

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 7 كريات منها ثلاث حمراء تحمل الارقام 1.1.2 و اربعة بيضاء تحمل الارقام 3.2.1.1. نسحب من الكيس كرتين على التوالي وبدون ارجاع .

1- شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الاتيتين : باعتماد الوان الكرات . باعتماد الارقام المسجلة .

نعتبر الحوادث التالية: A الحصول على كرتين من نفس اللون . B : الحصول على كرتين مجموعهما ثلاثة

✓ - أحسب $p(A)$ و $p(B)$, وبين ان : $p(A \cap B) = \frac{4}{21}$. هل الحاتتين A و B مستقلتان ؟

✓ - علما ان الكرتين لهما نفس اللون ما احتمال ان يكون مجموع رقميهما ثلاثة ؟

✓ - علما ان الكرتين مجموع رقميهما ثلاثة ما احتمال ان يكون لهما نفس اللون ؟

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية السحب مجموع الرقمين المحصل عليهما . عين قيم المتغير العشوائي .

• عرف قانون الاحتمال واحسب امله الرياضي .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C لواحقتها على الترتيب

$$z_A = \sqrt{3} + i, \quad z_B = 1 + i(\sqrt{3} + 2), \quad z_C = 2i$$

$$-1 \quad \text{بين أن :} \left(\frac{z_A}{z_B - z_C} \right)^{2018} + \left(\frac{z_B - z_C}{z_A} \right)^{2018} = 1$$

2 بين انه يوجد دوران r يحول A الى B ومركزه C يطلب تعيين زاويته . ما طبيعة المثلث ABC ؟

3 D نظيرة B بالنسبة الى C . عين E حتى يكون الرباعي $BEDA$ مربع .

4 (γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $BM^2 + DM^2 = 16$

(γ') مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $BM^2 - DM^2 = 0$

• بين ان $A; B; D; E$ تنتمي الى (γ) ثم عين طبيعة المجموعة (γ) وعناصرها المميزة .

5 عين طبيعة المجموعة (γ') .

• عين تقاطع (γ) و (γ') .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(Un) متتالية عددية معرفة ب : $U_0 = 0$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{U_n^2 + 3}$

1 برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 1$

2 بين ان U_n متزايدة تماما ثم استنتج انها متقاربة.

3 V_n متتالية عددية معرفة كمايلي : $V_n = U_n^2 + \alpha$

• عين α حتى تكون V_n متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{4}$.

نضع : $\alpha = -1$

أ- اكتب U_n بدلالة n ثم احسب نهايتها.

ب- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_n^2$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $f(x) = e^x - \frac{1}{x+1}$

(C_f) المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1 - أحسب النهايات للدالة f على اطراف مجموعة التعريف . ثم فسر النتائج هندسيا.

2 - بين ان الدالة f متزايدة تماما ثم شكل جدول تغيراتها.

3 - احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - e^x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - e^x)$. ماذا تستنتج؟

4 - ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Γ) منحنى الدالة $x \mapsto e^x$

5 - نعتبر أن المستقيم (T) ذي المعادلة: $y = 2x + \beta$ و β عدد حقيقي.

• عين قيمة العدد β حتى يكون المستقيم (T) مماسا للمنحنى (C) في النقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

6 - أنشئ المماس (T) و المنحنى (Γ) و المنحنى (C_f). في نفس المعلم.

(II) نعتبر المعادلة (E) التالية : $f(x) = m^2$ ، حيث m عدد حقيقي كفي.

عين قيم العدد الحقيقي m بحيث للمعادلة (E) حلان مختلفان في الاشارة.

7 λ عدد حقيقي موجب تماما.

• احسب المساحة $A(\lambda)$ المحددة بالمنحنين (C_f) و (Γ) والمستقيمين $x=0$ و $x=\lambda$

• عين λ حتى تكون $A(\lambda) = 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط $A(1; -2; 4)$ $B(-2; -6; 5)$ $C(-4; 0; -3)$

- 1- احسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج قياس للزاوية BAC مقربة الى الوحدة.
- 2- تحقق من ان المعادلة الديكارتية المستوي ABC : هي $x - y - z + 1 = 0$
- 3- عين احداثيات النقطة O' المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) .
- 4- نسمي H المسقط العمودي ل O على المستقيم (BC) و α العدد الحقيقي حيث : $\overrightarrow{BH} = \alpha \overrightarrow{BC}$

$$\alpha = \frac{\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{BC}}{\|\overrightarrow{BC}\|^2} \quad \text{1- برهن ان}$$

- استنتج العدد الحقيقي α واحداثيات H ثم المسافة بين O والمستقيم (BC) .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C و D لواحقتها

على الترتيب z_A, z_B, z_C, z_D و z_D حيث: $z_A = i\sqrt{3}$ ، $z_B = \bar{z}_A$ ، $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ ، $z_D = \bar{z}_C$ و

$$1. \text{ بين أن : } \left(\frac{1+z_A}{2} \right)^{2018} + \left(\frac{1-z_A}{2} \right)^{2018} = -1$$

$$\text{عين قيم العدد طبيعي } n \text{ بحيث : } \left(\frac{1+z_A}{2} \right)^n - \left(\frac{1-z_A}{2} \right)^n = 0$$

2. تحقق أن : $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = \frac{z_D - z_B}{z_B - z_C}$ ، ثم استنتج أن النقط A, B, C و D تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها

المميزة.

3. عين طبيعة الرباعي $ABDC$ ، ثم احسب مساحته.

4. f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z' = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} (z - z_A) + z_A$$

- عين طبيعة التحويل f و عناصره المميزة.

5. (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z (حيث $z \neq z_B$ و $z \neq z_A$) المعرفة بالعلاقة:

$$\arg(z^2 + 3) = \arg(z + i\sqrt{3}) + 2k\pi \dots (E) \quad \text{مع } k \in \mathbb{Z}$$

- بين أنه يمكن كتابة العلاقة للمجموعة (Γ) على الشكل $\arg(z - z_A) = 2k\pi$ ، ثم استنتج طبيعة المجموعة (Γ) .



التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتاليتين (U_n) و (V_n) المعرفتين كمايلي :

$$\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = \frac{4v_n + u_n}{5}, n \in N \end{cases} \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{4u_n + v_n}{5}, n \in N \end{cases}$$

نعتبر المتتالية (W_n) المعرفة كمايلي : $W_n = V_n - U_n$

1- برهن انه من اجل عدد طبيعي n : $W_n = \left(\frac{3}{5}\right)^n$; واحسب نهايتها.

2- اثبت بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n < V_n$.

3- بين ان المتتالية (U_n) متزايدة تماما وان (V_n) متناقصة تماما .

- استنتج ان U_n و V_n متجاورتان ولهما نفس النهاية l .

4- (t_n) متتالية معرفة ب : $t_n = U_n + V_n$

- بين ان t_n متتالية ثابتة ثم استنتج قيمة l .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

✓ ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

✓ بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.31 < \alpha < 1.32$ ثم حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ ب : $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$.

(C_f) المنحنى البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1- بين انه من اجل عدد حقيقي من المجال $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. ثم شكل جدول تغيراتها.

1. - بين ان : $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصر $f(\alpha)$.

2. بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x - e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ادرس الوضعية النسبية بين (Δ) و (C_f).

3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) في النقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

أكتب المعادلة الديكارتية للمماس (T)

5. انشئ (T) (C_f) و (Δ) في نفس المعلم.

6- نسمي $A(\alpha)$ المساحة المحددة بالمنحنين (C_f) و (Δ) والمستقيمين $x = e$ و $x = \alpha$

بين أن $A(\alpha) = 2(\alpha^2 - 1)^2 \text{ cm}^2$