



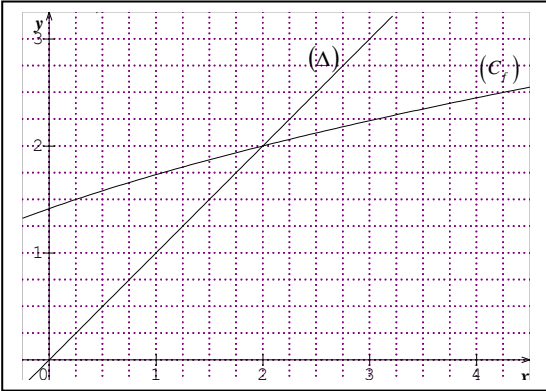
على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10
- (2) استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد A على 10 حيث: $A = -63 \times 9^{2024} - 7^{1445}$
- (3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv (n-1)3^{2n+1} [10]$
- (4) عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون: $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 0 [10]$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

f دالة معرفة ومتزايدة تماما على المجال $[-2, +\infty[$ بـ: $f(x) = \sqrt{x+2}$ تمثيلها البياني في الشكل المقابل
(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ ، المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$



- (1) أ) انقل الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء
- ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n < 2$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + u_n + 2}{\sqrt{u_n + 2} + u_n}$

واستنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة

(3) أ) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$

ب) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n : $2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

ج) اعد اثبات ان المتتالية (u_n) متقاربة

التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحتوي كيس على اربع كريات حمراء مرقمة 2,2,3,3 وثلاث كريات خضراء مرقمة 2,2,3 وكريّة سوداء مرقمة بـ 4 نسحب عشوائيا في ان واحد كريتين من هذا الكيس ونعتبر الحدثين:
A : الحصول على كريتين تحملان نفس اللون B : الحصول على كريتين تحملان رقمين أوليين فيما بينهما
(1) أ) احسب احتمال كل من الحدثين A و B .

(ب) بين أن احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس اللون ورقميهما اوليان فيما بينهما هو $\frac{3}{14}$

(ج) استنتج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس اللون أو رقميهما أوليان فيما بينهما.

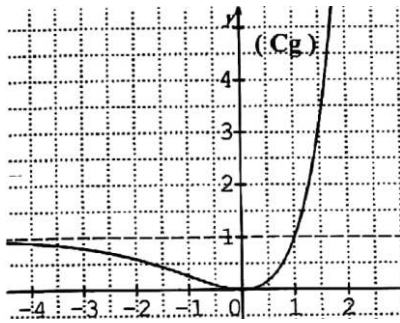
(2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب باقي قسمة مجموع الرقمين الظاهرين على 3
أ) بين أن قيم X هي $\{0,1,2\}$

(ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(3) استنتج احتمال الحدث: $\ln(x^2 + 1) = 0$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. الدالة العددية المعرفة على IR بـ : $g(x) = 1 + (x-1)e^x$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الشكل المقابل)



بقراءة بيانية:

(1) شكل جدول تغيرات الدالة g

(2) حدد حسب قيم x اشارة $g(x)$

II. الدالة العددية f معرفة على IR بـ : $f(x) = x + (x-2)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x) = g(x)$. حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

(2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f)

(ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ، يطلب تعيين احداثياتها.

(4) أ) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1.68 < \alpha < 1.69$

(ب) بين انه يوجد مماس (T) وحيد للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) اكتب معادلة له

(ج) انشئ المستقيم (Δ) ، المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty, 2]$

(5) λ عدد حقيقي، حيث: $\lambda \leq 2$ نرسم بـ: $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = \lambda$ و $x = 2$ ، h الدالة المعرفة على IR بـ: $h(x) = (x-1)e^x$

أ) احسب $h'(x)$ ، وماذا تستنتج؟

(ب) بين أن: $A(\lambda) = e^2 + (\lambda - 3)e^{\lambda}$ واستنتج $\lim_{n \rightarrow \infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

- (1) نعتبر المعادلة $(E) 4x - 13y = 7$ ذات المجهولين الصحيحين x و y
- (أ) بين ان المعادلة (E) تقبل حولا في المجموعة $Z \times Z$
- (ب) عين الثنائية (x_0, y_0) حل خاص للمعادلة (E) الذي يحقق $x_0 - y_0 = 4$ ، ثم استنتج حلول المعادلة (E)
- (ج) عين الثنائيات (x, y) من الاعداد الصحيحة حلول المعادلة (E) التي تحقق $|13x + y - 33| < 379$
- (2) نعتبر العددين الطبيعيين غير المعدومين a و b المعرفين من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $a = 13n + 5$ و $b = 4n + 1$ وليكن $d = \text{pgcd}(a, b)$
- (أ) عين القيم الممكنة لـ d
- (3) عين الثنائيات (a, b) من الاعداد الطبيعية حلول المعادلة (E) التي تحقق $d = 7$ و $a + b < 400$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (1) (u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الثاني $u_1 = 4$ و من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \left(\frac{4}{3}\right)^n$
- (أ) احسب الحد الأول u_0
- (2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{4}{3}u_n - u_{n+1}$
- (أ) تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $v_n = u_n - \left(\frac{4}{3}\right)^n$
- (ب) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول
- (ج) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n
- (3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- (4) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$
- احسب بدلالة n المجموع S_n ثم استنتج المجموع T_n .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في كل مايلي اجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير

1. الشكل الجبري للعدد المركب $\left[\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \right]^{2024}$ هو 2^{1012}
2. (v_n) متتالية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = 4n + \frac{1}{2}$ و $S_n = v_0 + v_2 + v_4 + \dots + v_{2n}$ فان

$$S_n = \frac{n+1}{2}(4n+1)$$

3. اذا كان العدد الصحيح x يحقق العلاقة: $x^2 + x \equiv 2[6]$ فان $x \equiv 2[6]$

4. A و B نقطتين من المستوي لاحقيتهما على الترتيب: Z_A و Z_B حيث:

$$Z_A = 1 + \sqrt{3}i \text{ و } Z_A \times Z_B = 2 \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right) \text{ لاحقة العدد } Z_B \text{ هي: } Z_B = e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$

(1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال: $]0, +\infty[$: $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

(2) احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على المجال: $]0, +\infty[$

II. الدالة العددية f معرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب الى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$

(1) أ) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) تحقق انه من اجل كل x من المجال: $]0, +\infty[$: فان $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجة

بيانيا

(2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال: $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) انشئ المنحنى (C_f) على المجال $]0, 10[$ نأخذ $f(10) \approx 2.8$

(4) أ) بين أن الدالة: $h: x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0, +\infty[$

ب) باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن: $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$

ج) احسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت التي معادلاتها:

$$x = e \text{ و } x = 1, y = 0$$

انتهى الموضوع الثاني