



على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر في المجموعة z^2 المعادلة : $(E): 5x - 6y = 3$

1- أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3.

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل في z^2 المعادلة (E) .

ج) استنتج حلول الجملة (S) : $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$

2- a و b عدنان طبيعيان حيث :

$a = \overline{1\alpha 0\alpha 0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b = \overline{\alpha\beta 0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5.

• عين α و β حتى تكون الثنائية $(a; b)$ حلا للمعادلة (E)

التمرين الثاني: (4 نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 3 ، و خمس كريات سوداء مرقمة من 1 إلى 5 لانفرق بينها عند اللمس. نسحب كريتين على التوالي و بدون إعادة الكرة المسحوبة إلى الصندوق.

1) نعتبر الحوادث التالية: A " سحب كريتين من نفس اللون "

B " سحب كريتين تحملان نفس الرقم " ، C " سحب كريتين مجموع رقميهما يساوي 7 "

أ - بين أن $p(A) = \frac{13}{28}$ ثم احسب: $p(B)$ و $p(C)$.

ب - ما احتمال سحب كريتين تحملان نفس الرقم علما أنهما من نفس اللون؟

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الأرقام الزوجية المسحوبة.

أ - عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب - احسب الأمل الرياضي $E(X)$ ثم التباين $v(X)$.

التمرين الثالث: (4.5 نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على N بـ: $u_0 = \frac{3}{2}$ ومن أجل كل n من N : $u_{n+1} = \frac{6u_n - 2}{u_n + 3}$

(1) أ - بين أنه من أجل كل n من N : $u_{n+1} = 6 - \frac{20}{u_n + 3}$

ب - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N : $\frac{3}{2} \leq u_n \leq 2$

ج - بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) أ - بين أنه من أجل كل n من N : $0 \leq 2 - u_{n+1} \leq \frac{8}{9}(2 - u_n)$

ب - استنتج أنه من أجل كل n من N : $0 \leq 2 - u_n \leq \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{9}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الرابع: (7.50 نقاط)

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{x}{2} + (x+1) \ln(x+1)$.

(1) ادرس تغيرات الدالة g على $]-1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) احسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$ تبعا لقيم x .

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x^2 \ln(x+1)$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو

منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2xg(x)}{x+1}$.

(3) ادرس تغيرات الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) عين معادلة ل (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديدها.

(6) احسب $f(1)$, $f(2)$ و أنشئ كلا من (C_f) و (T) .

I. الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = (x^2 - 2|x| + 1) \ln|x|$.

(1) احسب $h(-x) - h(x)$ ماذا تستنتج؟

(2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$: $h(x) = f(|x| - 1)$.

(3) اشرح طريقة إنشاء التمثيل البياني (C_h) للدالة h انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) ثم ارسمه.



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

- (1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 3^n على 5 ثم بواقي قسمة 3^n على 11 .
- (2) حل في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة : $11x - 5y = 2 \dots (E)$.
- (3) حل في مجموعة الأعداد الطبيعية المعادلة : $6 + 3^{11n+1} \equiv 0 [11]$.
- (4) عين باقي قسمة 58^{145} على 55 .
- (5) بفرض $(x; y)$ هو حل من حلول المعادلة (E) حيث $y > 0$ و $x + 2 > 0$ عين الثنائيات $(x; y)$ التي من أجلها يكون : $\text{PGCD}(y; x + 2) = 12$.

التمرين الثاني: (4.50 نقاط)

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) بقراءة بيانية عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0, +\infty[$.

ب) بين أنه إذا كان $x \in [1, \sqrt{3}]$ فإن $f(x) \in [1, \sqrt{3}]$.

(2) نعرف المتتالية (u_n) كما يلي : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي

$$u_{n+1} = f(u_n), n$$

أ) باستعمال التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) مثل الحدود u_0 , u_1 و u_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل ، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n) .

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n < \sqrt{3}$.

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n^2 + 1})}{\sqrt{u_n^2 + 1}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n) .

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

اقلب الصفحة

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n . و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

$$4) \text{ أحسب } p_n \text{ بدلالة } n \text{ حيث : } p_n = \frac{(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2) \dots (3-u_n^2)}$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

كيس يحوي 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس موزعة كما يلي: خمس كريات حمراء مرقمة

ب: 1، 1، 0، 2، و خمس كريات خضراء مرقمة ب: 0، 0، 1، 2، 2. نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

1) أحسب احتمال الأحداث التالية:

A " الحصول على أربع كريات من نفس اللون. " B " الحصول على أربع كريات أرقاما يمكن أن تشكل العدد 2020."

C " الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها 4."

2) المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب الرقم الأصغر من بين الأربع أرقام التي تحملها الكرات المسحوبة

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

ج) أحسب احتمال الحدث " $|X - 1| \leq 1$ "

التمرين الرابع: (7.50 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $R - \{0\}$ بـ : $f(x) = 2x + \frac{1}{e^x - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) حل في R المعادلة: $2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$ ثم ادرس إشارة $2e^{2x} - 5e^x + 2$

2) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ مع التفسير البياني.

ب - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

ج - بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x] = -1$ ثم استنتج معادلة للمستقيم (Δ') المقارب المائل الثاني لـ (C_f) .

د - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لكل من (Δ) و (Δ') .

3) أ - بين أنه من أجل كل x من $R - \{0\}$: $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$

ب - حدد اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن النقطة $A\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5) أنشئ (Δ) ، (Δ') والمنحنى (C_f) .

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة: $f(x) = 2x + m$. انتهى الموضوع الثاني.