



عبد الحميد

الأستاذ: عبد الحميد

التمرين الأول: بكالوريا 2018 - الموضوع الأول

- (1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5.
- (2) عيّن العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.
- (3) بين أنّ العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.
- (4) أ- تحقّق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$.
ب- عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$.

التمرين الثاني: بكالوريا 2018 - الموضوع الثاني

- a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث: $a = 4b + 6$.
- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4.
 - (2) بين أنّ a و b متوافقان بترديد 3.
 - (3) نضع: $b = 489$.
 - أ- تحقّق أن: $a \equiv -1 [13]$.
 - ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13.
 - ج- عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلا للقسمة على 13.



حل التمرين الأول: بكالوريا 2018 - الموضوع الأول

(1) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 5:

لدينا:

$$n = 0 : 2^0 \equiv 1 [5]$$

$$n = 1 : 2^1 \equiv 2 [5]$$

$$n = 2 : 2^2 \equiv 4 [5]$$

$$n = 3 : 2^3 \equiv 3 [5]$$

$$n = 4 : 2^4 \equiv 1 [5]$$

لاحظ أن:

دور بواقي القسمة هو 4.

فنكتب:

من أجل كل عدد طبيعي n :

$$n = 4k : 2^{4k} \equiv 1 [5]$$

$$n = 4k + 1 : 2^{4k+1} \equiv 2 [5]$$

$$n = 4k + 2 : 2^{4k+2} \equiv 4 [5]$$

$$n = 4k + 3 : 2^{4k+3} \equiv 3 [5]$$

ومنه:

بواقي قسمة العدد 2^n على 5 هي:

$$r = \{1; 2; 3; 4\}$$

نلخص بواقي قسمة العدد 2^n على 5 في الجدول التالي:

n	$4k$	$4k + 1$	$4k + 2$	$4k + 3$	$k \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	3	[5]

(2) تعيين العدد الطبيعي a بحيث يكون: $2018 = 4a + 2$.

نحل في مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ المعادلة $2018 = 4a + 2$ كما يلي:

$$4a + 2 = 2018$$

$$4a = 2018 - 2$$

$$4a = 2016$$

$$a = \frac{2016}{4}$$

ومنه:

$$a = 504$$

(3) تبيان أن العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.

لتبيان أن العدد $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5 يكفي أن نبيّن أن:

$$2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 0 [5]$$

حسب (2) نكتب:

$$2^{2018} \equiv 2^{4a+2} [5] ; a = 504$$

وحسب الجدول أعلاه لدينا:

$$2^{4k+2} \equiv 4 [5]$$

ومنه:

$$2^{2018} \equiv 4 [5]$$

ولدينا:

$$2017 \equiv 2 [5]$$

$$2017^8 \equiv 2^8 [5]$$

$$2017^8 \equiv 2^{4 \times 2} [5]$$

$$2017^8 \equiv 2^{4k} [5] ; k = 2$$

وحسب الجدول أعلاه لدينا:

$$2^{4k} \equiv 1 [5]$$

ومنه:

$$2017^8 \equiv 1 [5]$$

فنكتب:

$$2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 4 + 1 - 5 [5]$$

نجد:

$$2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 0 [5]$$

ومنه:

العدد: $2^{2018} + 2017^8 - 5$ يقبل القسمة على 5.

(4) أ- التَّحَقَّقْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عَدَدٍ طَبِيعِيٍّ n : $12^n \equiv 2^n [5]$ و $(-3)^n \equiv 2^n [5]$.

لدينا:

$$12 \equiv 2 [5]$$

ومنه:

$$12^n \equiv 2^n [5]$$

ولدينا:

$$5 \equiv 0 [5]$$

$$5 - 2 \equiv 0 - 2 [5]$$

$$3 \equiv -2 [5]$$

$$-3 \equiv 2 [5]$$

ومنه:

$$(-3)^n \equiv 2^n [5]$$

(4) ب- تَعَيِّنْ قِمَّ الْعَدَدِ الطَّبِيعِيِّ n بِحَيْثُ: $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$.

لدينا:

$$12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$$

من 4) أ- نكتب:

$$2^n + 2^n - 4 \equiv 0 [5]$$

$$2 \times 2^n - 4 \equiv 0 [5]$$

$$2^{n+1} - 4 \equiv 0 [5]$$

ومنه:

$$2^{n+1} \equiv 4 [5]$$

ومن جدول البواقي أعلاه لدينا:

$$2^{4k+2} \equiv 4 [5]$$

فنجد بالمطابقة:

$$n + 1 = 4k + 2$$

$$n = 4k + 2 - 1$$

ومنه:

$$n = 4k + 1 ; k \in \mathbb{N}$$

حل التمرين الثاني: بكالوريا 2018 - الموضوع الثاني

1) تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4:

الطريقة الأولى:

لدينا:

$$a = 4b + 6$$

ونكتب:

$$a \equiv 6 [4]$$

ملاحظة:

لا يمكن أن يكون باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 هو 6 لأن: 6 أكبر من 4.

حيث:

$$6 \equiv 2 [4]$$

فنجد:

$$a \equiv 2 [4]$$

ومنه:

باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 هو 2.

الطريقة الثانية:

لدينا:

$$a = 4b + 6$$

$$a = (4b + 4) + 2$$

$$a = 4(b + 1) + 2$$

$$a = 4m + 2 ; m = b + 1$$

$$a \equiv 2 [4]$$

باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 4 هو 2.

(2) تبيان أنّ a و b متوافقان بترديد 3:

لتبيان أنّ a و b متوافقان بترديد 3 يكفي أن نبين أنّ: $a - b \equiv 0 [3]$ أو $a \equiv b [3]$.

معناه:

$a - b$ من مضاعفات العدد 3.

لدينا:

$$a = 4b + 6$$

$$a = (3b + 6) + b$$

$$a = 3(b + 2) + b$$

$$a - b = 3(b + 2)$$

$$a - b = 3p ; p = b + 2$$

أي:

$a - b$ من مضاعفات العدد 3.

ونكتب أيضا:

$$\begin{cases} a - b \equiv 0 [3] \\ \text{أو} \\ a \equiv b [3] \end{cases}$$

ومنه:

a و b متوافقان بترديد 3.

(3) نضع: $b = 489$.

أ- التّحقّق أنّ: $a \equiv -1 [13]$.

$$a = 4b + 6$$

$$a = 4 \times 489 + 6$$

$$a = 1956 + 6$$

$$a = 1962$$

لدينا:

$$1963 \equiv 0 [13]$$

$$1963 - 1 \equiv 0 - 1 [13]$$

$$1962 \equiv -1 [13]$$

ومنه:

$$a \equiv -1 [13]$$

ب- استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13:

لدينا:

$$a \equiv -1 [13]$$

$$a^{2018} \equiv (-1)^{2018} [13]$$

بما أنّ 2018 عدد زوجي فإن: $(-1)^{2018} = 1$.

ومنه:

$$a^{2018} \equiv 1 [13]$$

ولدينا:

$$40 \equiv 1 [13]$$

$$40^{2968} \equiv (1)^{2968} [13]$$

ومنه:

$$40^{2968} \equiv 1 [13]$$

فنكتب:

$$a^{2018} + 40^{2968} \equiv 1 + 1 [13]$$

$$a^{2018} + 40^{2968} \equiv 2 [13]$$

ومنه:

بأقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{2018} + 40^{2968}$ على 13 هو 2.

ج- تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $a^{2n} + n + 3$ قابلاً للقسمة على 13:

العدد $a^{2n} + n + 3$ يقبل القسمة على 13 معناه: $a^{2n} + n + 3 \equiv 0 [13]$.

لدينا:

$$a \equiv -1 [13]$$

$$a^{2n} \equiv (-1)^{2n} [13]$$

بما أن $2n$ عدد زوجي فإن: $(-1)^{2n} = 1$.

ومنه:

$$a^{2n} \equiv 1 [13]$$

فنكتب:

$$a^{2n} + n + 3 \equiv 0 [13]$$

$$1 + n + 3 \equiv 0 [13]$$

$$n + 4 \equiv 0 [13]$$

$$n \equiv -4 [13]$$

$$n \equiv -4 + 13 [13]$$

$$n \equiv 9 [13]$$

ومنه:

$$n = 13k + 9 ; k \in \mathbb{N}$$