψ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ولدينا من أجل كل عدد حقيقي x :

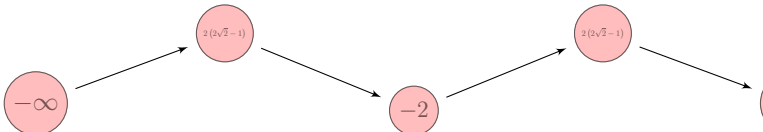
$$\psi'(x) = -6x^5 + 12x = -6x(x^4 - 2) = -6x(x^2 + \sqrt{2})(x^2 - \sqrt{2})$$



ومنه إشارة $\psi'(x)$ من إشارة $-6x(x^2 - \sqrt{2})$ من كون : $x^2 + \sqrt{2} > 0$ ، وهذا من أجل كل عدد حقيقي x . وإشارتها مدونة كما يلي :

x	$-\infty$	$-\sqrt[4]{2}$	0	$\sqrt[4]{2}$	$+\infty$		
$-6x$	$+$	$+$	0	$-$	$-$		
$x^2 - \sqrt{2}$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	
$\psi'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

ومنه، ينتج لنا أن الدالة ψ متزايدة تماماً على المجموعة $[-\sqrt[4]{2}, 0] \cup [\sqrt[4]{2}, +\infty[$ ومتناقصة على المجموعة $]-\infty, -\sqrt[4]{2}[\cup]0, \sqrt[4]{2}[$.
جدول تغيرات الدالة ψ :

x	$-\infty$	$-\sqrt[4]{2}$	0	$\sqrt[4]{2}$	$+\infty$			
$\psi'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$\psi(x)$								

■ ب- تبين أن الدالة ψ زوجية : $\leftarrow (0.5 \text{ ن})$

بما أن $D_\psi = \mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة للصفر.

ومن أجل كل عدد حقيقي x من D_ψ ، لدينا : $\psi(-x) = -(-x)^6 + 6(-x)^2 - 2 = -x^6 + 6x^2 - 2 = \psi(x)$.
 ومنه ψ دالة زوجية.

■ ج- تبين أن المعادلة $\psi(x) = 0$ تقبل أربع حلول على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$: $\leftarrow (01 \text{ ن})$

ψ دالة مستمرة ورتيبة تماماً (متناقصة تماماً) على المجال $[\sqrt[4]{2}, +\infty[$ وبالمخصوص على المجال $[1.5, 1.55]$ ولدينا :

$$\psi(1.5) = 0.109375 \text{ و } \psi(1.55) \simeq -1.45 \text{ إذن ينتج من هذا الأخير } \psi(1.5) \cdot \psi(1.55) < 0$$

عملاً بمقتضى مبرهنة القيم المتوسطة، فإن المعادلة $\psi(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α_1 حيث : $\alpha_1 \in]1.5, 1.55[$.

بنفس الطريقة يمكن أن نبرهن أن المعادلة $\psi(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α_2 حيث : $\alpha_2 \in]0.55, 0.6[$.

■ د- استنتاج حصراً للحلين المتبقين α_3 و α_4 : $\leftarrow (01 \text{ ن})$

بما أن ψ دالة زوجية ونلاحظ أيضاً جدول تغيرات الدالة ψ ، فإننا نلزم أن : $-0.6 < \alpha_3 < -0.55$ و $-1.55 < \alpha_4 < -1.5$

لأن : $\alpha_4 < \alpha_3 < \alpha_2 < \alpha_1$



■ 2. استنتاج إشارة العبارتين $\varphi(x)$ و $\psi(x)$ على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$: (0.5 ن)

• إشارة $\varphi(x)$: من جدول تغيّرات الدالة φ يمكن أن نستنتج ما يلي :

$$\varphi(x) : \begin{array}{c} -\infty \quad \quad \quad +\infty \\ \xleftarrow{\quad \quad \quad + \quad \quad \quad} \end{array}$$

• إشارة $\psi(x)$: من جدول تغيّرات الدالة ψ يمكن أن نستنتج ما يلي :

$$\psi(x) : \begin{array}{c} -\infty \quad \quad \quad \alpha_4 \quad \quad \quad \alpha_3 \quad \quad \quad \alpha_2 \quad \quad \quad \alpha_1 \quad \quad \quad +\infty \\ \xleftarrow{\quad - \quad \quad + \quad \quad - \quad \quad + \quad \quad - \quad \quad} \end{array}$$

■ أ- تبرير لماذا مجموعة تعريف الدالة f تُعطى بالعلاقة $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \{1\}$: (0.5 ن)

لكي تكون الدالة f معرفة يجب ألاّ ينعدم المقام، بعبارة أخرى يتحقّق الشرط التالي $x^3 - 1 \neq 0$ هذا من أجل كل عدد حقيقي x .
ولمّا كان : $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$ ، إذن : $x - 1 \neq 0$ من كون : $x^2 + x + 1 \neq 0$ وهذا من أجل كل عدد حقيقي x .
ومنّه نجد : $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \{1\}$

■ ب- كتابة عبارة $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة : (0.5 ن)

$$\begin{cases} f(x) = x - 2 + \frac{x-2}{x^3-1} , & \text{si : } x \in [2, +\infty[\\ f(x) = 2 - x + \frac{x-2}{x^3-1} , & \text{si : } x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2] \end{cases} \quad \text{ومنّه :}$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x - 2$	$-$	0	$+$
$ x - 2 $	$2 - x$	0	$x - 2$

■ ج- حساب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها $\mathcal{D}_f$: (01 ن)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[2 - x + \frac{x-2}{x^3-1} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x-2}{x^3-1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - x) + \underbrace{\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}}_{=0} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left[x - 2 + \frac{x-2}{x^3-1} \right] = -\infty , \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[2 - x + \frac{x-2}{x^3-1} \right] = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 2 + \frac{x-2}{x^3-1} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2) + \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-2}{x^3-1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2) + \underbrace{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2}}_{=0} = +\infty \end{aligned}$$

■ 2.أ- دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$: (0.5 ن)

• دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ من اليمين :

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2 + \frac{x-2}{x^3-1}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(1 + \frac{1}{x^3-1} \right) = \frac{8}{7} = f'_d(x_0)$$

ومنّه الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ من اليمين، لأنّ $f'_d(x_0) \in \mathbb{R}$



- دراسة قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ من اليسار :

$$\bullet \lim_{x \nearrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \nearrow 2} \frac{2 - x + \frac{x - 2}{x^3 - 1}}{x - 2} = \lim_{x \nearrow 2} \left(-1 + \frac{1}{x^3 - 1} \right) = -\frac{6}{7} = f'_g(x_0)$$

ومن الدالة f قابلة للاشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ من اليسار، لأن $f'_g(x_0) \in \mathbb{R}$

وأخيرا ... نستنتج أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ من كون : $f'_d(x_0) \neq f'_g(x_0)$

- التفسير الهندسي : $\leftarrow (0.25 \text{ ن})$

النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$ هي نقطة زاوية للمنحنى (C_f) . معادلتا نصفي المماسين عند النقطة الزاوية هما :

$$\begin{cases} y = f'_g(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \\ x \leq x_0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} y = f'_d(x_0)(x - x_0) + f(x_0) \\ x \geq x_0 \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} f'(x) = \left(\frac{x}{x^3 - 1} \right)^2 \varphi(x) , \text{ si } : x \in]2, +\infty[\\ f'(x) = \frac{\psi(x)}{(x^3 - 1)^2} , \text{ si } : x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2[\end{cases}$$

■ ب- برهان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathcal{D}_f - \{2\}$ لدينا :

f دالة قابلة للاشتقاق على المجموعة $\mathcal{D}_f - \{2\}$ ، ولدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathcal{D}_f - \{2\}$ $\leftarrow (0.5 \text{ ن})$

$$\begin{cases} f'(x) = 1 + \frac{x^3 - 1 - 3x^2(x - 2)}{(x^3 - 1)^2}, \text{ si } : x \in]2, +\infty[\\ f'(x) = -1 + \frac{x^3 - 1 - 3x^2(x - 2)}{(x^3 - 1)^2}, \text{ si } : x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2[\end{cases}$$

وبعد التبسيط وتوحيد المقامات نتحصل على العلاقة المرجوة :

$$\begin{cases} f'(x) = \left(\frac{x}{x^3 - 1} \right)^2 \varphi(x) , \text{ si } : x \in]2, +\infty[\\ f'(x) = \frac{\psi(x)}{(x^3 - 1)^2} , \text{ si } : x \in]-\infty, 1[\cup]1, 2[\end{cases}$$

- ج- استنتاج اتجاه تغير الدالة f على $\mathcal{D}_f$: $\leftarrow (0.5 \text{ ن})$

نستنتج أن الدالة f متزايدة تماماً على المجموعة $]-\infty, \alpha_4] \cup [\alpha_3, \alpha_2] \cup [\alpha_1, 2]$ ، ومنتاقصة على $[\alpha_4, \alpha_3] \cup]\alpha_2, 1[\cup]1, \alpha_1[\cup]2, +\infty[$

- جدول تغيرات الدالة f على $\mathcal{D}_f$:

x	$-\infty$	α_4	α_3	α_2	1	α_1	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha_4)$	$f(\alpha_3)$	$f(\alpha_2)$	$+\infty$	$f(\alpha_1)$	$f(\alpha_1)$	$+\infty$



■ 3.أ- تبين أن المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) مقاربين مائلين للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب : $\leftarrow \text{P}$ (0.5 ن)

• بالنسبة للمستقيم (Δ_1) : لدينا :

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 2 + \frac{x-2}{x^3-1} - (x-2) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

ومنه : المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً معادلته مدونة كما يلي : $y = x - 2$: (Δ_1) بجوار $+\infty$.

• بالنسبة للمستقيم (Δ_2) : لدينا :

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[2 - x + \frac{x-2}{x^3-1} - (2-x) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

ومنه : المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً معادلته مدونة كما يلي : $y = 2 - x$: (Δ_2) بجوار $-\infty$.

■ ب- الوضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) : $\leftarrow \text{P}$ (0.5 ن)

$$\bullet \text{ بالنسبة للمستقيم } (\Delta_1) : \text{يكفي دراسة إشارة الفرق } f(x) - y = \frac{x-2}{x^3-1} = \frac{x-2}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

ومنه إشارة الفرق من إشارة الكسر $\frac{x-2}{x-1}$ ، لأن : $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 1 > 0$

$\leftarrow \text{P}$ إذا كان $x \in]2, +\infty[$ ، فإن المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ_1) .

$\leftarrow \text{P}$ إذا كان $x = 2$ فإن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم (Δ_1) في النقطة $\omega_0(2, 0)$.

$$\bullet \text{ بالنسبة للمستقيم } (\Delta_2) : \text{يكفي دراسة إشارة الفرق } f(x) - y = \frac{x-2}{x^3-1} = \frac{x-2}{(x-1)(x^2+x+1)}$$

ومنه إشارة الفرق من إشارة الكسر $\frac{x-2}{x-1}$ ، لأن : $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 1 > 0$

$\leftarrow \text{P}$ إذا كان $x \in]-\infty, 1[$ ، فإن المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ_2) .

■ 4. تبين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل مرّة واحدة فقط على المجال $]1.25, 1.3[$: $\leftarrow \text{P}$ (0.25 ن)

نستعمل مبرهنة القيم المتوسطة على الدالة f . بما أن f دالة مستمرة ورتيبة تماماً (متزايدة تماماً) على المجال $]1.25, 1.3[$.

إذن : $f(1.25) \cdot f(1.3) < 0$. حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل مرّة واحدة فقط

على المجال $]1.25, 1.3[$.

■ 5. كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة α_2 : $\leftarrow \text{P}$ (0.5 ن)

نعلم أن معادلة المماس تُكتب من الشكل : $(T) : y = f'(x_1)(x - x_1) + f(x_1)$.

$$\bullet \text{ ومنه : } (T) : y = \frac{\psi(\alpha_2)}{(\alpha_2^3 - 1)^2} (x - \alpha_2) + f(\alpha_2) \text{ ولما كان } \psi(\alpha_2) = 0 \text{، نستنتج أن : } (T) : y = f(\alpha_2) = 2 - \alpha_2 + \frac{\alpha_2 - 2}{\alpha_2^3 - 1}$$

■ 7. المناقشة بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = |1962m - 2021|$: $\leftarrow \text{P}$ (1.25 ن)

نضع :

$$f(x) = |1962m - 2021| \quad (1)$$



الحلول البيانية للمعادلة (1) هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y = |1962m - 2021|$.
نعلم أنّ : $|1962m - 2021| \geq 0$

✗ إذا كان : $|1962m - 2021| = 0$ أي : $m = \frac{2021}{1962}$ للمعادلة (1) حلان أحدهما 2 والآخر α مع : $\alpha \in]1.25, 1.3[$.

✗ إذا كان : $0 < |1962m - 2021| < f(\alpha_1)$ أي : $m \in \left] \frac{2021 - f(\alpha_1)}{1962}, \frac{2021}{1962} \right[\cup \left] \frac{2021}{1962}, \frac{2021 + f(\alpha_1)}{1962} \right[$

للمعادلة (1) 3 حلول موجبة تماماً.

✗ إذا كان : $|1962m - 2021| = f(\alpha_1)$ أي : $m = \frac{2021 + f(\alpha_1)}{1962}$ أو $m = \frac{2021 - f(\alpha_1)}{1962}$ للمعادلة (1) حلان أحدهما

موجبان أحدهما مضاعف.

✗ إذا كان : $f(\alpha_2) < |1962m - 2021| < f(\alpha_1)$ أي :

$m \in \left] \frac{2021 - f(\alpha_2)}{1962}, \frac{2021 - f(\alpha_1)}{1962} \right[\cup \left] \frac{2021 + f(\alpha_1)}{1962}, \frac{2021 + f(\alpha_2)}{1962} \right[$

✗ إذا كان : $|1962m - 2021| = f(\alpha_2)$ أي : $m = \frac{2021 + f(\alpha_2)}{1962}$ أو $m = \frac{2021 - f(\alpha_2)}{1962}$ للمعادلة (1) حلان موجبان

تماماً أحدهما مضاعف.

✗ إذا كان : $4 < |1962m - 2021| < f(\alpha_2)$ أي : $m \in \left] \frac{2017}{1962}, \frac{2021 - f(\alpha_2)}{1962} \right[\cup \left] \frac{2021 + f(\alpha_2)}{1962}, \frac{2025}{1962} \right[$

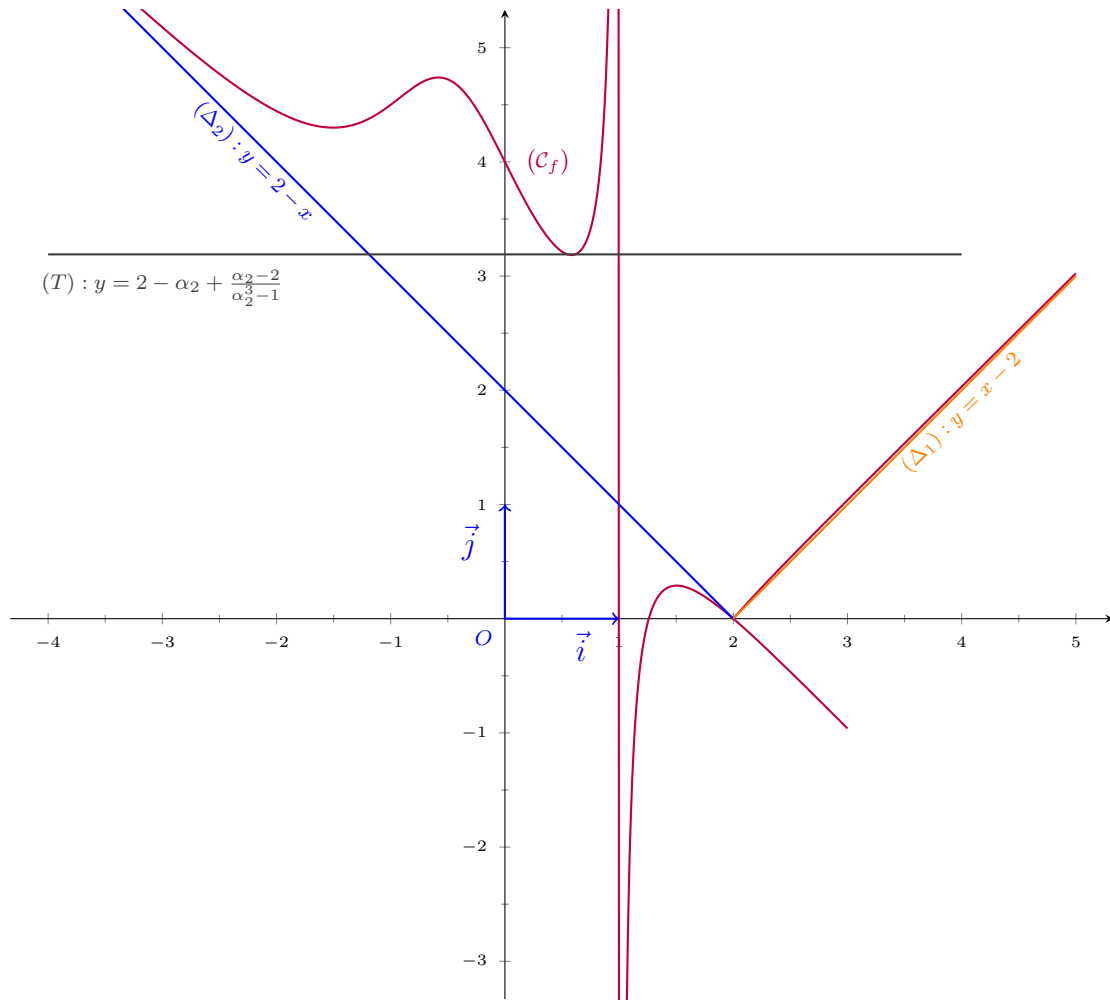
للمعادلة (1) 3 حلول موجبة تماماً.

✗ إذا كان : $|1962m - 2021| = 4$ أي : $m = \frac{2025}{1962}$ أو $m = \frac{2017}{1962}$ للمعادلة (1) 3 حلول موجبة (أحد حلول معدوم).

نكتفي بهذا القدر ... عزيزي المجتهد يمكنك إكمال هذه المناقشة بنفس الفكرة المطروحة سابقاً.



6. إنشاء كل من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (T) و (C_f) : $\leftarrow (1.25 \text{ ن})$



لو علم الناس كيف تعمل منظومة الدعاء والاستجابة ... لما توقفوا عن الدعاء أبداً. —

اللهم إنك عفو رحيم تحب العفو فاعفو عنا. —

لا تنسوني بالدعاء لي ولوالدي الكريمين - حفظهما الله-. —