

التمرين الأول: (03 نقاط)

- (1) - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^3 + 1 = 0$.
- (2) - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $\left(\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| \right)^3 = -1$ ، حيث يرمز " $\ln$ " إلى اللوغاريتم النبيري.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 m وسيط حقيقي. نعتبر التحويل النقطي T_m الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = (m+i)z + m - 1 - i$.

- (1) - هل توجد قيمة للعدد m بحيث يكون T_m إنسحابا ؟
- (2) - عيّن العدد m بحيث يكون T_m دورانا. عيّن عندئذ المركز و زاوية له.
- (3) - نضع فيما يلي: $m = 1$.
- (أ) - احسب لاحقة Ω النقطة الصامدة للتحويل النقطي T_m .
- (ب) - من أجل كل عدد مركب z يختلف عن 1 ، احسب $\frac{z'-1}{z-1}$.
- باستعمال تفسير هندسي لكل من الطويلة و عمدة للعدد $\frac{z'-1}{z-1}$ ، برهن أن T_1 هو تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة.

- (4) - نعرف في المستوي ، المتتالية النقطية (M_n) كما يلي:
- $M_0 = O$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $M_{n+1} = T_1(M_n)$.
- (أ) - مثل النقط M_1 ، M_2 ، M_3 ، M_4 .
- (ب) - من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $d_n = \Omega M_n$.

برهن أن (d_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها. هل (d_n) متقاربة ؟

التمرين الثالث: (06 نقاط)

- (1) - لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 e^{1-x}$.
- و نرمز بـ (C_f) إلى تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (أ) - عيّن نهايتي f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني (C_f) .
 (ب) - ادرس إتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها.
 (ج) - ارسم (C_f) .

(2) - ليكن n عدد طبيعي غير معدوم، نعتبر التكامل I_n المعرّف بـ : $I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x} dx$

- (أ) - باستعمال التكامل بالتجزئة جد علاقة بين I_n و I_{n+1} .
 (ب) - احسب I_1 و I_2 .
 (ج) - أعط تفسيراً هندسياً للعدد I_2 مبيناً ذلك على الرسم.
 (3) - (أ) - برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;1]$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا المتباينة الآتية: $x^n \leq x^n e^{1-x} \leq x^n e$.
 (ب) - استنتج حصراً للعدد I_n ثم عيّن نهاية I_n لما يؤول n إلى $+\infty$.

النمرين الرابع: (06 نقاط)

1. نعتبر المعادلة (1) ذات المجهول (n, m) من $\mathbb{Z}^2$: $11n - 24m = 1$. . . (1)
 (أ) - تحقّق بواسطة نص نظرية أن المعادلة (1) تقبل على الأقل حلاً.
 (ب) - جد باستعمال خوارزمية إقليدس حلاً خاصاً للمعادلة (1).
 (ج) - عيّن مجموعة حلول المعادلة (1).
 2. نريد إيجاد $PGCD(10^{11} - 1, 10^{24} - 1)$.
 (أ) - بيّن أنّ العدد 9 يقسم كل من العددين : $10^{11} - 1$ و $10^{24} - 1$.
 (ب) - بيّن أنّه إذا كانت الثنائية (n, m) حلاً للمعادلة (1) فإنّ $(10^{11n} - 1) - 10(10^{24m} - 1) = 9$.
 - بيّن أنّ $(10^{11} - 1)$ يقسم $(10^{11n} - 1)$.
 - استنتج من السؤال السابق أنّه يوجد عددين طبيعيين M و N حيث:
 $(10^{11} - 1)N - (10^{24} - 1)M = 9$
 (د) - بيّن أنّ كل قاسم مشترك للعددين $(10^{24} - 1)$ و $(10^{11} - 1)$ يقسم 9.
 (هـ) - استنتج من الأسئلة السابقة $PGCD(10^{11} - 1, 10^{24} - 1)$.