

التمرين الأول: (06 نقاط)

ABC مثلث كفي، ولتكن I نقطة تحقق: $\vec{0} = \vec{2AC} + \vec{5AI} - \vec{5AI}$ والنقطة H مرجع الجملة المتقلة $\{(A, 3); (B, -2)\}$

(1) بين أن I مرجح النقطتين A و C بمعاملين يطلب تعيينهما.

لتكن النقطة G مرجح الجملة المتقلة $\{(A, 3); (B, -2); (C, 2)\}$.

(2) أثبت أن $\vec{IG} = -\frac{2}{3} \vec{IB}$. استنتج أن I مرجح النقطتين B و G بمعاملين يطلب تعيينهما.

(3) بين أن المستقيمين (CH) و (IB) متقاطعان في النقطة G .

(4) عين (C_1) مجموعة النقط M من المستوى حيث: $\|3\vec{MA} + 2\vec{MC}\| = 0$

(5) عين (C_2) مجموعة النقط M من المستوى حيث: $\|3\vec{MA} - 2\vec{MB} + 2\vec{MC}\| = \|\vec{MC} - \vec{MB}\|$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

يحتوي صندوق 5 بطاقات متشابهة مرقمة من 5 إلى 9 لا تميز بينها باللمس.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد بطاقتين من الصندوق.

(1) أ/ أنشئ مخططا تبين فيه كل الحالات الممكنة.

ب/ احسب احتمال الأحداث التالية :

A : إحدى بطاقتين المسحوبتين تحمل رقم يقبل القسمة على 3.

B : سحب بطاقتين تحملان رقمين فرديين.

C : سحب بطاقتين مجموع رقميهما رقم أولي.

(2) نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين الظاهرين في البطاقتين .

أ/ عين مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

ب/ عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X . ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر دالة f معرفة على $R - \{2\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل x من $R - \{2\}$ فإن : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$ حيث : a, b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها .

2x أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب يطلب تعيين معادلته.

3 بين أنه من أجل كل x من $R - \{2\}$ فإن: $f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$

✓ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4x بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

✓ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

5 اكتب معادلة المماس (T) عند الفاصلة 0 للمنحنى (C_f) .

6 عين نقط تقاطع (T) مع (Δ)

7x ارسم كل من (T) ، (Δ) و (C_f) .

بالتوفيق للجميع

حل التمرين الأول:

$$-5\vec{AI} + 2\vec{AC} = \vec{0}$$

حسب علاقة سار:

$$-5\vec{AI} + 2\vec{AI} + 2\vec{IC} = \vec{0}$$

$$-3\vec{AI} + 2\vec{IC} = \vec{0}$$

$$3\vec{AI} + 2\vec{IC} = \vec{0}$$

لدينا $3+2=5 \neq 0$ ومنه $a+8 \neq 0$

وبالتالي I مرجع الجملة المتقلة

$$\{(A; 3) (C; 2)\} \text{ حيث } \alpha = 3 \text{ و } \beta = 2$$

$$\vec{IG} = -\frac{2}{3} \vec{IB}$$

لدينا G مرجع الجملة $\{(A; 3) (B; 2) (C; 1)\}$

لدينا I مرجع الجملة $\{(A; 3) (C; 2)\}$

حسب خاصية التجميع فان G مرجع الجملة

$$\{(A; 3) (B; 2) (C; 1)\}$$

وعليه:

$$\vec{IG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \vec{IB}$$

$$\vec{IG} = \frac{-2}{5-2} \vec{IB}$$

$$\vec{IG} = -\frac{2}{3} \vec{IB}$$

! سنتاج ان I مرجع النقطين

G و B

لدينا

$$\vec{IG} = -\frac{2}{3} \vec{IB}$$

$$3\vec{IG} = -2\vec{IB}$$

$$3\vec{IG} + 2\vec{IB} = \vec{0}$$

$$3+2=5 \neq 0$$

وعليه I مرجع الجملة المتقلة

ومنه I مرجع الجملة المتقلة

$$\{(A; 3) (B; 2)\}$$

نثبت ان المشقيمان (A; 3) و (B; 2) متقاطعان

في النقطة G

نثبت ان G مرجع النقطين A و B

لدينا G مرجع الجملة المتقلة

$$\{(A; 3) (B; 2) (C; 1)\}$$

ولدينا H مرجع الجملة المتقلة

$$\{(A; 3) (B; 2)\}$$

وعليه فحسب خاصية التجميع فان G مرجع الجملة المتقلة

$$\{(A; 3) (B; 2) (C; 1)\}$$

وعليه فان G تنتمي الى (H)

ولدينا G مرجع الجملة المتقلة

$$\{(A; 3) (B; 2) (C; 1)\}$$

المباين (A; 3) فان G تنتمي الى (B)

نثبت ان (A; 3) و (B; 2) متقاطعان في

النقطة G

حساب نهايات الدالة f لدينا

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\} =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

عند $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

لدينا $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

وهذه المنحنى f يقبل مستقيمين مقارب عموديا (موازي لمحور الترتيب) معادلة $x = 2$

المشتقة:

لدينا $f(x)$ مكتوبة من شكل $\frac{u}{v}$ وعليه

$$f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

قانون احتمال المتغير العشوائي X

x_i	p_i
11	$\frac{1}{10}$
12	$\frac{1}{10}$
13	$\frac{2}{10}$
14	$\frac{2}{10}$
15	$\frac{2}{10}$
16	$\frac{1}{10}$
17	$\frac{1}{10}$

$$\sum_{i=1}^7 \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = 1$$

حساب أمل الربح $E(X)$

$$E(X) = \sum x_i \cdot p_i$$

$$E(X) = 11 - \frac{1}{10} + 12 - \frac{1}{10} + 13 - \frac{2}{10} + 14 - \frac{2}{10} + 15 - \frac{2}{10} + 16 - \frac{1}{10} + 17 - \frac{1}{10}$$

$$E(X) = 14$$

حل التمرين الثالث
التيبين
لدينا

$$f(x) = a + b + \frac{c}{x-2}$$

$$f(x) = \frac{ax + b \cdot x(x-2) + c}{x-2}$$

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx - 2ax - 2b + c}{x-2} = \frac{ax^2 + (b-2a)x - 2b + c}{x-2}$$

بالمطابقة نجد

$$\begin{cases} -2b + c = 3 \\ b - 2a = 3 \\ 2(-1) + c = 3 \\ 2 + c = 3 \\ c = 3 - 2 \\ c = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} b - 2a = 3 \\ b - 2 \times 1 = 3 \\ b = 3 + 2 \\ b = 5 \end{cases} \quad a = 1$$

$$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-2}$$

وهذه المتحطة (Cf) يقبل مستقيم
مغارب مائل ذو المعادلة $y = x - 1$
بجوار $+\infty$ و $-\infty$.
- دراسة الوضع النسبي = ندرس إشارة
الفرق $y - f(x)$ لدينا $y - f(x) = \frac{1}{x-2}$
معناه إشارة من إشارة المقام

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	-	0	+
$f(x)-y$	-		+
الوضع النسبي	(Cf) يقع تحت (Δ)		(Cf) يقع فوق (Δ)

- معادلة المماس عند القاطبة

$$y = f(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = \frac{3}{4}(x-0) - \frac{3}{2} \quad \left(y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2} \right)$$

نقط تقاطع Δ مع Δ

$$x-1 = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$$

$$x - \frac{3}{4}x = -\frac{3}{2} + 1$$

$$x \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{2} \times 4$$

$$(x = -2)$$

نقط تقاطع Δ مع Δ هي

$$(-2; 3)$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$$

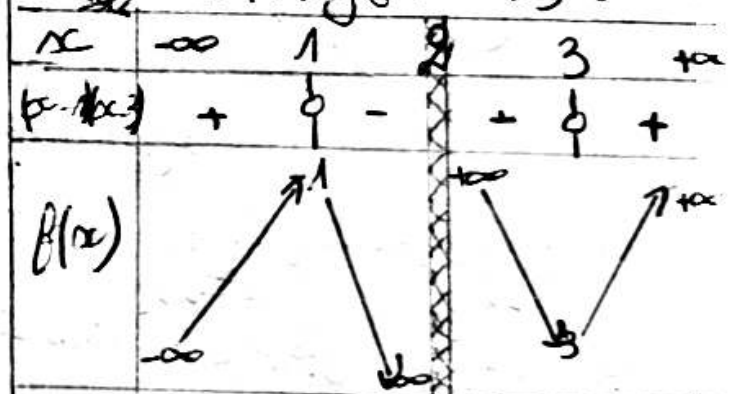
- اشتياح! نتخذ تغير الدالة f :

لدينا $(x-2) > 0$ وعليه فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة البسط:

$$\text{حل معادلة } (x-1)(x-3) = 0 \text{ معناه } x-1=0 \text{ و } x-3=0$$

$$x-3=0 \quad \left\{ \quad \right. \quad x-1=0$$

الدالة f متزايدة عندما f من $x=1$ إلى $x=3$ ومتناقص



النسبي

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - y] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 1 + \frac{1}{x-2} - (x-1) \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 1 + \frac{1}{x-2} - x + 1 \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-2} = 0$$