التحضير الممتاز للرياضيات

ملخص
الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات

1

★ الدوال العددية (عموميات)

أقدم لإخواني الأساتذة وأبنائي الطلبة هذا العمل المتواضع والمتمثل في

ملخص الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات في الدوال العددية

للسنة الثانية ثانوي جميع الشعب العلمية :

علوم تجريبية ★ رياضيات ★ تقني رياضي

للتحضير الممتاز للرياضيات.

يتضمن هذه الملخص :

- عموميات + الدوال المركبة.
- اتجاه التغير والتمثيل البياني.
- المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية أو الثالثة.

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي. محبكم في الله الأستاذ : فراحتية المحفوظ

آخر تحديث : 2021/09/14

السنة الدراسية : 2022/2021

الأستاذ فراحتية المحفوظ للرياضيات | فراحتية المحفوظ | mahfoudferahtia@gmail.com

www.dzexams.com

1 قواعد الحساب

1.1 الجداءات (المتطابقات) الشهيرة:

الجداءات الشهيرة من الدرجة الثانية	الجداءات الشهيرة من الدرجة الثالثة
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

2.1 خواص القيمة المطلقة:

✍ إذا كان x و y عددان حقيقيان فإن:

$\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$	$\lvert -x \rvert = \lvert x \rvert$	$\lvert x \rvert \geq 0$
$\lvert x+y \rvert \leq \lvert x \rvert + \lvert Y \rvert$	$\left\lvert \frac{x}{y} \right\rvert = \frac{\lvert x \rvert}{\lvert y \rvert}$ مع $y \neq 0$	$\lvert x \times y \rvert = \lvert x \rvert \times \lvert y \rvert$
$\lvert x-a \rvert = \begin{cases} x-a & ;x \geq a \\ -x+a & ;x \leq a \end{cases}$	$\lvert x+a \rvert = \begin{cases} x+a & ;x \geq -a \\ -x-a & ;x \leq -a \end{cases}$	$\lvert x \rvert = \begin{cases} x & ;x \geq 0 \\ -x & ;x \leq 0 \end{cases}$
	إذا كان $\lvert x \rvert \geq a$ فإن: $x \geq a$ أو $x \leq -a$	إذا كان $\lvert x \rvert \leq a$ فإن: $-a \leq x \leq a$

3.1 خواص الحصر:

✍ لتكن a، b، c و d أعداد حقيقية موجبة تماما. نضع $a \leq x \leq b$ و $c \leq y \leq d$.

جمع	طرح	ضرب	قسمة
$a+c \leq x+y \leq b+d$	$a-d \leq x-y \leq b-c$	$a \times c \leq x \times y \leq b \times d$	$\frac{a}{d} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{b}{c}$

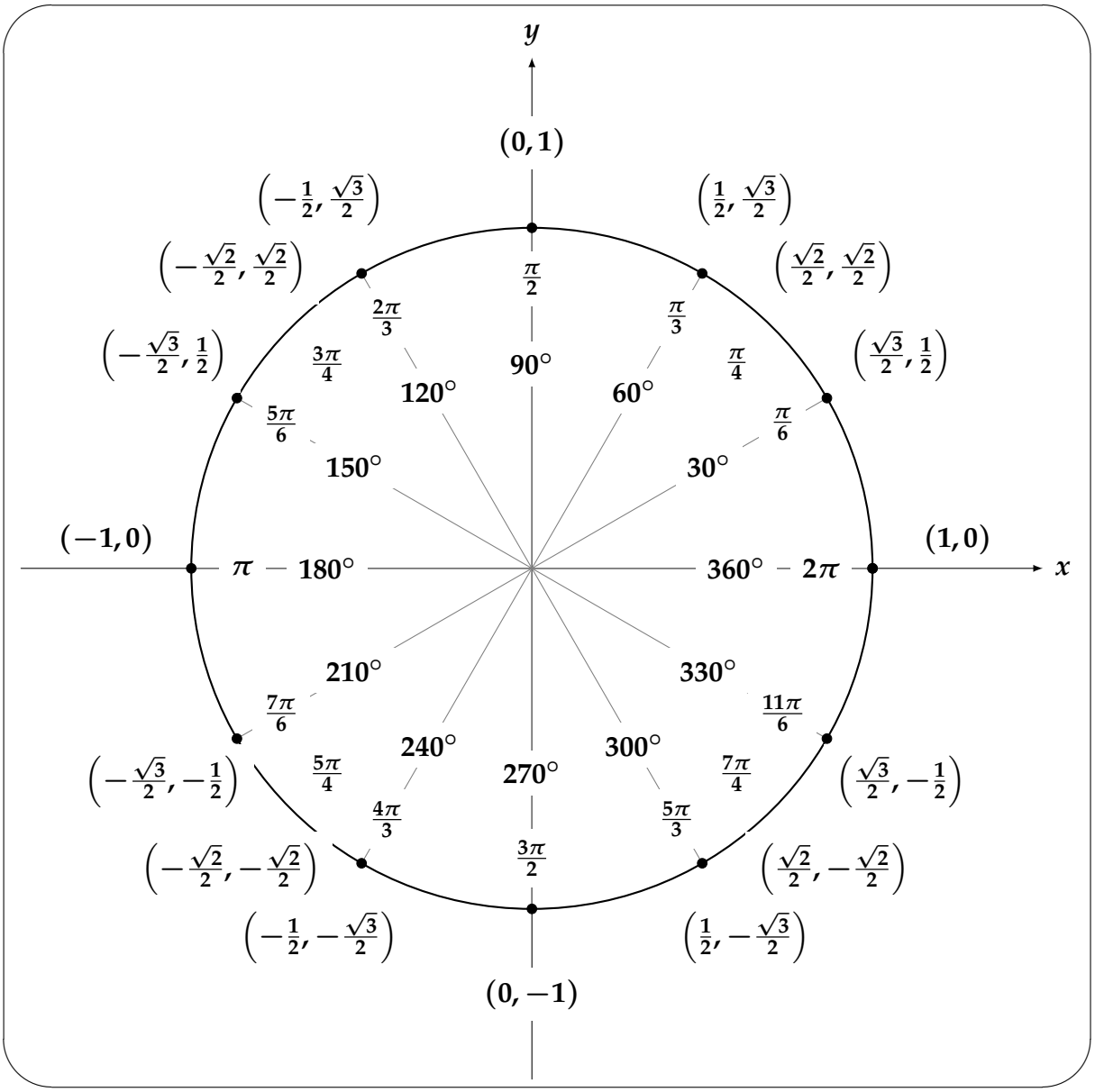
4.1 الدائرة المثلثية وحساب المثلثات:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1

$-1 \leq \cos x \leq 1$
$-1 \leq \sin x \leq 1$
$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$
$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$
$\sin 2x = 2\sin x \cos x$

www.dzexams.com



$\begin{cases}\cos(x\pm 2k\pi)=\cos x\\ \sin(x\pm 2k\pi)=\sin x\end{cases}$	$\begin{cases}\cos(\pi-x)=-\cos x\\ \sin(\pi-x)=\sin x\end{cases}$	$\begin{cases}\cos(\pi+x)=-\cos x\\ \sin(\pi+x)=-\sin x\end{cases}$	$\begin{cases}\cos(-x)=\cos x\\ \sin(-x)=-\sin x\end{cases}$

الأستاذ فراحتية المحفوظ للرياضيات — الرياضيات للتعليم الثانوي

2 عموميات حول الدوال

1.2 الدالة ومجموعة التعريف:

تعريف

✍ مجموعة تعريف الدالة f هي مجموعة الأعداد الحقيقية x التي يكون من أجلها حساب $f(x)$ ممكنا، ونرمز لها بـ: D_f.

✍ نقول عن f أنها دالة إذا كانت ترفق بكل عدد حقيقي x من D_f عددا حقيقيا وحيدا نرمز له بالرمز $f(x)$ ويسمى صورة x بالدالة f.

www.dzexams.com

قاعدة

✍ مجموعة تعريف دالة معرفة بدستور:

- تتضمن كسر المقام لا يساوي الصفر.
- تتضمن جذر ما بداخل الجذر موجب.
- لا تتضمن لا كسر ولا جذر $D_f = \mathbb{R} =]-\infty;+\infty[$.

✍ في حالة مجموع، طرح، جداء أو قسمة دالتين فأكثر D_f هي تقاطع مجالات تعريف كل هذه الدوال.

طريقة

✍ لتعيين صورة عدد حقيقي α بدالة f معرفة بدستور نقوم بحساب $f(\alpha)$.

✍ أما لتعيين السوابق الممكنة لعدد حقيقي β نقوم بحل المعادلة ذات المجهول x: $f(x) = \beta$.

2.2 التمثيل البياني لدالة:

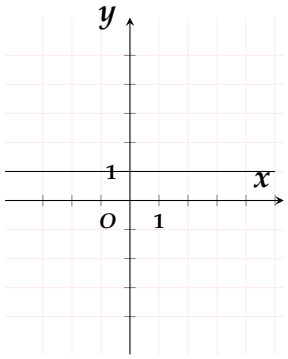
تعريف

✍ التمثيل البياني (أو المنحنى الممثل) للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ هو مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي بحيث: $x \in D$ و $y = f(x)$.

✍ إذا رمزنا إلى منحنى f بالرمز (C_f) فإن $y = f(x)$ هي معادلة (C_f) في مستوي منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

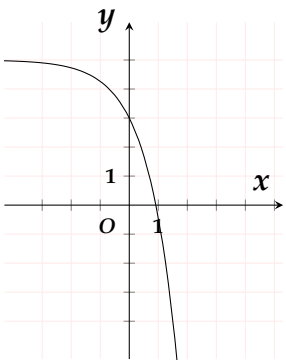
3.2 اتجاه تغير دالة على مجال:

❖ **دالة ثابتة**



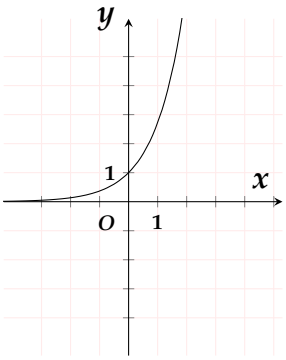
إذا كان $x_1 < x_2$ فان: $f(x_1) = f(x_2)$

❖ **دالة متناقصة تماما**



إذا كان $x_1 < x_2$ فان: $f(x_1) > f(x_2)$

❖ **دالة متزايدة تماما**



إذا كان $x_1 < x_2$ فان: $f(x_1) < f(x_2)$

www.dzexams.com

ملاحظات:

✔ f رتيبة على مجال معناه f متناقصة أو متزايدة على هذا المجال.

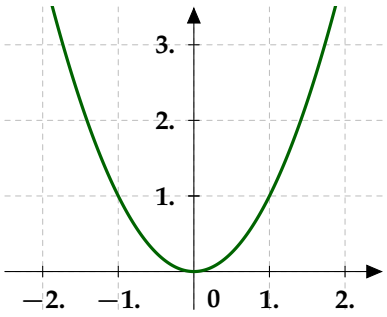
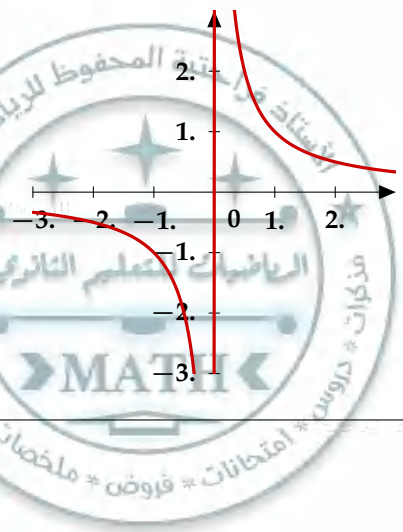
✔ الفرق بين متزايدة ومتزايدة تماما، متناقصة ومتناقصة تماما:

f متزايدة تماما	f متزايدة
معناه f متزايدة دون أن تكون ثابتة.	معناه f متزايدة ثم ثابتة أو ثابتة ثم متزايدة أو متزايدة ثم ثابتة ثم متزايدة...الخ

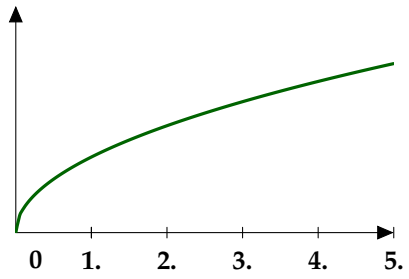
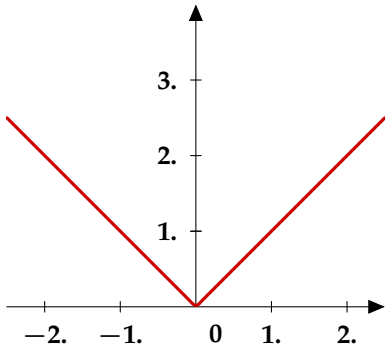
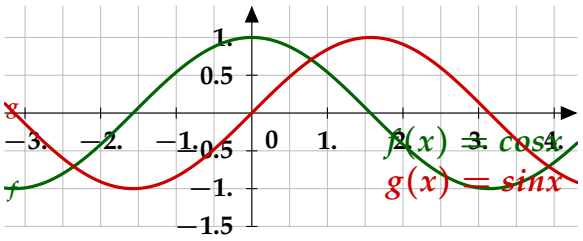
f متناقصة تماما	f متناقصة
معناه f متناقصة دون أن تكون ثابتة.	معناه f متناقصة ثم ثابتة أو ثابتة ثم متناقصة أو متناقصة ثم ثابتة ثم متناقصة...الخ

حذار: f متزايدة ليس معناه f موجبة و f متناقصة ليس معناه f سالبة. ولا توجد علاقة بين اتجاه تغير الدالة وإشارتها.

4.2 الدوال المرجعية:

الدالة	اتجاه التغير	التمثيل البياني
الدالة مربع $f: x \mapsto x^2$	✔ f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ إذا كان $x_1 < x_2 \leq 0$ فإن: $x_1^2 > x_2^2$. ✔ f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ إذا كان $0 \leq x_1 < x_2$ فإن: $x_1^2 < x_2^2$.	
الدالة مقلوب $f: x \mapsto \frac{1}{x}$	✔ f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$ إذا كان $x_1 < x_2 < 0$ فإن: $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$. ✔ f متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ إذا كان $0 < x_1 < x_2$ فإن: $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$.	

www.dzexams.com

الدالة	اتجاه التغير	التمثيل البياني
الدالة الجذر التربيعي $f : x \mapsto \sqrt{x}$	✔ f متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$ إذا كان $0 \leq x_1 < x_2$ فإن: $\sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$.	
الدالة القيمة المطلقة $f : x \mapsto \lvert x \rvert$	✔ f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ إذا كان $x_1 < x_2 < 0$ فإن: $\lvert x_1 \rvert > \lvert x_2 \rvert$. ✔ f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ إذا كان $0 < x_1 < x_2$ فإن: $\lvert x_1 \rvert < \lvert x_2 \rvert$.	
الدالتان جيب وجيب تمام $f : x \mapsto cosx$ $g : x \mapsto sinx$	✔ الدالتان $f : x \mapsto cosx$ و $g : x \mapsto sinx$ دوريتان دورهما 2π.	

5.2 العمليات على الدوال:

❖ تساوي دالتين:

تعريف

✍ القول عن دالتين f و g أنهما متساويتان يعني أن لهما نفس مجموعة التعريف D وأن من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا: $f(x) = g(x)$ ونكتب $f = g$.

❖ العمليات الجبرية على الدوال:

✍ f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب، λ و k عددان حقيقيان.

www.dzexams.com

العملية	الرمز	التعريف	مجموعة التعريف
مجموع f و k	$f+k$	$(f+k)(x)=f(x)+k$	D_f
مجموع f و g	$f+g$	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$D_f \cap D_g$
جداء f بالعدد λ	λf	$(\lambda f)(x)=\lambda f(x)$	D_f
جداء f و g	$f \times g$	$(f \times g)(x)=f(x) \times g(x)$	$D_f \cap D_g$
حاصل قسمة f على g	$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$	$D_f \cap D_g : g(x) \neq 0$

❖ مركب دالتين:

تعريف

✍ f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب. مركب الدالة f متبوعة بالدالة g هي الدالة التي نرمز إليها بالرمز $g \circ f$ والمعرفة على: $D_{g\circ f}=\{x;\ f(x) \in D_g \text{ و } x \in D_f\}$ بـ: $(g \circ f)(x)=g[f(x)]$.

6.2 صورة مجال بواسطة دالة:

المجال / صورة المجال	f دالة متزايدة تماما على I	f دالة متناقصة تماما على I
المجال I	$f(I)$	$f(I)$
$[a;b]$	$[f(a);f(b)]$	$[f(b);f(a)]$

7.2 اتجاه تغير الدوال $f+k$ ، λf و $g \circ f$:

✍ k و λ أعداد حقيقية مع $\lambda \neq 0$، f دالة رتيبة تماما على مجال I و g دالة رتيبة تماما على مجال $f(I)$.

الدالة	اتجاه التغير
الدالة $f+k$	للدالتين f و $f+k$ نفس اتجاه التغير على المجال I.
الدالة λf	☜ إذا كان $\lambda > 0$ يكون للدالتين f و λf نفس اتجاه التغير على المجال I. ☜ إذا كان $\lambda < 0$ يكون اتجاها تغير الدالتين f و λf متعاكسين على المجال I.
الدالة $g \circ f$	☜ إذا كان للدالتين f و g نفس اتجاه التغير تكون الدالة $g \circ f$ متزايدة تماما على I. ☜ إذا كان اتجاها تغير الدالتين f و g متعاكسين تكون الدالة $g \circ f$ متناقصة تماما على I.

www.dzexams.com

ملاحظات:

✔ مجموع دالتين متزايدتين تماما على I هي دالة متزايدة تماما على I.

✔ مجموع دالتين متناقصتين تماما على I هي دالة متناقصة تماما على I.

✔ لا يمكن إعطاء قواعد عامة تمكن من استنتاج اتجاه تغير الدالتين $(f+g)$ و $(f\times g)$ في كل الحالات إلا أن ذلك يكون ممكنا إذا أضيفت شروط على الدالتين f و g.

3 التمثيلات البيانية

1.3 استنتاج تمثيل بياني لدالة انطلاقا من تمثيل بياني آخر:

✍ لتكن f و g دالتين معرفتين على D_f و D_g على الترتيب، و ليكن (C_f) و (C_g) تمثيلهما البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ على الترتيب، a و b أعداد حقيقية.

الدوال	شرط الوجود	التحويل
$g(x)=f(x)+b$	$x\in D$	(C_g) هو صورة (C_f) بواسطة إنسحاب شعاعه $b\vec{j}$.
$g(x)=f(x+a)$	$(x+a)\in D$	(C_g) هو صورة (C_f) بواسطة إنسحاب شعاعه $-a\vec{i}$.
$g(x)=f(x+a)+b$	$(x+a)\in D$	(C_g) هو صورة (C_f) بواسطة إنسحاب شعاعه $-a\vec{i}+b\vec{j}$.
$g(x)=-f(x)$	$x\in D$	(C_g) متناظر مع (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل.
$g(x)=f(-x)$	$-x\in D$	(C_g) متناظر مع (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب.
$g(x)=-f(-x)$	$-x\in D$	(C_g) متناظر مع (C_f) بالنسبة إلى مبدأ المعلم.
$g(x)=\lvert f(x)\rvert$	$x\in D$	☜ (C_g) منطبق على (C_f) إذا كان $f(x)\geq 0$. ☜ (C_g) متناظر مع (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل إذا كان $f(x)\leq 0$.
$g(x)=f(\lvert x\rvert)$	$\lvert x\rvert\in D$	نبين أن g دالة زوجية. ☜ (C_g) منطبق على (C_f) إذا كان $x\in D\cap\mathbb{R}^+$. ☜ (C_g) متناظر مع (C_f) المرسوم في المجال الموجب بالنسبة لمحور التراتيب إذا كان $x\in D\cap\mathbb{R}^-$.

فراحتية المحفوظ للرياضيات * دروس * امتحانات * فروض * ملخصات * سلاسل تمارين
MATH
www.dzexams.com

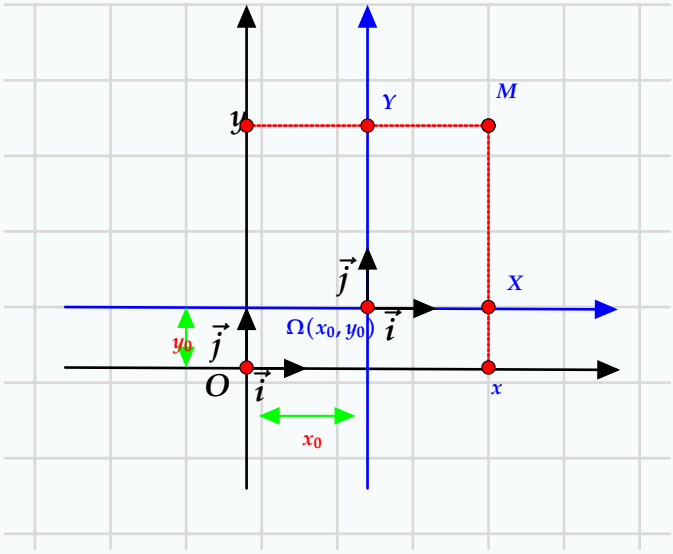
2.3 دساتير تغيير معلم:

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم للمستوي و $\Omega(x_0;y_0)$ نقطة من المستوي في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$، وليكن $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$ معلم جديد جديد للمستوي.

$M(x;y)$ نقطة من المستوي في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ و $(X;Y)$ هي إحداثياها بالنسبة إلى المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$.

لدينا حسب علاقة شال: $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{O\Omega}+\overrightarrow{\Omega M}$.

إذن: $\begin{cases} x=X+x_0 \\ y=Y+y_0 \end{cases}$ تسمى دساتر تغيير معلم.



3.3 شفعية دالة، مركز تناظر ومحور تناظر:

	التعريف	التفسير الهندسي
الدالة الزوجية	D_f متناظرة بالنسبة لـ 0 وكان $f(-x)=f(x)$.	المنحنى (C_f) متناظر بالنسبة إلى محور التراتيب.
الدالة الفردية	D_f متناظرة بالنسبة لـ 0 وكان $f(-x)=-f(x)$.	المنحنى (C_f) متناظر بالنسبة لمركز المعلم.
الدالة الدورية	إذا كان $f(x+T)=f(x)$.	المنحنى (C_f) يعيد نفسه عند كل مجال طوله T.
محور التناظر	❶ إذا كان $f(2\alpha-x)=f(x)$. ❷ إذا كان $f(\alpha-x)=f(\alpha+x)$. ❸ دستور تغيير معلم $\begin{cases} x=X+\alpha \\ y=Y \end{cases}$. ☜ إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد: $Y=f(\alpha+X)$. ونثبت أن Y دالة زوجية.	المنحنى (C_f) يقبل محور تناظر هو المستقيم ذو المعادلة $x=\alpha$.

الرياضيات للتعليم الثانوي MATH منذكرات * دروس * امتحانات * فروض * ملخصات * سلاسل تمارين

www.dzexams.com

مركز التناظر	❶ إذا كان $f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$. ❷ إذا كان $f(\alpha - x) + f(\alpha + x) = 2\beta$. ❸ دستور تغيير معلم $\begin{cases} x = X + \alpha \\ y = Y + \beta \end{cases}$. ☜ إيجاد معادلة الدالة في المعلم الجديد: $Y = f(\alpha + X) - \beta$. ونثبت أن Y دالة فردية.	المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر هو النقطة $\Omega(\alpha;\beta)$.

ملاحظات:

✔ إذا كان $f(\alpha - x) = f(x)$ المنحنى (C_f) يقبل محور تناظر هو المستقيم ذو المعادلة $x = \frac{\alpha}{2}$.

✔ إذا كان $f(\alpha - x) + f(x) = \beta$ المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر هو النقطة $\Omega\left(\frac{\alpha}{2};\frac{\beta}{2}\right)$.

✔ إذا كان $f(\alpha - x) + f(\alpha + x) = \beta$ المنحنى (C_f) يقبل مركز تناظر هو النقطة $\Omega\left(\alpha;\frac{\beta}{2}\right)$.

4.3 التقاطع مع محوري الاحداثيات:

صيغة السؤال	كيفية الإجابة
عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.	حل المعادلة $f(x) = 0$ وإيجاد فواصل هذه النقط مع العلم أن ترتيباتها معدومة.
عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور التراتيب.	حساب $f(0)$ وإيجاد ترتيبات هذه النقط مع العلم أن فواصلها معدومة.
حل بيانيا المعادلة $f(x) = 0$.	تعيين فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل.
حل بيانيا المعادلة $f(x) = a$.	تعيين فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = a$.
حل بيانيا المعادلة $f(x) = g(x)$.	تعيين فواصل النقط المشتركة بين المنحنى (C_f) والمنحنى (C_g).
استنتج إشارة $f(x)$.	بالنسبة للإشارة: المجالات التي يكون فيها المنحنى (C_f) تحت محور الفواصل فإن $f(x) < 0$، والمجالات التي يكون فيها المنحنى (C_f) فوق محور الفواصل فإن $f(x) > 0$.
حل بيانيا المتراجحة $f(x) > a$.	تعيين فواصل نقط المنحنى (C_f) الواقعة فوق المستقيم ذو المعادلة $y = a$.
حل بيانيا المتراجحة $f(x) \geq g(x)$.	تعيين فواصل نقط المنحنى (C_f) الواقعة فوق المنحنى (C_g).

الرياضيات للمعلم الثانوي MATH دروس * تمارين * ملخصات * فروض

www.dzexams.com

5.3 المناقشة البيانية:

✍ لتكن f دالة معرفة على D_f، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. و (Δ) مستقيم معادلته $y=ax+b$.

المعادلة من الشكل	المناقشة البيانية
$f(x)=m$	حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل.
$f(x)=ax+m$	حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لـ (Δ).
$f(x)=mx+b$	حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الدورانية حول النقطة $\Omega(0;b)$.
$f(x)=m^2$ أو $f(x)=\lvert m\rvert$	حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل. ($y=m^2$ أو $y=\lvert m\rvert$) لكن المناقشة تبدأ من محور الفواصل نحو الأعلى.
$f(x)=f(m)$	حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات الموازية لمحور الفواصل معادلاتها $y=f(m)$.

ملاحظات:

✔ المناقشة البيانية تعتمد عموما على منحنى دالة تعطى عبارتها في نص التمرين، بحيث لابد من رسم منحناها بشكل صحيح.

✔ نقول أن للمعادلة حل موجب إذا كانت نقطة التقاطع تقع على يمين محور التراتيب.

✔ نقول أن للمعادلة حل سالب إذا كانت نقطة التقاطع تقع على يسار محور التراتيب.

✔ نقول أن للمعادلة حل مضاعف إذا كانت نقطة التقاطع هي نقطة التماس.

✔ في حالة المعادلة $f(x)=u(m)$، ضع $f(x)=M$ وناقش عدد الحلول حسب قيم M واستنتج منها قيم m.

✔ في حالة $f(x)=mx+b$ نبين أن جميع المستقيمات التي معادلاتها من الشكل $y=mx+b$ تشمل نقطة ثابتة A.

www.dzexams.com

4 الدوال كثيرات الحدود

1.4 دالة كثير الحدود:

تعريف

✍ نسمي دالة كثير حدود كل دالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$.

✍ يسمى العدد الطبيعي n درجة كثير حدود f، وتسمى الأعداد الحقيقية a_0 ، a_1 ، $\cdots$ ، a_n مع $(a_n\neq 0)$ معاملاته، ويسمى a_px^p الحد الذي درجته p.

مبرهنة

❶ يكون كثير حدود معدوما إذا وفقط إذا كانت كل معاملاته معدومة.

❷ يكون كثيرا حدود، غير معدومين متساويين إذا وفقط إذا كانا من نفس الدرجة وكانت معاملات الحدود من نفس الدرجة متساوية.

2.4 عمليات على كثيرات الحدود:

نتائج

❶ مجموع، فرق، جداء ومركب كثير حدود هي كثيرات حدود.

❷ جداء كثيري حدود غير معدومين درجتهما n و p على الترتيب هو كثير حدود درجته $(n+p)$.

❸ حاصل قسمة كثير حدود f على كثير حدود غير معدوم g ليس كثير حدود. وتسمى الدالة $x\mapsto\dfrac{f(x)}{g(x)}$ دالة ناطقة.

3.4 جذر كثير حدود:

تعريف

✍ العدد الحقيقي α جذر لكثير الحدود f يعني $f(\alpha)=0$

4.4 تحليل كثير حدود باستعمال العامل $(x-\alpha)$:

مبرهنة

ليكن f كثير حدود درجته أكبر من أوتساوي 1 و α عدد حقيقي. إذا كان $f(\alpha)=0$ فإنه يوجد كثير حدود g بحيث من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x)=(x-\alpha)g(x)$ ، بحيث إذا كانت n درجة f فإن درجة g هي $(n-1)$.

www.dzexams.com

5.4 طرق تحليل كثير حدود:

✍ هناك أربع طرق لتحليل كثير حدود من الدرجة n:

مثال

✔ الهدف هو تحليل $f(x)$ إلى جداء عاملين أو أكثر بطرق مختلفة. حيث $f(x)=x^3-x^2-4x+4$

طريقة (التحليل)

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3-x^2-4x+4 \\ &= x^2(x-1)-4(x-1) \\ &= (x-1)(x^2-4) \\ &= (x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

طريقة (المطابقة)

نبين أن 1 جذر لـ f ثم نستعمل المبرهنة السابقة، ومنه

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(ax^2+bx+c) \\ &= ax^3+(c-a)x^2+(c-b)x-c \end{aligned}$$

بالمطابقة نجد: $a=1$ ، $b=0$ ، $c=-4$.

ومنه: $f(x)=(x-1)(x^2-4)$

طريقة (القسمة الإقليدية)

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-4x+4 & x-1 \\ \hline -x^3+x^2 & x^2-4 \\ \hline -4x+4 & \\ 4x-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

طريقة (طريقة هورنر)

	x^3	$-x^2$	$-4x$	$+4$
	1	−1	−4	4
1	0	1	0	−4
×	1	0	−4	0

(+)

$$f(x)=x^3-x^2-4x+4=(x-1)(x^2-4)$$

5 المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية

تعريف

لتكن a ، b ، c أعداد حقيقية ثابتة مع $a\neq 0$

✍ نسمي معادلة من الدرجة الثانية، ذات المجهول x، كل معادلة يمكن كتابتها على الشكل: $ax^2+bx+c=0$.

✍ نسمي متراجحة من الدرجة الثانية ذات المجهول x كل متراجحة يمكن كتابتها على أحد الشكلين التاليين:

$$ax^2+bx+c\geq 0,\ ax^2+bx+c>0$$

www.dzexams.com

1.5 الشكل النموذجي لثلاثي حدود من الدرجة الثانية:

✍ الشكل النموذجي لثلاثي الحدود هو: $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$

✍ يسمى العدد $\Delta=b^2-4ac$ مميز ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية.

2.5 حل معادلات من الدرجة الثانية:

إذا كان	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
حلول المعادلة:	$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_0=\frac{-b}{2a}$	لاتقبل حلول
التحليل:	$a(x-x_1)(x-x_2)$	$a(x-x_1)^2$	لايمكن التحليل
الإشارة:	$-\infty$ إشارة a x_1 0 إشارة (-a) x_2 0 إشارة a $+\infty$	$-\infty$ إشارة a x_0 0 إشارة a $+\infty$	$-\infty$ إشارة a $+\infty$

3.5 المعادلات والمتراجحات الصماء:

طريقـــة

✍ لحل معادلة من الشكل $\sqrt{A(x)}=B(x)$.....(*) نتبع الخطوات التالية:

① نعين D مجموعة تعريف المعادلة (*).

② من أجل كل x من D: (*) تكافئ $\begin{cases}A(x)=[B(x)]^2\\B(x)\geq x\end{cases}$.

4.5 المعادلات مضاعفة التربيع:

تعريف

✍ نسمي معادلة مضاعفة التربيع، ذات المجهول x، كل معادلة يمكن كتابتها على الشكل: $ax^4+bx^2+c=0$

حيث a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة مع $a\neq 0$.

✍ حل هذه المعادلة يؤول إلى حل الجملة $\begin{cases}X=x^2\\aX^2+bX+c=0\end{cases}$ يسمى X مجهولا مساعدا.

✍ بعد حل المعادلة $aX^2+bX+c=0$ نستنتج حلول المعادلة $ax^4+bx^2+c=0$.

www.dzexams.com

5.5 مجموع وجداء حلي معادلة من الدرجة الثانية:

✍ إذا كان مميز معادلة من الدرجة الثانية $\Delta > 0$ فإن:

❖ إذا وضعنا $S = x_1 + x_2$ و $P = x_1 \times x_2$ حيث S هو مجموع الحلين و P جداؤهما نجد:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$P = x_1 x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

نتائج

❶ إذا علم أحد الجذرين يمكن حساب الجذر الآخر وذلك باستعمال المجموع S أو الجداء P.

❷ يكون مجموع عددين هو S وجداؤهما هو P إذا وفقط إذا كانا حلين للمعادلة ذات المجهول x والتي تكتب بالشكل التالي: $x^2 - Sx + p$.

❸ نعتبر المعادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول الحقيقي x التالية: $ax^2 + bx + c \cdots (1)$ مع $(a \neq 0)$

❖ إذا كان $\frac{c}{a} < 0$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين إشارتاهما مختلفتان.

❖ إذا كان $\frac{c}{a} > 0$ و $-\frac{b}{a} > 0$ فإن المعدلة (1) تقبل حلين موجبين تماما.

❖ إذا كان $\frac{c}{a} > 0$ و $-\frac{b}{a} < 0$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين سالبين تماما.

ألبرت آينشتاين: لا تسعى إلى النجاح، وإنما كن ذو قيمة.

اعتزم وكد فإن مضيت فلا تقف ... وأصبر وثابر فالنجاح محقق.

بالتوفيق في السنة الدراسية

www.dzexams.com