

ملخص لدروس الفصل الأول

1. الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

I. مهما يكن العددين a و b الناطقين، حيث $b \neq 0$ فإن $\frac{a}{b}$ عدد ناطق.

* a يقسم العدد b. * مضاعف للعدد b. * يقبل القسمة على العدد b.

II. القاسم المشترك الأكبر لعددين ناطقين غير معدومين a و b هو عدد ناطق غير معدوم، و نكتب $PGCD(a ; b)$ و يمكن حسابه بثلاث طرق:

* طريقة خوارزمية إقليدس: $PGCD(1078 ; 322)$

$$\begin{aligned} 1078 &= 322 \times 3 + 112 \\ 322 &= 112 \times 2 + 98 \\ 112 &= 98 \times 1 + 14 \\ 98 &= 14 \times 7 + 0 \\ PGCD(1078 ; 322) &= 14 \end{aligned}$$

* طريقة الطرح (الفروق) المتتالية: 612 و 714

$$\begin{aligned} 714 - 612 &= 102 \\ 612 - 102 &= 510 \\ 510 - 102 &= 408 \\ 408 - 102 &= 306 \\ 306 - 102 &= 204 \\ 204 - 102 &= 102 \\ 102 - 102 &= 0 \\ PGCD(714 ; 612) &= 102 \end{aligned}$$

* طريقة القواسم: 36 و 12

$$\begin{aligned} \text{قواسم 36 هي: } &1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 36. \\ \text{قواسم 12 هي: } &1; 2; 3; 4; 6; 12. \\ \text{القواسم المشتركة للعددين هي: } &1; 2; 3; 4; 6; 12. \\ \text{القاسم المشترك الأكبر للعددين هو: } &12. \end{aligned}$$

III. نقول عن عددين أنهما أوليان فيما بينهما إذا كان القاسم المشترك الوحيد لهما هو 1.

قواسم 15 هي: 1؛ 3؛ 5؛ 15.
قواسم 28 هي: 1؛ 2؛ 4؛ 7؛ 14؛ 28.
القاسم المشترك الوحيد للعددين 15 و 28 هو: 1، أي أن العددين أوليان فيما بينهما.

IV. الكسور الغير قابلة للاختزال:

$$PGCD(714; 612) = 102$$

$$\text{إذن: } \frac{714}{612} = \frac{714 \div 102}{612 \div 102} = \frac{7}{6}$$

V. قواعد قابلية القسمة لعدد طبيعي على:

* 2: إذا كان رقم أحاده عددا زوجيا.

$$\text{مثل: } 32; 50; 18 \dots$$

* 3: إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3.

$$\text{مثل: } 1242 \ll 1+2+4+2=9$$

* 4: إذا كان العدد المتشكل من رقم أحاده وعشرات يقبل القسمة على 4.

$$\text{مثل: } 2016; 348; 520 \dots$$

* 5: إذا كان رقم أحاده 0 أو 5.

$$\text{مثل: } 70; 45; 435 \dots$$

* 6: إذا كان العدد يقبل القسمة على 2 و 3 في آن واحد.

$$\text{مثل: } 2016 \dots$$

* 9: إذا كان مجموع أرقام العدد يقبل القسمة على 9.

$$\text{مثل: } 63; 4329 \dots$$

2. الجذور التربيعية

I. قائمة المربعات التامة:

$$\begin{aligned} \sqrt{0} &= 0; \sqrt{1} = 1 \\ 2 \times 2 &= 4 \Rightarrow \sqrt{4} = 2 \\ 3 \times 3 &= 9 \Rightarrow \sqrt{9} = 3 \\ 4 \times 4 &= 16 \Rightarrow \sqrt{16} = 4 \\ 5 \times 5 &= 25 \Rightarrow \sqrt{25} = 5 \\ 6 \times 6 &= 36 \Rightarrow \sqrt{36} = 6 \\ 7 \times 7 &= 49 \Rightarrow \sqrt{49} = 7 \\ 8 \times 8 &= 64 \Rightarrow \sqrt{64} = 8 \\ 9 \times 9 &= 81 \Rightarrow \sqrt{81} = 9 \\ 10 \times 10 &= 100 \Rightarrow \sqrt{100} = 10 \\ 11 \times 11 &= 121 \Rightarrow \sqrt{121} = 11 \\ 12 \times 12 &= 144 \Rightarrow \sqrt{144} = 12 \\ 13 \times 13 &= 169 \Rightarrow \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$

II. الحسابات على الجذور و خواصها:

$$\begin{aligned} * \sqrt{a^2} &= a \Rightarrow \sqrt{3^2} = 3 \\ * \sqrt{a} \times \sqrt{b} &= \sqrt{a \times b} \Rightarrow \\ \sqrt{3} \times \sqrt{27} &= \sqrt{3 \times 27} = \sqrt{81} = 9 \end{aligned}$$

$$* \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \Rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{16}{36}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{36}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} * \sqrt{a^2 b} &= a \sqrt{b} \Rightarrow \\ \sqrt{45} &= \sqrt{9 \times 5} \\ &= \sqrt{3^2 \times 5} = 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \sqrt{a} + \sqrt{b} &\neq \sqrt{a+b} \\ * \sqrt{a} - \sqrt{b} &\neq \sqrt{a-b} \\ \sqrt{4} + \sqrt{9} &= 2 + 3 = 5 \end{aligned}$$

III. تبسيط العمليات في الجذور:

$$\begin{aligned} * 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} &= (2+5)\sqrt{3} = 7\sqrt{3} \\ * 3\sqrt{2} + \sqrt{2} &= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = \\ (3+2)\sqrt{2} &= 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

IV. حل المعادلة من الشكل: $x^2 = a$
a موجب: $x^2 = 3$
بما أن $0 < 3$ فإن المعادلة $x^2 = 3$ تقبل حلا مختلفان هما:

$$\begin{aligned} x &= -\sqrt{3} \text{ و } x = \sqrt{3} \\ a \text{ سالب: } &x^2 = -5 \\ \text{بما أن } &0 < -5 \text{ فإن المعادلة } x^2 = -5 \text{ لا تقبل حلا.} \end{aligned}$$

a معدوم: $x^2 = 0$
بما أن a معدوم فإن المعادلة $x^2 = 0$ تقبل حلا وحيدا هو $x = 0$.

V. جعل مقام نسبة عدد ناطق:

$$\begin{aligned} * \frac{a}{\sqrt{b}} &= \frac{a \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a\sqrt{b}}{b} \\ \frac{2}{\sqrt{3}} &= \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \frac{2}{5\sqrt{3}} &= \frac{2 \times \sqrt{3}}{5\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{3^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{5 \times 3} = \frac{2\sqrt{3}}{15} \\ \frac{3+9\sqrt{3}}{6\sqrt{2}} &= \frac{(3+9\sqrt{3})\sqrt{2}}{6\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{(3+9\sqrt{3})\sqrt{2}}{6 \times 2} = \frac{(3+9\sqrt{3})\sqrt{2}}{12} \end{aligned}$$

$$\frac{3\sqrt{2}+9\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}+3 \times 3\sqrt{6}}{6 \times 2} = \frac{3\sqrt{2}+9\sqrt{6}}{12}$$

$$\begin{aligned} * \frac{a}{b+\sqrt{c}} &= \frac{a \times (b-\sqrt{c})}{(b+\sqrt{c}) \times (b-\sqrt{c})} \\ \frac{5}{2+\sqrt{3}} &= \frac{5 \times (2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3}) \times (2-\sqrt{3})} = \frac{5 \times (2-\sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{5 \times (2-\sqrt{3})}{4-3} = \frac{5 \times (2-\sqrt{3})}{1} = 10-5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\frac{10-5\sqrt{3}}{2^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{10-5\sqrt{3}}{4-3} = \frac{10-5\sqrt{3}}{1} = 10-5\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} * \frac{a}{b-\sqrt{c}} &= \frac{a \times (b+\sqrt{c})}{(b-\sqrt{c}) \times (b+\sqrt{c})} \\ \frac{7}{5-\sqrt{2}} &= \frac{7(5+\sqrt{2})}{(5-\sqrt{2})(5+\sqrt{2})} \\ &= \frac{35-7\sqrt{2}}{5^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{35-7\sqrt{2}}{25-2} = \frac{35-7\sqrt{2}}{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{35-7\sqrt{2}}{23} \\ &= \frac{25-2}{23} = \frac{23}{23} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{7-2\sqrt{2}}{4-\sqrt{5}} &= \frac{(7-2\sqrt{2}) \times (4+\sqrt{5})}{(4-\sqrt{5}) \times (4+\sqrt{5})} \\ &= \frac{28+7\sqrt{5}-8\sqrt{2}-2\sqrt{10}}{4^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{28+7\sqrt{5}-8\sqrt{2}-2\sqrt{10}}{16-5} = \frac{28+7\sqrt{5}-8\sqrt{2}-2\sqrt{10}}{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \frac{a}{\sqrt{b}-c} &= \frac{a(\sqrt{b}+c)}{(\sqrt{b}-c)(\sqrt{b}+c)} \\ \frac{7}{\sqrt{3}-2} &= \frac{7(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = \frac{7\sqrt{3}+14}{3-4} = \frac{7\sqrt{3}+14}{-1} = -7\sqrt{3}-14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \frac{a}{\sqrt{b}+c} &= \frac{a(\sqrt{b}-c)}{(\sqrt{b}+c)(\sqrt{b}-c)} \\ \frac{7}{\sqrt{3}+2} &= \frac{7(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} = \frac{7\sqrt{3}-14}{3-4} = \frac{7\sqrt{3}-14}{-1} = -7\sqrt{3}+14 \end{aligned}$$

ملخص لدروس الفصل الأول

$$\sin \hat{E} = \frac{2}{\sqrt{13}} = 0,5547001962$$

$$\hat{E} = \text{shift-sin}\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)$$

$$\hat{E} = 33^\circ,69006756$$

III. ظل الزاوية $\hat{E}$

$$\tan \hat{E} = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الضلع المجاور}} = \frac{GF}{EF}$$

$$\tan \hat{E} = \frac{2}{3} = 0,6666666666$$

$$\hat{E} = \text{shift-tan}\left(\frac{2}{3}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$$

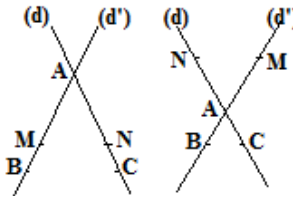
$$\hat{E} = 33^\circ,69006756$$

IV. العلاقات المثلثية:

$\hat{a}$ هو قيس زاوية حادة في مثلث قائم

$$\cos^2 \hat{a} + \sin^2 \hat{a} = 1$$

$$\tan \hat{a} = \frac{\sin \hat{a}}{\cos \hat{a}}$$



نص البرهان:

بما أن: * (d) و (d') متقاطعان في A.

* النقاط: C, N, A و B, M, A على

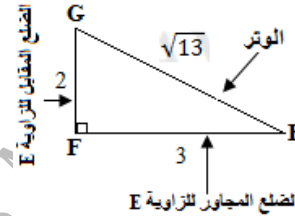
استقامية و بنفس الترتيب.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad \text{* النسب:}$$

فإن: (NM) // (BC)

5. حساب المثلثات في المثلث القائم

في هذا الدرس، سنتعامل مع الزوايا الحادة في المثلث القائم



I. جيب تمام الزاوية $\hat{E}$

$$\cos \hat{E} = \frac{\text{طول الضلع المجاور}}{\text{طول الوتر}} = \frac{EF}{EG}$$

$$\cos \hat{E} = \frac{3}{\sqrt{13}} = 0,8320502943$$

$$\hat{E} = \text{shift-cos}\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)$$

$$\hat{E} = 33^\circ,69006756$$

II. جيب الزاوية $\hat{E}$

$$\sin \hat{E} = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الوتر}} = \frac{GF}{EG}$$

$$C = 2[4 - (2x + 1)]$$

$$C = 2[4 - 2x - 1]$$

$$C = 2(-2x + 3)$$

$$D = x^2 - 5x$$

$$D = x \times x - 5x$$

$$D = x(x - 5)$$

$$E = (x + 1)^2 - 2x(x + 1)$$

$$E = (x + 1)(x + 1) - 2x(x + 1)$$

$$E = (x + 1)[(x + 1) - 2x]$$

$$E = (x + 1)(x + 1 - 2x)$$

$$E = (x + 1)(-x + 1)$$

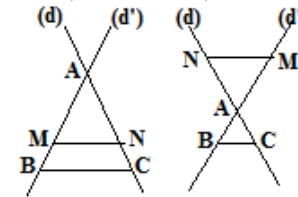
$$F = (2x - 1) + (5 - 3x)(2x - 1)$$

$$F = (2x - 1)(1 + 5 - 3x)$$

$$F = (2x - 1)(-3x + 6)$$

4. نظرية طالس

I خاصية طالس (لحساب الأطوال)



نص البرهان:

بما أن: * (d) و (d') متقاطعان في A.

* النقاط: C, N, A و B, M, A على

استقامية و بنفس الترتيب.

* (NM) // (BC)

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \text{فإن:}$$

II خاصية طالس العكسية (للبرهان على

توازي مستقيمين)

$$\frac{7}{\sqrt{3}+2} = \frac{7(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} =$$

$$\frac{7\sqrt{3}-14}{\sqrt{3}^2-2^2} = \frac{7\sqrt{3}-14}{3-4} = \frac{7\sqrt{3}-14}{-1} =$$

$$-7\sqrt{3} + 14$$

3. الحساب الحرفي

I. النشر و التبسيط:

$$* a(b + c) = ab + ac$$

$$2(3 + x) = 2 \times 3 + 2x = 6 + 2x$$

$$* a(b - c) = ab - ac$$

$$2(3 - x) = 2 \times 3 - 2x = 6 - 2x$$

$$* (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(2 + x)(y + 5) = 2y + 10 + xy + 5x$$

$$(2x - 1)(x + 4) = 2x^2 + 8x - x - 4 = 2x^2 + 7x - 4$$

II. التحليل إلى جداء عوامل أولية:

$$* ab + ac = a(b + c)$$

$$5 \times 3 + 5x = 5(3 + x)$$

$$* ab - ac = a(b - c)$$

$$5 \times 3 - 5x = 5(3 - x)$$

$$A = (x - 1)(5x + 4) + (3 + x)(x - 1)$$

$$A = (x - 1)[(5x + 4) + (3 + x)]$$

$$A = (x - 1)(5x + 4 + 3 + x)$$

$$A = (x - 1)(6x + 7)$$

$$B = (2x - 5)(x + 2) - (x - 2)(x + 2)$$

$$B = (x + 2)[(2x - 5) - (x - 2)]$$

$$B = (x + 2)(2x - 5 - x + 2)$$

$$B = (x + 2)(x - 3)$$

$$C = 8 - (4x + 2)$$

$$C = 4 \times 2 - (2 \times 2x + 2)$$

$$C = 4 \times 2 - 2(2x + 1)$$