



مذكرة رقم 01 : العدد المشتق

مذكرة رقم 02 : التفسير الهندسي للعدد المشتق

مذكرة رقم 03 : مشتقات الدوال الألوقة

مذكرة رقم 04 : العمليات على الدوال المشتقة

مذكرة رقم 05 : إتجاه تغير دالة

مذكرة رقم 06 : القيم الحدية لدالة

مذكرة رقم 07 : مصر دالة



إعداد الأستاذة : نرجس مرواني

السنة الدراسية 2020 – 2021

للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي :

merouaninardjiss@gmail.com

profmerouani

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات

0770349020

ثانوية : أحمد رضا حوحو
السنة الدراسية : 2020 - 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 ت/ع
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الاشتقاقية
المحتوى المعرفي : العدد المشتق

المفاهيم الأساسية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
المفاهيم الأساسية : حساب العدد المشتق عند عدد حقيقي.
المفاهيم الأساسية : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

الوقت	س صة	أراحل												
20د	نشاط مقترح : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2$. ① أحسب $f(-1)$. ② أحسب $f(-1+h)$ حيث h عدد حقيقي غير معدوم. ③ أحسب النسبة : $\frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$ * لتكن الدالة g المعرفة بـ: $g(h) = \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$، حدد قيم $g(h)$ حسب قيم h في الجدول التالي : <table><tr><td>h</td><td>0.4</td><td>0.03</td><td>0.2</td><td>0.1</td><td>0.01</td></tr><tr><td>$g(h)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	h	0.4	0.03	0.2	0.1	0.01	$g(h)$						الإنطلاق
	h	0.4	0.03	0.2	0.1	0.01								
	$g(h)$													
10د	ماذا تلاحظ؟. العدد المشتق : ① نهاية حقيقية لدالة عند الصفر : تعريف لتكن D جزء من $\mathbb{R}$ و f دالة معرفة على D، الجملة "يؤول $f(x)$ إلى العدد الحقيقي ℓ عندما يؤول x إلى 0" تعني أنه يمكن جعل $f(x)$ اصغر من اي عدد حقيقي موجب عندما يكون x قريباً من 0 بقدر كافٍ ونكتب : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \ell$ ② دالة قابلة للاشتقاق عند عدد : تعريف القول أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند x_0 معناه أن الدالة : $g : h \mapsto \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ تقبل نهاية حقيقية ℓ عندما يقترب h من 0 ونكتب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \ell$، يسمى ℓ العدد المشتق للدالة f عند العدد x_0 ونرمز له بـ : $f'(x_0)$ ونكتب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$	البناء و الترسيع												

تطبيق

1 أحسب العدد المشتق للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x^2 + 2$ عند $x_0 = 2$.

2 أحسب العدد المشتق للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 + 2x - 1$ عند $x_0 = -2$.

د30

ملاحظة هامة

تسمى النسبة : $\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ بنسبة التزايد بين العددين x_0 و $x_0 + h$.

تطبيق

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 4x - 6$ ، وليكن h عدد حقيقي غير معدوم .

1 عين نسبة تزايد الدالة f بين العددين -1 و $-1 + h$.

2 استنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند -1 ثم عين $f'(-1)$.

ثانوية : الشهيد عبد الله شاولي سليم
السنة الدراسية : 2020 - 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 ت/ع
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الاشتقاقية
المحتوى المعرفي : التفسير الهندسي العدد المشتق.

المفاهيم : القياس : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
المفاهيم : المشتق : تعيين معادلة المماس.
المفاهيم : المشتق : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

الوقت	س ا ص	المرحلة
20د	نشاط مقترح : f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = \sqrt{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$ - أنشئ (C_f) على المجال $[0;4]$. - نقطة (A) من (C_f) فاصلتها 1 * أكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل (A) ومعامل توجيهه هو $f'(1)$. * أنشئ (Δ) ماذا تلاحظ؟ - لتكن الدالة التآلفية g الممثلة بالمستقيم (Δ). * أعط عبارة $g(x)$. * باستعمال آلة حاسبة أعط قيمة تقريبية للعدد $f(1,001)$ إلى 10^{-4}. * أحسب $g(1,001)$ ماذا تستنتج؟	الإنطلاق
10د	التفسير الهندسي العدد المشتق : 1 مراس لمنحني عند نقطة : f قابلة للاشتقاق عند x_0 معناه أن منحني الدالة f يقبل عند النقطة $(x_0, f(x_0))$ مستقيم يمس منحني الدالة * العدد المشتق للدالة f عند x_0 هو ميل مماس منحني الدالة عند x_0. إذن: $f'(x_0) = \frac{y - f(x_0)}{x - x_0}$ $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ ومنه : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ وهي معادلة المماس عند النقطة x_0.	البناء و الترسيع

تعريف

f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$ ، x_0 عدد من D_f حيث f قابلة للاشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)$ العدد المشتق عند x_0 ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$ مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $A(x_0, f(x_0))$ هو المستقيم الذي يشمل A ومعامل توجيهه $f'(x_0)$ و معادلته هي: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

تطبيق

1 عين معادلة المماس (T) للدالة f المعرفة بـ: $f(x) = x^2$ عند $x_0 = -1$.

2 عين معادلة المماس (T) للدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{2x+1}{x}$ عند $x_0 = 2$.

د30

2 التقريب التآلفي:

تعريف

(C_f) هو التمثيل البياني للدالة f القابلة للاشتقاق عند العدد x_0 و (T) مماس (C_f) عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ ، نستبدل محلياً عند x_0 الدالة f بالدالة التآلفية g الممثلة بالمستقيم (T) أي نعوض العدد الحقيقي $f(x_0 + h)$ بالعدد $f(x_0) + f'(x_0)h$ من أجل h قريب من 0 أي: $f(x_0 + h) \simeq f(x_0) + f'(x_0)h$ لما h قريب من 0.

العدد الحقيقي $f(x_0) + f'(x_0)h$ يسمى **تقريباً تآلفياً** للعدد $f(x_0 + h)$.

بوضع $x_0 + h = x$ ومن أجل x قريب من x_0 فإن: $f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

يسمى **تقريباً تآلفياً** لـ: $f(x)$ بجوار x_0 .

نقول أن الدالة $f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ هي أحسن تقريب تآلفي للدالة f .

تطبيق

لتكن الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = x^2 + 2x + 1$ ، ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم $(0; \vec{i}, \vec{j})$.

1 عين معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A التي فاصلتها 0.

2 عين تقريباً تآلفياً للدالة f بجوار 0.

3 عين قيمة مقربة للعدد $(1.0004)^2$.

د30

ثانوية : الشهيد عبد الله شائوش سليم
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 ت/ع
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الاشتقاقية
المحتوى المعرفي : مشتقات الدوال المألوفة.

المفاهيم : القابلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
المفاهيم : المشتقات : تعيين مشتقات الدوال المألوفة.
المفاهيم : المشتقات : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

الوقت	س ا حنة	ا ر ا ح ل
20د	نشاط مقترح : أدرس قابلية الاشتقاق للدالة f من أجل كل x_0 من D_f في كل حالة من الحالات الآتية: 1 دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = ax + b$ 2 دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \sqrt{x}$ 3 دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3$ 4 دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ : $f(x) = \frac{1}{x}$ مشتقات الدوال المألوفة : 1 مشتقة دالة تآلفية : مبرهنة كل دالة تآلفية معرفة بـ : $f : x \mapsto ax + b$ حيث a و b عدنان حقيقيان، قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $f' : x \mapsto a$ ملاحظات 1 إذا كان $a = 1$ و $b = 0$ فإن $f : x \mapsto x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $f' : x \mapsto 1$ 2 إذا كان $a = 0$ و $b = 1$ فإن $f : x \mapsto b$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $f' : x \mapsto 0$ مثال * f دالة معرفة بـ : $f(x) = 3x + 2$، الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي $f'(x) = 3$ * f دالة معرفة بـ : $f(x) = -\frac{3}{2}x$، الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي $f'(x) = -\frac{3}{2}$	الإنطلاق البناء و الترسيع
20د	2 مشتقة دالة قوة : مبرهنة كل دالة معرفة بـ : $f : x \mapsto x^n$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم ، قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $f' : x \mapsto nx^{n-1}$	

* f دالة معرفة بـ: $f(x) = x^4$ ، الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي $f'(x) = 4x^3$.

3 مشتقة دالة مقلوب :

مبرهنة

الدالة : $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} - \{0\}$ و دالتها المشتقة هي : $f' : x \mapsto -\frac{1}{x^2}$

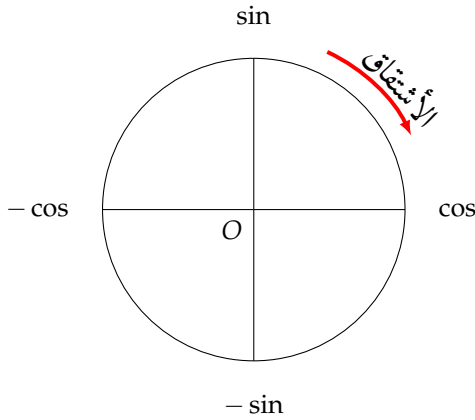
4 مشتقة دالة جذر تربيعي :

مبرهنة

الدالة : $f : x \mapsto \sqrt{x}$ قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ و دالتها المشتقة هي : $f' : x \mapsto -\frac{1}{2\sqrt{x}}$

5 مشتقة الدالة $\sin$ و الدالة $\cos$:

مبرهنة



< الدالة : $f : x \mapsto \sin(x)$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي :

$$f : x \mapsto \cos(x)$$

< الدالة : $f : x \mapsto \cos(x)$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي :

$$f : x \mapsto -\sin(x)$$

⚠ ملاحظة هامة

نلاحظ أن مجموعة اشتقاق كل دالة مرجعية من الدوال التي رأيناها مطابقة لمجموعة تعريفها ما عدا الدالة الجذر تربيعي.

تطبيق

f دالة عددية معرفة على المجال $[-\frac{4}{3}; +\infty[$ بـ : $f(x) = \sqrt{3x+4}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم م م $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

$$1 \text{ من أجل كل } x \text{ من } D_f \text{ و } h \neq 0 \text{، بين أن : } \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \frac{3}{\sqrt{16+3h}+4}$$

2 عين العدد المشتق للدالة f عند $x_0 = 4$

3 عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 4$

4 عين تقريبا تألفيا للعدد $f(4+h)$

5 استنتج قيم تقريبية لكل من $f(4,1)$ ، $f(3,9)$ ، $\sqrt{16,3}$

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 ت/ع
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الاشتقاقية
المحتوى المعرفي : العمليات على الدوال المشتقة.

المفاهيم : القابلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
الخصائص : المشتقات الدوال $f \times g$, $f + g$, $\frac{f}{g}$, $\frac{1}{g}$, $f \mapsto f(ax + b)$.
المبرهنات : المبرهنات : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

الوقت	س صة	أراحل
د5	تذكر العمليات على الدوال المشتقة : 1 مشتقة مجموع دالتين : مبرهنة f و g دالتان قابلتان للاشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$، الدالة $f + g$ قابلة للاشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $(f + g)' = f' + g'$	الإنطلاق البناء و الترسيع
د20	مثال * لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 + x$ إذن f ق.إ.ق. على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $f'(x) = (x^2)' + (x)'$ أي $f'(x) = 2x + 1$ 2 مشتقة جداء دالتين : مبرهنة f و g دالتان قابلتان للاشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$ (مجال أو اتحاد مجالات من $\mathbb{R}$). الدالة $f \times g$ قابلة للاشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $(f \times g)' = f'g + gf'$ مثال * f دالة معرفة بـ : $f(x) = (x + 1)(x^3 - x^2)$، الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $f'(x) = (x + 1)'(x^3 - x^2) + (x^3 - x^2)'(x + 1)$ $f'(x) = 1(x^3 - x^2) + (3x^2 - 2x)(x + 1)$ $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x$ ملاحظة : λ إذا كانت f ق.إ.ق. على D و λ عدد حقيقي فإن : $(\lambda f)' = \lambda f'$	

③ مشتقة نسبة الدالتين :

مبرهنة

f و g دالتان قابلتان للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$ (D مجال أو اتحاد مجالات من $\mathbb{R}$) و $g \neq 0$ الدالة $\frac{f}{g}$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \times g - g' \times f}{g^2} \quad \text{قابلة للإشتقاق على } D \text{ ودالتها المشتقة هي :}$$

مثال

* f دالة معرفة بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{2x + 1}$ ، الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$ ودالتها المشتقة هي :

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 2x + 1)'(2x + 1) - (2x + 1)'(x^2 + 2x + 1)}{(2x + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(2x + 2)(2x + 1) - 2(x^2 + 2x + 1)}{(2x + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(x + 1)(2x + 1) - 2(x + 1)^2}{(2x + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(x + 1)x}{(2x + 1)^2}$$

④ مشتقة مقلوب دالة :

مبرهنة

f دالة قابلة للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$ ولا تنعدم عليه الدالة $\frac{1}{f}$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة

$$\left(\frac{1}{f}\right)' = -\frac{f'}{f^2} \quad \text{هي :}$$

⑤ مشتقة الدالة الدالة $u(ax + b)$: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

مبرهنة

إذا كانت u دالة قابلة للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$ و E مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $(ax + b)$ ينتمي إلى D مع a و b عدنان حقيقيان فإن الدالة $f : x \rightarrow u(ax + b)$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $f' : x \rightarrow au'(ax + b)$ حيث u' مشتقة الدالة u على E .

ملاحظة :

الدالة f هي دالة مركبة من الدالة $k(x) = ax + b$ متبوعة بالدالة u بمعنى : $f = u \circ k$

مثال

< الدالة $f(x) = \cos(-4x + 3)$ هي عبارة عن مركب دالتين g و h بفرض $f(x) = g \circ h$ فإن $g(x) = \cos x$ و $h(x) = -4x + 3$ حيث $g'(x) = -\sin x$ و $h'(x) = -4$ و عليه f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي : $f'(x) = 4 \sin(-4x + 3)$

< الدالة $f(x) = \sqrt{2x - 6}$ هي عبارة عن مركب دالتين g و h بفرض $f(x) = g \circ h$ فإن $g(x) = \sqrt{x}$ و $h(x) = 2x - 6$ حيث $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ و $h'(x) = 2$ و عليه f قابلة للإشتقاق على $]3, +\infty[$ ودالتها المشتقة

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2x - 6}} = \frac{1}{\sqrt{2x - 6}} \quad \text{هي :}$$

ملاحظة :

مشتقة الدالة $\sqrt{f}$ هي $x \mapsto \frac{f'}{2\sqrt{f}}$
مشتقة الدالة f^n هي $x \mapsto n \times f' \times f^{n-1}$

تطبيق

عين الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{2x}, f(x) = 3x \sin\left(-x + \frac{\pi}{5}\right), f(x) = (x^2 + x + 3)^2, f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \pi\right)$$

التقويم

د20

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 ت/ع
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الاشتقاقية
المحتوى المعرفي : اتجاه تغير دالة على مجال.

المفاهيم : المفاهيم أولية حول الدوال العددية.
المفاهيم : المفاهيم : تعيين اتجاه تغير دالة.
المفاهيم : المفاهيم : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

الوقت	س ص	أراحل
د20	نشاط 01 ص 92 اتجاه تغير دالة : مبرهنة f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على مجال D_f و f' دالتها المشتقة: * إذا كانت f' موجبة تماما (يمكن ان تكون معدومة من اجل قيم منعزلة من D_f) على المجال D_f فان الدالة f متزايدة تماما على المجال D_f * إذا كانت f' سالبة تماما (يمكن ان تكون معدومة من اجل قيم منعزلة من D_f) على المجال D_f فان الدالة f متناقصة تماما على المجال D_f * إذا كانت f' معدومة على المجال D_f فان الدالة f ثابتة على المجال D_f ملاحظة: إذا كانت f متزايدة تماما أو متناقصة تماما على المجال D_f نقول أن f رتيبة تماما على المجال D_f.	الإنطلاق البناء و الترسيع
د20	مثال أدرس اتجاه تغير الدالة f حيث $f(x) = x^2 - 2x$. حساب الدالة المشتقة: f ق.إ على $\mathbb{R}$ حيث : $f'(x) = 2x - 2$ دراسة إشارة المشتقة : $f'(x) = 0$ أي $2x - 2 = 0$ أي $x = 1$ $f'(x) : \begin{array}{c} - \quad + \\ \hline 1 \end{array}$ و عليه الدالة متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1[$ و متزايدة تماما على المجال $]1; +\infty[$	
د20	تطبيق أدرس اتجاه تغير كل من الدوال الآتية و شكل جدول تغيراتها : 1 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ 2 $g(x) = \sqrt{2x-6}$ 3 $h(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x - 1}$	التقويم

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 01 ساعة

المستوى : 02 ت/ع
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الاشتقاقية
المحتوى المعرفي : القيم الحدية المحلية لدالة.

المفاهيم : **القياسات** : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
الخواص : **المشتقة** : استعمال العدد المشتق لتحديد القيمة الحدية.
الأمثلة : **المشتقة** : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

الوقت	س ا صة	أراحل									
20د	نشاط مقترح : نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 + 2x + 3$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس. - أوجد قيمة العدد a التي من أجلها تنعدم الدالة f'، ثم أدرس إشارتها - هل غيرت الدالة f' إشارتها عند القيمة a. - شكل جدول تغيرات الدالة f. - ماذا تمثل النقطة $M(a; f(a))$ بالنسبة للمنحنى (C_f)، ماذا تستنتج؟ - أوجد معامل توجيه المماس عند النقطة M، ماذا تستنتج؟	الإطلاق									
	القيم الحدية المحلية لدالة : مبرهنة دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على مجال I و f' دالتها المشتقة. إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند قيمة c من I مغيرة إشارتها فانه يوجد مجال I' محتوي في I يشمل c تقبل فيه f قيمة حدية $f(c)$. تسمى $f(c)$ قيمة حدية محلية. ملاحظات - نسمي النقطة ذات الإحداثيتين $(c, f(c))$ نقطة حدية محلية لمنحنى f، (ذروة للمنحنى (C_f)) - يمكن وجود عدة قيم حدية محلية على I. - إذا إنعدمت الدالة المشتقة f' عند قيمة c من I فإن التمثيل البياني يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها c.	البناء و الترسيع									
	20د	مثال <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table> * الدالة $f : x \mapsto x^2 - 4x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $f'(x) = 2x - 4$ * نلاحظ أن $f'(x)$ تنعدم عند 2 وتغير إشارتها إذن $f(2) = -4$ قيمة حدية محلية للدالة f على المجال $[-1; 1]$ مثلاً.	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	0	$+$	
	x	$-\infty$	2	$+\infty$							
	$f'(x)$	$-$	0	$+$							

تنبيه : انعدام f' عند القيمة x_0 غير كاف للقول بأن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية لـ f .

مثال

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$

* الدالة $x \mapsto x^3 + 2$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $f'(x) = 3x^2$

* نلاحظ أن $f'(x)$ تنعدم عند 0 ولا تغير إشارتها إذن $f(0)$ أي 2 ليست قيمة حدية محلية للدالة f .

ملاحظة هامة ⚠

إذا كانت الدالة المشتقة الأولى f' تنعدم من أجل x_0 ولا تغير الإشارة عندها فإن النقطة $I(x_0; f(x_0))$ هي نقطة إنعطاف للمنحنى (C_f) .

تطبيق

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x$

1 أحسب f' الدالة المشتقة للدالة f ، ثم أدرس إشارتها

2 عين القيم الحدية المجلية للدالة f

البناء
و
الترسيع

التقويم

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم
السنة الدراسية : 2020 – 2021
يوم :
المدة : 01 ساعة

المستوى : 02 ت/ع
ميدان التعلم : تحليل
الوحدة : الاشتقاقية
المحتوى المعرفي : حصر دالة.

المفاهيم الأساسية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.
المفاهيم الأساسية :
المفاهيم الأساسية : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

الوقت	س صة	أ راحل
	حصر دالة : نتائج لتكن f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على مجال $[a, b]$ و f' دالتها المشتقة. * اذا كانت الدالة f متزايدة تماما على المجال $[a, b]$ فإن من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[a, b]$: $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ * اذا كانت الدالة f متناقصة تماما على المجال $[a, b]$ فإن من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[a, b]$: $f(b) \leq f(x) \leq f(a)$ مثال الدالة $x^2 \rightarrow f$ متزايدة تماماً على المجال $[2, 5]$ و منه من أجل كل $x \in [2, 5]$: $f(2) \leq f(x) \leq f(5)$ أي : $4 \leq x^2 \leq 25$ والدالة f متناقصة تماماً على المجال $[-1, 0]$ إذن من أجل كل x بحيث : $-1 \leq x \leq 0$ يكون : $1 \geq x^2 \geq 0$ أي : $f(-1) \geq f(x) \geq f(0)$ العنصر الحاد من الاعلى - من الاسفل : تعريف لتكن f دالة معرفة على مجال D_f . نقول عن عدد حقيقي k انه عنصراً حاداً من الاعلى (Majorant) للدالة f اذا وفقط اذا كان من اجل كل عدد حقيقي x من المجال D_f : $f(x) \leq k$ نقول عن عدد حقيقي k انه عنصراً حاداً من الاسفل (Minorant) للدالة f اذا وفقط اذا كان من اجل كل عدد حقيقي x من المجال D_f : $f(x) \geq k$ ملاحظات 1 القيمة الحدية الكبرى للدالة f على D_f ان وجدت هي العنصر الحاد من الاعلى و هو اصغر العناصر الحادة من الاعلى . 2 القيمة الحدية الصغرى للدالة f على D_f ان وجدت هي العنصر الحاد من الاسفل و هو اكبر العناصر الحادة من الاسفل .	البناء و التزيين

د20

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x^3 - 6x + 3$

1 أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2 بين أنه من أجل كل x من المجال $[-1, 1]$: $-1 \leq f(x) \leq 7$