

ملخص الدرس

تعريف وخواص:

1

أظف إلى

مطويتك

الدالة الأسية:

توجد دالة وحيدة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث: $f' = f$ و $f(0) = 1$ نرمز إلى هذه الدالة بالترميز $\exp$ ونسميها الدالة الأسية النيبيرية

أظف إلى

مطويتك

نتائج وخواص جبرية:

نتائج:

$$\exp(0) = 1$$

$$\exp'(x) = \exp(x)$$

العدد e والرمز e^x :

العدد e هو صورة العدد 1 بالدالة الأسية أي $e = \exp(1)$. تعطينا الحاسبة $e \approx 2.718281828$.
من أجل كل عدد صحيح نسبي n ، $\exp(n) = \exp(n \times 1) = [\exp(1)]^n$ ، لدينا إذن: من أجل كل عدد صحيح نسبي n ، $\exp(n) = e^n$.

اصطلاحا نرمز، من أجل كل عدد حقيقي x ، إلى $\exp(x)$ بـ e^x .

خواص جبرية:

$$e^x \neq 0 \quad ①$$

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x} \quad ②$$

$$e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y} \quad ④$$

$$e^{x+y} = e^x \times e^y \quad ③$$

$$e^0 = 1 \quad ⑥$$

$$e^{nx} = [e^x]^n \quad ⑤$$

$$e^x > 0 \text{ من كل عدد حقيقي } x \text{ ويمكن تعميمها إلى مايلي: } e^w > 0 \quad ⑦$$

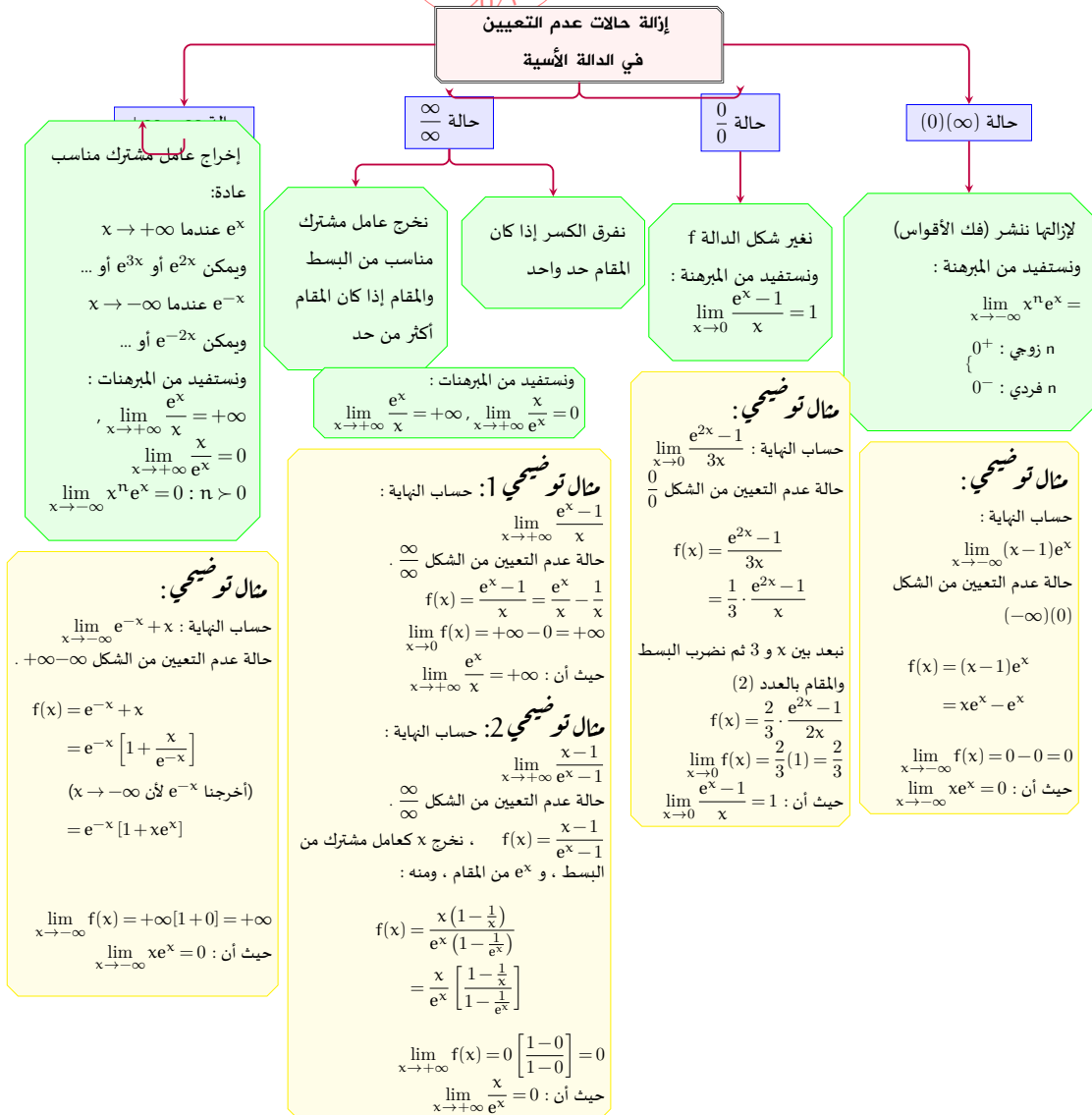
$$e^x > e^y \text{ معناه } x > y$$

$$e^x < e^y \text{ معناه } x < y$$

$$e^x = e^y \text{ معناه } x = y \quad ⑧$$

$$e^x = a \text{ معناه } x = \ln(a) \text{ مع } a \text{ عدد حقيقي موجب تماما.} \quad ⑨$$

الحالة العامة	الحالة الخاصة
$e^{+\infty} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$
$e^{-\infty} = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n \cdot e^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^x = 0$
$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{e^u - 1}{u} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1}{x} = a$ وأيضا $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

إزالة حالات عدم التعيين
في الدالة الأسية

لتكن f الدالة المعرفة كما يلي: $f(x) = e^{u(x)}$.

إذا كانت u قابلة للاشتقاق على مجال I فإن f قابلة للاشتقاق ولدينا: $f'(x) = [e^{u(x)}]' = u'(x) \times e^{u(x)}$. **ملاحظة:**

تبقى قواعد الاشتقاق المعروفة سابقا صحيحة حسب شكل الدالة المعطاة.

أولا:

$[u(x) \times e^{\Delta}]$ هنا الإشارة من إشارة الدالة $u(x)$.

ثانيا:

لدراسة إشارة عبارة من الشكل $a.e^{\alpha x + \beta} + b$ حيث a, b, α و β أعداد حقيقية مع $\alpha \neq 0$. نميز الحالات الآتية:

✓ إذا كان a و b موجبان فإن $a.e^{\alpha x + \beta} + b > 0$.

✓ إذا كان a و b سالبان فإن $a.e^{\alpha x + \beta} + b < 0$.

✓ إذا كان a و b مختلفان في الإشارة فإن للمعادلة $a.e^{\alpha x + \beta} + b = 0$ حل وحيد x_0 يمكن إيجاده بكل بساطة (سنتمرن على ذلك في التطبيقات) والإشارة تستنتج كما يلي:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$a.e^{\alpha x + \beta} + b$	نفس إشارة $a.\alpha$		
	عكس إشارة $a.\alpha$		

ثالثا:

لدراسة إشارة العبارة $ae^{2x} + be^x + c$ نقوم بما يلي:

✓ نضع $X = e^x$ فتصبح العبارة من الشكل: $aX^2 + bX + c$.

✓ نحل المعادلة الأخيرة من الدرجة الثانية.

✓ نحلل العبارة الأولى اعتمادا على حلول المعادلة الثانية.

✓ ندرس إشارة كل حد.

سلسلة التمارين

1

خواص الدالة الأسية (الخواص الجبرية - النهايات - الاشتقاقية)

نقاط

1

تمرين



بسط العبارات التالية:

$$(e^x)^3 \times e^{-4x} \quad 1$$

$$\frac{e^{2x+1}}{e^{-x+1}} \quad 2$$

$$\frac{e^x + e^{-x}}{e^{2x}} \quad 3$$

بين من أجل كل عدد حقيقي x مايلي:

$$\frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \quad 1$$

$$e^{-x} - e^{-2x} = \frac{e^x - 1}{e^{2x}} \quad 2$$

نقاط

2

تمرين



ادرس إشارة العبارات الآتية:

$$e^{2x} + e^x - 6 \quad 7 \quad e^{2-x} - 3 \quad 4 \quad 2e^{x+1} + 1 \quad 1$$

$$e^{2x} - 2e^x + 3 \quad 8 \quad -4e^{x+1} + 12 \quad 5 \quad -e^{x^2+2} - 3 \quad 2$$

$$(2x-1)e^{-x} + 4e^{-x} \quad 9 \quad e^{2x} - 7e^x + 12 \quad 6 \quad \frac{1}{2}e^{2x-1} - 2 \quad 3$$

نقاط

3

تمرين

احسب نهايات الدوال التالية عند $+\infty$ و $-\infty$:

$$\frac{x^3}{e^x + 1} \quad 7 \quad (x-1)e^{-x} + x - 3 \quad 4 \quad e^x + x - 1 \quad 1$$

$$\frac{x^3}{e^{-x} + 1} \quad 8 \quad \frac{-e^x + 3}{e^x + 2} \quad 5 \quad e^x - x - 4 \quad 2$$

$$e^{2x} - xe^x + 1 \quad 9 \quad \frac{x + 2e^x - 1}{4x} \quad 6 \quad (x-1)e^x + x + 2 \quad 3$$

نقاط

4

تمرين



احسب مايلي:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} - e^x \quad 3 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x + 3}{e^x - 1} \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1) \quad 4 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x + 3}{e^x - 1} \quad 2$$



$$\lim_{x \rightarrow 0} x(e^x - 1) \quad 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x(e^x - 1) \quad 6$$

تمرين 5 نقاط

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)]$. استنتج أن المنحنى C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

تمرين 6 نقاط

تكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + e^{-x}$ تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 عيّن نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2 عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$.

3 بيّن أن المستقيم D الذي معادلته $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى C_f . أدرس وضعية C_f بالنسبة إلى D .

تمرين 7 نقاط

تكن f الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{-x} + 2x - 3$.

1 (أ) عيّن نهاية الدالة f عند $+\infty$.

(ب) تحقق أنه من أجل كل حقيقي x ، $f(x) = e^{-x}(1 + 2xe^x - 3e^x)$.

(ج) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$.

2 (أ) بيّن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x - 3$ مستقيم مقارب للمنحنى C_f .

(ب) أدرس الوضعية النسبية للمستقيم بالنسبة إلى المنحنى C_f .

تمرين 8 نقاط

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$.

1 بيّن أنه من أجل كل حقيقي x ، $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$.

2 أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.



تمرين 9 نقاط

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$ نرمز إلى تمثيلها البياني في معلم

1 أحسب $f'(x)$ و بين أن $f'(x) = (1-x^2)e^{-x}$.

2 عيّن معادلة (T) مماس المنحني C_f عند النقطة ذات الفاصلة 0.

3 نريد دراسة وضعية C_f بالنسبة إلى المماس (T) .

(ا) نضع $k(x) = x+1 - e^x$. أحسب $k'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة k و إشارتها.

(ب) استنتج وضعية C_f بالنسبة إلى المماس (T) .

تمرين 10 نقاط

احسب مشتق ونهايات الدالة f في كل حالة ممايلي:

$$D_f = \mathbb{R} \quad x e^{2x+2} - x + 1 \quad 14$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad (2x+1)e^x - 1 \quad 1$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad 2x+3 - (x+1)e^x \quad 15$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad x - (x+1)e^{-x} \quad 2$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad (x-1)e^x - 1 \quad 16$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad e^x - ex - 1 \quad 3$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad \frac{e^x - 1}{e^x - x} \quad 17$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad \frac{2x+2}{e^x + 2} \quad 4$$

$$D_f = \mathbb{R} - 1 \quad \frac{x}{x-1} + e^{x-1} \quad 18$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad \frac{x}{x + e^{-x}} \quad 5$$

$$D_f = \mathbb{R}^* \quad \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)} \quad 19$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1} \quad 6$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad x - 1 + \frac{4}{e^x + 1} \quad 20$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad (2x-4)e^{\frac{1}{2}x} + 2 - x \quad 7$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad (-x-1)e^{-x} + 1 \quad 21$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x} \quad 8$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad x + \frac{2}{1 + e^x} \quad 22$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1} \quad 9$$

$$D_f = \mathbb{R}^* \quad x - \frac{1}{e^x - 1} \quad 23$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad \frac{(x+1)e^x + x + 2}{e^x + 1} \quad 10$$

$$D_f = \mathbb{R}^* \quad \frac{1}{xe^x} \quad 24$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad \frac{4e^x + 2}{e^x + 1} \quad 11$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad x(1 - e^x)^2 \quad 25$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad \frac{x^2 e^x}{e^x - x} \quad 12$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad (x-2)^2 e^x \quad 26$$

$$D_f = \mathbb{R} \quad 1 - 2x - e^{2x-2} \quad 13$$

2

المعادلات التفاضلية من الشكل $y' = ay + b$ و $y' = ay$

نقاط

11

تمرين



عين الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

1 $y' = 2y$

3 $y' + 3y = 2$

2 $2y' - y = 0$

4 $3y' - 2y + 1 = 0$

نقاط

12

تمرين

عين الحل f للمعادلات التفاضلية المقترحة والمرفقة بشرط ابتدائي:

1 $2y' + y = 0$ $f(\ln(4)) = 1$

4 $\frac{\partial N(t)}{\partial t} = -\lambda N(t)$ $N(0) = N_0$

2 $y' - 3y = 0$ $f(0) = 1$

5 $\frac{\partial i}{\partial t} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$ $i(0) = I_0$

3 $2y' + y = 1$ $f(-1) = 2$

نقاط

13

تمرين



1 نعتبر المعادلة التفاضلية: $y' - 2y = 2x + 1$(01)

2 اوجد دالة تألفية f تكون حلا للمعادلة التفاضلية (01).3 بوضع $y = z + f$. بين أنه إذا كان y حل للمعادلة التفاضلية (01) فإن z حل للمعادلة التفاضلية (02)..... $y' - 2y = 0$.

4 حل عنئذ المعادلة التفاضلية (02) ثم استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية (01).

نقاط

14

تمرين



1 نعتبر المعادلة التفاضلية (01)..... $y' + 2y = 3e^{-3x}$

2 بوضع $y = z - 3e^{-3x}$ ، اوجد المعادلة التفاضلية (02) التي تحققها الدالة z .

3 حل المعادلة التفاضلية (02). ثم استنتج حل للمعادلة التفاضلية (01).

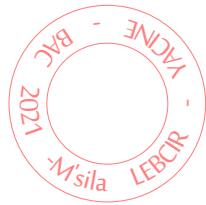
4 عين الحل f للمعادلة (01) والذي يحقق $f(0) = \frac{3}{2}$

5 تحقق أن الدالة f تكتب على الشكل: $f(x) = 3e^{-2x}(\frac{3}{2} - e^{-x})$



6 ادرس تغيرات الدالة f ثم عين احدائيات نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات.

7 احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f) .



تمارين بكالوريا سابقة



نماذج بكالوريا

1



1 تمرين 1 نقاط

بكالوريا تونس 2014

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = \frac{e^{-x}}{e^x + 1}$.
 (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة الأولى بيانيا.

2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = \frac{(2 + e^{-x})}{(e^x + 1)^2}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x) + \frac{3}{4}$		-	0

3 استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدولا لتغيراتها.

4 (ا) عين معادلة ل (T) المماس ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(ب) باستخدام جدول الاشارة التالي حدد الوضعية النسبية ل (C_f) و (T) .

5 ارسم (T) و (C_f) على المجال $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right]$.



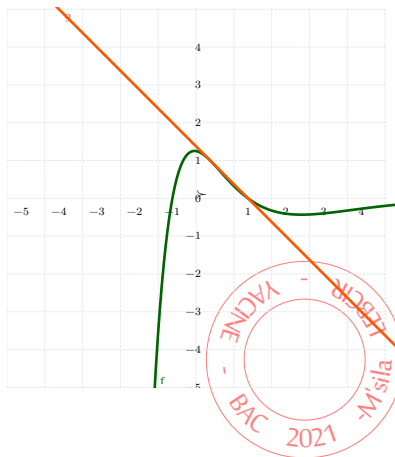
2 تمرين 2 نقاط



المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس
 $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

الشكل المقابل هو (C_g) منحن الدالة g المعرفة
 على $\mathbb{R}$: $g(x) = (1 + ax^2)e^{bx}$.

بقراءة بيانية:



1 احسب $g(-1)$, $g(0)$ و $g'(0)$.

2 جد معادلة المماس ل (C_g) عند النقطة ذات
 الفاصلة 0.

3 حل المعادلة $g(x) = 0$ وشكل جدول إشارة الدالة
 g .

4 بالاستعانة بالمعطيات السابقة تحقق أن :
 $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$.

الف دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = (x + 1)^2 e^{-x}$. (C_f) منحنها البياني في المعلم السابق.

1 احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. ثم اثبت أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسيا.

2 بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = g(x)$.

3 استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4 عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5 استنتج معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6 انشئ (T) و (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$.

7 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = -m$.

8 k دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب $k(x) = f(x^2) - 1$.

9 ادرس تغيرات الدالة k .



نقاط

3



نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = (2x + 1)e^x - 1$.

1 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

2 ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.



3 احسب $g(0)$ وحدد إشارة $g(x)$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty; 1]$ ب: $f(x) = x \cdot (1 - e^x)^2$. (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2 بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب ل (C_f) .

3 ادرس وضعية (C_f) بالنسبة ل (Δ) .

4 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 1]$ لدينا : $f'(x) = (e^x - 1) \cdot g(x)$.

5 استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.



6 اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثياتها.

7 اكتب معادلة (T) المماس ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

8 انشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

h الدالة المعرفة على $[-1; 1]$ ب: $h(x) = x \cdot (1 - e^{|x|})^2$.

1 ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر. ماذا تستنتج؟

2 بين ان h دالة فردية. ثم استنتج طريقة لرسم منحناها دون دراسة تغيراتها.

3 انشئ منحن الدالة h في نفس المعلم السابق.



f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$.

1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا.

3 (ل) برهن أن : $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} x \cdot (e^{\frac{1}{x}} - 1) = 1$ ، (يمكنك وضع $t = \frac{1}{x}$).

(ب) استنتج أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

4 احسب $f'(x)$. ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5 ارسم (C_f) .

6 g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ب : $g(x) = f(x^2)$.

✓ ادرس تغيرات الدالة g .



تحرير 5 نقاط



g دالة معرفة بالعلاقة : $g(x) = 2x - 1 - e^{-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

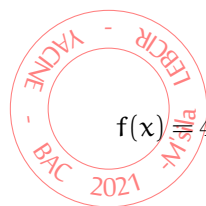
1 أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$

2 برهن أن المستقيم ذو المعادلة $y = 2x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_g) عند $+\infty$

3 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,73 < \alpha < 0,74$

4 إستنتج إشارة $g(x)$

5 أنشئ المنحنى (C_g)



f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 6(x+1)e^{-x}$

1 بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f'(x) = 6xg(x)$

2 إستنتج إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$

3 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4 بين أن $f(\alpha) = 4\alpha^3 + 9\alpha^2 + 6\alpha - 6$

تحرير 6 نقاط



لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي : $\frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$

(ب) برهن أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا : $f(-x) + f(x) = 0$ ما ذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f)

2 أحسب نهايات الدالة f عند $(+\infty)$ و $(-\infty)$

3 أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

4 بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها

5 استنتج أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا : $1 - \frac{2}{e^x + 1} < eq \frac{1}{2}x$

6 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1 + \frac{1}{2}x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

7 أنشئ المنحنى (C_f)



7 تمرين نقاط



g دالة معرفة بالعلاقة : $g(x) = 1 - xe^x$

1 أدرس تغيرات الدالة g

2 أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق : $\alpha \in]0, 5; 0, 6[$

3 استنتج إشارة $g(x)$

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1+x}{e^x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x + 1 - \frac{(1+x)e^x}{e^x+1}$

2 أدرس تغيرات الدالة f بالإستعانة بالدالة g

3 عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) ، ثم أنشئه.

8 تمرين نقاط



لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 أدرس تغيرات الدالة f

2 بين أن النقطة $A(0; \frac{1}{2})$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

3 عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة A

4 لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - f(x)$

(ا) بين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $g'(x) = \frac{(e^x-1)^2}{4(1+e^x)^2}$

(ب) إستنتج جدول تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

(ج) إستنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة $\mathbb{R}$

(د) إستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) والمماس (T) . ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى (C_f)

5 أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f)

9 تمرين نقاط



g دالة معرفة على $]-\infty, 4]$ بالعلاقة : $g(x) = x - e^{-x}$

1 شكل جدول تغيرات الدالة g ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]\frac{1}{2}; 1[$



2 استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty, 4]$

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty, 4]$ كما يلي : $f(x) = \frac{1+x}{1+e^x}$
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

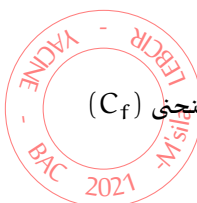
1 تحقق أن $f'(x) = -\frac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$

2 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3 أثبت أن $f(\alpha) = \alpha$

4 (ا) نقبل أن المستقيم $y = x + 1$: (Δ) مقارب لـ (C_f)

(ب) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) ، ثم أنشيء المنحنى (C_f)



نقاط 10



f دالة عددية معرفة على $[-2; +\infty[$ بـ : $f(x) = -x - \frac{1-5e^x}{e^x}$

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2 عين العدد الحقيقي a حيث : $f(x) = 5 - x - ae^{-x}$

3 بين أن (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)

4 أدرس الوضع النسبي بين (C) و (Δ)

5 شكل جدول تغيرات الدالة f

6 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-\frac{3}{2} \leq \alpha \leq -2$ و $\alpha \in \left[\frac{9}{2}; 5 \right]$ ، فسر النتيجة بيانيا

7 أنشيء المنحنى (C) .

8 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = 3 - m$

9 اعتمادا على (C) أنشيء (C') المنحنى الممثل للدالة $g(x) = |f(x)|$



نقاط 11



f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ : $f(x) = \frac{2e^x}{e^x - 1}$

1 أدرس تغيرات الدالة f

2 بين أن (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة



3 بين أن $A(0;1)$ مركز تناظر، ثم أنشئ (C_f)

4 $g(x) = \frac{2e^x}{|e^x - 1|}$ دالة عددية حيث

أكتب $g(x)$ بدلالة $f(x)$ ثم استنتج رسم (C_g) انطلاقا من (C_f)

5 ناقش بياننا حسب قيم الوسي الحقيقي m عدد وإشارة الحلول المعادلة : $(m-3)|e^x - 1| = 2e^x$



نقاط 12 تمرين

$g(x) = (x+3)e^x - 1$ على $\mathbb{R}$: الدالة العددية المعرفة

1 (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(ب) احسب g' مشتق الدالة g ، ثم استنتج تغيرات g

(ج) شكل جدول تغيرات g

2 (ا) بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]-4; 0[$

(ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$: $f(x) = -x + (x+2)e^x$ و (c_f) منحنىها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

1 احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (D) الذي معادلته: $-x$ لاهو مستقيم مقارب للمنحنى (c_f) بجوار $-\infty$

ادرس وضعية (c_f) بالنسبة لـ (D)

2 بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = e^x \left(\frac{-x}{e^x} + (x+2) \right)$

(ا) عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) تحقق أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$

(ج) شكل جدول تغيرات f

3 اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4 بين أن: $f(\alpha) = 1 - \alpha - \frac{1}{\alpha+3}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

5 ارسم (D) ، (T) و (c_f)



نقاط 13 تمرين

$g(x) = -1 + (-x+3)e^{-x+2}$: دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$: $g(x) = -1 + (-x+3)e^{-x+2}$

1 ادرس اتجاه تغيرات g ، ثم شكل جدول تغيراتها



2 احسب : $g(2)$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ وذلك من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$.

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x + 3 + (x-2)e^{-x+2}$ وليكن (C_f) منحنىها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

1 (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(ب) أحسب $f'(x)$ ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$.

(ج) شكل جدول تغيرات f .

2 بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $-x + 3$ ياهو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) . ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة ل (Δ) .

3 اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثياتها .

4 بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلا هما α و β حيث : $1 < \alpha < \frac{3}{2}$ و $3 < \beta < 4$.

5 ارسم كل من (Δ) و (C_f) .

6 ناقش بيانيا وذلك حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $x(-1 + e^{-x+2}) = m - 3 + 2e^{-x+2}$.

7 h دالة عددية حيث : $h(x) = (|x| - 2)e^{-|x|+2} + 3 - |x|$.

(ا) بين أن h دالة زوجية .

(ب) اشرح كيف يمكن رسم المنحنى الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C_f) . ثم ارسمه في نفس المعلم و بلون مختلف .



$g(x) = 1 - x + e^{-x}$ دالة عددية للمتغير الحقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

1 ادرس تغيرات g ثم شكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات)

2 بين أنه المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا واحدا α حيث $1,27 < \alpha < 1,28$.

3 ادرس إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (2-x)(e^x - 1)$.

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2 (ا) أحسب $f'(x)$ وبين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^x g(x)$.

(ب) بين أن $f(\alpha) = \frac{(2-\alpha)^2}{\alpha-1}$ ثم عين قيمة مقربة إلى 10^{-2} للعدد $f(\alpha)$.

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .



3 (ا) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 2$ يقارب للمنحنى (C) في جوار $-\infty$.

(ب) ادرس الوضعية النسبية لـ (C) و (D).

4 بين أن المنحنى (C) يقبل مماسا (Δ) موازيا لـ (D) يطلب تعيين معادلة له.

5 (ا) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محور الفواصل.

(ب) أنشئ (Δ)، (D) و المنحنى (C).

6 m وسيط حقيقي. ناقش حسب قيم m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x التالية: $m = (2-x)(e^x - 1) - x$.

7 نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = (2-x^2)(e^{x^2} - 1)$.

(ا) بين أن h هي مركب الدالة f متبوعة بدالة مرجعية يطلب تعيينها.

(ب) استنتج تغيرات الدالة h دون دراستها ثم شكل جدول تغيراتها.



15 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = -1 + \frac{x-1}{x+1} e^x$ وليكن (C_f) منحنائها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$).

1 أحسب نهايات f عند حدود مجموعة تعريفها.

2 (ا) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$ فإن: $f'(x) = \frac{x^2+1}{(x+1)^2} e^x$ ثم استنتج اتجاه تغيرات f.

(ب) شكل جدول تغيرات f.

3 (ا) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1; +\infty[$ وأن: $1.5 < \alpha < 1.6$.

(ب) تأكد أن: $e^\alpha = \frac{\alpha+1}{\alpha-1}$ وأن $f(-\alpha) = 0$.

(ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي ترتيها (-1) .

4 أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f).

5 m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة: $\frac{x-1}{x+1} e^x = m$.



16 نقاط

1 لتكن الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:

$$f_m(x) = (x^2 + mx + 1)e^{-x} \quad m \in \mathbb{R}^*$$

نسعي (C_m) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $O; \vec{i}; \vec{j}$.



(ا) بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثياتها.

(ب) برهن أن المنحنى (C_m) يقبل قيمتين حديتين يطلب تعيين فاصلتهما.

(ج) عين مجموعة النقط Ω_m حيث $\Omega_m(1-m; f_m(1-m))$.

2 نضع $m = 1$

(ا) برهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x} = 0$

(ب) ادرس تغيرات الدالة f_1 .

(ج) اكتب معادلة ل (T) المماس ل (C_1) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(د) ارسم كل من (T) و (C_1).

3 نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x) = (x+1)e^{-x}$.

(ا) ادرس تغيرات الدالة g .

(ب) ادرس وضعية (C_1) بالنسبة ل (C_g).

(ج) ارسم في نفس المعلم السابق (C_g).



الجزء الأول:

لتكن (E) المعادلة التفاضلية المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $y' - 2y = 2(e^{2x} - 1)$

1 بين أن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $h(x) = 2xe^{2x} + 1$ حل للمعادلة التفاضلية (E).

2 بوضع $y = z + h$

بين أن y حل ل (E) إذا وفقط إذا كانت z هي حل للمعادلة التفاضلية (E') المعرفة كما يلي $y' - 2y = 0$.

3 حل المعادلة (E') ثم عين حلول المعادلة (E).

4 عين g الحل الخاص ل (E) الذي ينعدم عند 0.

الجزء الثاني:

لتكن g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x) = (2x-1)e^{2x} + 1$

1 أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدولها لتغيراتها.

2 عين إشارة g على $\mathbb{R}$.

3 (ا) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $1 - g(x) \geq 0$.

(ب) فسر هندسيا النتيجة السابقة.

الجزء الثالث:

نعرف على $\mathbb{R}^*$ الدالة f كمايلي:

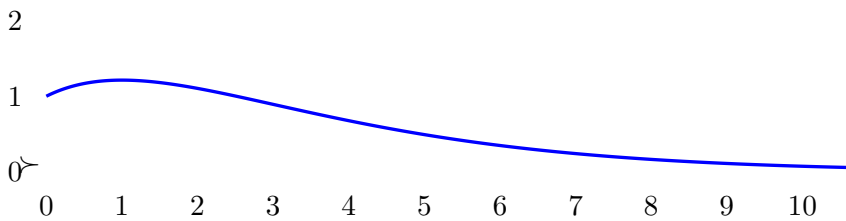
$$f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{x}$$

1 احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.2 استنتج أن منحنى الدالة f يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيينه.3 ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدولا لتغيراتها.

نقاط 18



الجزء الأول لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب: $f(x) = (ax + b)e^{-\frac{1}{2}x}$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان. نقبل أن f قابلة للاشتقاق على المجال $[0; +\infty[$ ولتكن f' دالتها المشتقة.

يعطى منحنىها البياني $\mathcal{C}_f$ في الشكل الموالي.1 عين قيمة كل من $f(0)$ و $f'(1)$.2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x , $f'(x) = (-\frac{1}{2}ax - \frac{1}{2}b + a)e^{-\frac{1}{2}x}$.3 حدد عندئذ قيمتي a و b .

الجزء الثاني

في باقي التمرين نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ ب:

$$f(x) = (x+1)e^{-\frac{1}{2}x}.$$

1 (ا) برر أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x , $f(x) = 2\left(\frac{\frac{1}{2}x}{e^{\frac{1}{2}x}}\right) + e^{-\frac{1}{2}x}$.(ب) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.2 ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ وشكل جدولا لتغيراتها.3 بين أن المعادلة $f(x) = 0,07$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0; +\infty[$.4 اعط قيمة مقربة للوحدة ل α .

نقاط 19



نماذج خاصة بشعبي تقني رياضي ورياضي فقط

تقريب 20 نقاط



لتكن الدالة f_k المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث: $f_k(x) = x + \frac{1 - ke^{2x}}{1 + ke^{2x}}$ حيث k عدد حقيقي موجب تماما. نسي (C_k) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. وحدة الطول هي 2cm.

1 احسب نهايتي الدالة f_k عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.

2 (ا) تحقق أن الدالة f_k هي حل للمعادلة التفاضلية: $y' = (y - x)^2$

(ب) بين الدالة المشتقة f'_k تنعدم من أجل عدد حقيقي وحيد α_k يطلب تعيينه.

(ج) عين اتجاه تغير الدالة f_k وشكل جدولاً لتغيراتها.

3 لتكن A_k ذات الفاصلة α_k .

(ا) احسب ترتيبية النقطة A_k .

(ب) بين أن A_k نقطة انعطاف للمنحني (C_k) .

(ج) بين أن النقط A_k تنتهي إلى نفس المستقيم عندما يسمح k المجال $]0; +\infty[$.

4 (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي يمكن كتابة $f_k(x)$ على الشكلين التاليين:

$$f_k(x) = x + 1 - \frac{2ke^{2x}}{1 + ke^{2x}} \quad f_k(x) = x - 1 + \frac{2}{1 + ke^{2x}}$$

(ب) استنتج أن (C_k) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ_1) و (Δ_2) يطلب تعيين معادلة لهما.

(ج) ادرس وضعية (C_k) بالنسبة لكل من (Δ_1) و (Δ_2) .

5 بين أنه توجد نقطة وحيدة من (C_k) يكون فيها معامل توجيه المماس يساوي 0.5.

6 عين قيمة k حتى يمر (C_k) من المبدأ.

7 أنشئ في نفس المعلم (C_1) ، (C_3) و (C_4) .

تقريب 21 نقاط



I f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_k(x) = (x + 1)^2 e^{-kx}$ حيث K وسيط حقيقي. ليكن $(\mathcal{C}_k)$ التمثيل البياني للدالة f_k في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 بين أن كل المنحنيات $(\mathcal{C}_k)$ تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.



2 أحسب نهايتي الدالة f_K عند $-\infty$ و $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي K) .

3 (أ) أحسب $f'_K(x)$ ، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي K إتجاه تغير الدالة f_K .

(ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f_K من أجل K عدد حقيقي موجب تماما .

4 ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي K الأوضاع النسبية للمنحنين $(\mathcal{C}_K)$ و $(\mathcal{C}_{K+1})$.

II الف الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+1)^2 e^{-2x}$

نسعي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $[-\frac{3}{2}; +\infty[$.

2 (أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$ أحدهما α حيث : $1,28 < \alpha < -1,27$.

(ب) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $| \frac{x+1}{e^x} | = | \frac{m+1}{e^m} |$ حلا وحيدا .

3 g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) + (x+1)e^{-2x}$

(أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$ ثم إستنتج دالة أصلية لـ g على $\mathbb{R}$.

(ب) بإستعمال المكاملة بالتجزئة ، أحسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ومحور الفواصل

و المستقيمين اللّذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = -1$



نقاط 22 تمرين

(I) لتكن g_n الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g_n(x) = n(x+1) + e^x$. حيث n عدد طبيعي غير معدوم.

1 ادرس تغيرات g_n ثم شكل جدولا لتغيراتها.

2 بين أن المعادلة $g_n(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α_n ثم تحقق أن $-2 < \alpha_n < -1$.

3 استنتج حسب قيم x إشارة $g_n(x)$.

(II) نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f_n(x) = \frac{xe^x}{n+e^x}$.
وليكن (C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

1 بين أن جميع المنحنيات (C_n) تشمل نقطة وحيدة يطلب تعيينها.

2 (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x)$. فسر النتيجة هندسيا .

3 (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) - x$. ماذا تستنتج ؟

(ب) ادرس الوضع النسبي بين (C_n) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$.



3

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'_n(x) = \frac{e^x g_n(x)}{(n + e^x)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f_n وشكل جدولاً لتغيراتها.

5) بين أن: $f_n(\alpha_n) = 1 + \alpha_n$.

6) ادرس الوضع النسبي بين (C_n) و (C_{n+1}) .

7) انشئ كل من (Δ) , (C_1) , (C_2) و (C_3) .

بكالوريات جزائرية شعبة علوم تجريبية

3



نقاط 23 تحرير

بكالوريا 2008 م01

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = (ax + b)e^{-x} + 1$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) عين قيمتي a و b بحيث النقطة $A(-1; 1)$ تنتمي إلى (C_f) ومعامل توجيه المماس عند A يساوي $(-e)$.

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = (-x - 1)e^{-x} + 1$. و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ وفسر النتيجة بيانيا (نذكر $\lim_{u \rightarrow -\infty} u \cdot e^u = 0$).

2) ادرس تغيرات الدالة g , ثم أنشئ جدولاً لتغيراتها.

3) بين أن المنحني (C_g) يثبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثياتها.

4) اكتب معادلة المماس للمنحني (C_g) عند النقطة I .

5) انشئ (C_g) .

لتكن k الدالة العددية المعرفة على المجال $[-2; +\infty[$ كما يلي: $k(x) = g(x^2)$.

— باستخدام مشتق دالة مركبة ادرس اتجاه تغير الدالة k , ثم شكل جدولاً لتغيراتها.



نقاط 24 تحرير

بكالوريا 2010 م02

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



3

1 (ا) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ و فسر هندسيا النتيجة.

2 أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها.

3 (ا) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتهما على الترتيب : $y = x$ و $y = x + 1$.

(ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') .

4 أثبت أن النقطة $\omega(0; \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5 (ا) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $1 < \alpha < \ln 2$ و $-1.3 < \beta < -1.4$.

(ب) هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟

(ج) أرسم (Δ) ، (Δ') ثم المنحنى (C_f) .

(د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $(m-1)e^{-x} = m$



نقاط

25



بكالوريا 2011 م 11

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$: $f(x) = e^x - ex - 1$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 (ا) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.

(ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2 (ا) بيّن أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

(ب) أكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(ج) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $[1, 75; 1, 76]$ حلا وحيدا α .

(د) أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 2]$.



نقاط

26



بكالوريا 2012 م 02

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$: $g(x) = 1 - xe^x$.

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

2 أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.



3

3 (أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ ، تقبل في حلا وحيدا α على المجال $]-1; +\infty[$

(ب) تحقق أن $0.5 < \alpha < 0.6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; 2]$ كما يلي : $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$.
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2 لتكن f' مشتقة الدالة f . بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty; 2]$ فإن : $f'(x) = -g(x)$.

3 استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 2]$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

4 بين أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

5 (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

(ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

6 (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1.5 < x_1 < -1.6$ و $1.5 < x_2 < 1.6$.

(ب) أنشئ (Δ) و (C_f) .



نقاط

27



بكالوريا 2013 م01

f الدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C) .

2 3 بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل الحلين α و β ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

4 أرسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C) ، ثم أرسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

$f(x)$	x
0.037	0.20
0.016	0.21
-0.006	0.22
-0.026	0.23
-0.048	0.24
-0.070	0.25

5 عيّن بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $|f(x)| = m$ حلان مختلفان في المجال $]-\infty; 1[$.

والدالة المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ : $g(x) = f(2x-1)$. (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1 أدرس تغيرات الدالة g على $]-\infty; 1[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2 (أ) تحقق أن $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ، ثم بين أن : $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$.

(ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$.

(ج) تحقق من أن : $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ ، معادلة للمستقيم (T) .



نقاط 28



بكالوريا 2015 م01

والدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$: $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$.

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $0,36 < \alpha < 0,37$.

3) إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$. و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) (ا) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$.

(ب) إستنتج أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -\alpha]$ و متزايدة تماما على $[-\alpha; +\infty[$.

2) أحسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 1]$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 1$.

5) أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty; \frac{1}{2}]$ ، نأخذ $f(-\alpha) \approx 0,1$.



نقاط 29



بكالوريا 2016 م02 الدورة الأولى

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$: $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$.

1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) (ا) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $-1,52 < \alpha < -1,51$.

(ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) (ا) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = -g(x)$.

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. (نأخذ $f(\alpha) \approx 0,38$)



3

(د) عيّن دون حساب : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا .

2 (ا) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ يقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(ج) بيّن أن المنحنى يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثيهما .

(د) أرسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2; +\infty[$.

(هـ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط x عدد وإشارة حلول المعادلة : على المجال . .

★★★★★

30 نقاط

بكالوريا 2016 م02 الدورة الثانية

الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$: $g(x) = 2e^x - x^2 - x$

1 (ا) أحسب $g'(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة g (حيث g' هي مشتقة الدالة g)

(ب) بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x) > 0$

(ج) أحسب نهايتي الدالة g عند كل من $+\infty$ و $-\infty$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2 بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1,37 < \alpha < -1,38$.

3 إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x - x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 (ا) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) بيّن أنه ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{x e^x g(x)}{(e^x - x)^2}$ (حيث f' هي مشتق الدالة f) .

(ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

2 (ا) بيّن أن : $f(\alpha) = \alpha^2 + 2\alpha + 2 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^2]$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا .

(ج) أنشئ المنحنى (C_f) . (تعطى $f(\alpha) \approx 0,29$)

★★★★★

31 نقاط

بكالوريا 2017 م02 الدورة العادية

نعتبر الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$: $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

www.dzexams.com أنجز من طرف الأستاذ: لبصير يسين بواسطة برنامج LaTeX



3



نقاط 33



بكالوريا 2018 م01

g والدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2 + (x-1)e^{-x}$.

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2 أدرس اتجاه تغير الدالة و g شكل جدول تغيراتها .

3 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في حلا وحيدا α حيث $-0.37 < \alpha < -0.38$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 (ا) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x + 1)]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

(ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) حيث : $y = 2x + 1$: (Δ) .

2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x) = g(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4 أنشئ (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \approx 0,8$).

5 ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وعدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $x = (1 - m)e^x$



نقاط 34



بكالوريا 2019 م01

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. تؤخذ وحدة الطول 2cm

(C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = e^x - ex$ و $f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2$

1 (أ) أدرس إتجاه تغير الدالة g .

(ب) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x الحقيقية .

2 أدرس إتجاه تغير الدالة f .

3 أحسب كلاً من $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4 أدرس الوضع النسبي للمنحنين (C_f) و (C_g) على $\mathbb{R}$.

5 أرسم على المجال $[0; 2]$ المنحنين (C_f) و (C_g) في نفس المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (يعطى $2 \approx e^2 - 2e$)

6 أحسب بالسنتيمتر المربع ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنين (C_f) و (C_g) .



7 الدالة المعرفة على المجال $[-2; 2]$ كمايلي : $h(x) = \frac{1}{2}ex^2 - e^{|x|}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق

(أ) بين أن h دالة زوجية .

(ب) من أجل $x \in [0; 2]$ أحسب $h(x) + f(x)$ ثم إستنتج كيفية رسم (Γ) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسمه .



نقاط 35



بكالوريا 2020 م01

(I) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .

في الشكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2x^2 + 2xe^2$

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة e^x بـ : $x \rightarrow e^x$.
بقراءة بيانية:

1 برر أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x - x > 0$.

2 حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ علما أن $g(0) = 0$.

(II) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -1 + \frac{2e^x}{e^x - x}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

1 بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ واحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم فسر نتيجتي النهايتين هندسيا.

2 (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x) = \frac{2e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

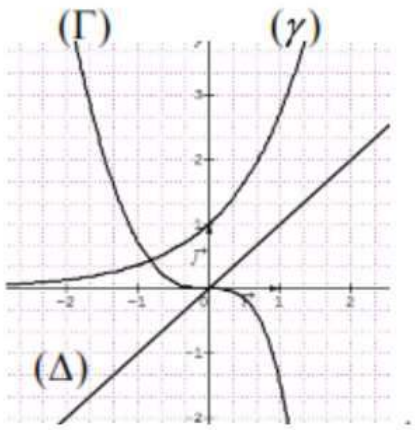
3 (أ) اكتب معادلة ل (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f(x) - (2x + 1) = \frac{g(x)}{e^x - x}$

(ج) استنتج الوضع النسبي ل (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثل النقطة A بالنسبة إلى (C_f) ؟

4 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; 1]$ ، ثم تحقق أن $-0.6 < \alpha < -0.5$.

5 أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f)



بكالوريات جزائرية شعبة تقني رياضي

4



نقاط 36





بكالوريا 2009 م01

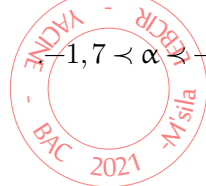
نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أحسب $f(x) + f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0; 1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

2 أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$.

3 (ا) بيّن أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.



4 بيّن أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α حيث : $-1,6 < \alpha < -1,7$.

5 أرسم (C_f) من أجل $x \in \mathbb{R}$.



بكالوريا 2010 م01

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \frac{3xe^x - 3x - 4}{3(e^x - 1)}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x - 1)}$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$.

2 أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

3 بيّن أن f متزايدة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها.

4 (ا) (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتاهما على الترتيب : $y = x + \frac{4}{3}$ و $y = x$.

بيّن أن (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f)، ثم حدّد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

(ب) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث : $0,9 < x_0 < 0,91$ و $-1,65 < x_1 < -1,66$.

(ج) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(x) + f(-x)$. فسّر النتيجة هندسيا.

(د) أرسم (D)، (D') و (C_f).

(هـ) m عدد حقيقي، (D_m) المستقيم المعرف بالمعادلة $y = x + m$.

ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + m$.

5 نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يأتي : $g(x) = [f(x)]^2$. أدرس تغيرات الدالة g دون حساب $g(x)$ بدلالة x .





بكالوريا 2011 م 02

الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 أدرس تغيرات الدالة f .

2 عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).

3 بيّن أن للمنحنى (C_f) نقطة إنعطاف w يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة لمماس (C_f) عندها.

4 لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = f(x) - x$.

(ا) أدرس تغيرات الدالة g .

(ب) بيّن أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α حيث : $2,7 < \alpha < 2,8$

5 (ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = 0$.

(ب) أرسم المماس و المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x$ و المنحنى (C_f).



39 نقاط

بكالوريا 2012 م 01

g هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$: $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

1 أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2 بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث : $1,59 < \alpha < 1,60$.

3 استنتج إشارة $g(x)$.

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

1 بيّن أن (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$.

2 (ا) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x-2x)}$

(ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(ج) أحسب $f(1)$ ، ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$.

3 (ا) بيّن أن $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha-1}$ ، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء الأول.

(ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

(ج) أرسم (C_f).



4 ناقش بياننا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة : $2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$

5 h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$

(ا) أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

(ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h .



نقاط

40



بكالوريا 2013 م02

الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x - 1)e^x$

1 أدرس تغيرات الدالة g .

2 بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $1 + (x - 1)e^x \geq 0$

f هي الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x) = \frac{e^x - 1}{x} ; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

1 (ا) بيّن أن f مستمرة على $[0; +\infty[$.

(ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1 + (x - 1)e^x}{x^2}$.

(ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

n عدد طبيعي حيث $n \geq 1$ ، f_n الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $f_n(x) = \frac{e^x - 1}{x} + n \ln x$. (C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{i}, \vec{j}; O)$.

1 أدرس إتجاه تغير الدالة f_n على المجال $[0; +\infty[$.

2 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x)$.

3 أدرس الوضع النسبي للمنحنين (C_n) و (C_{n+1}) .

4 بيّن أن جميع المنحنيات تمر من نقطة ثابتة B يطلب تعيين إحداثياتها .

5 (ا) بيّن أنه ، يوجد عدد حقيقي وحيد α_1 من $[0, 3; 0, 4]$ بحيث : $f_1(\alpha_1) = 0$.

(ب) بيّن أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ فإن : $f_n(\alpha_1) < 0$ ، ثم برهن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من $[\alpha_1; 1]$ بحيث $f_n(\alpha_n) = 0$.

6 (ا) بالإعتماد على الجزء II ، بيّن أنه ، من أجل كل x من $[0; 1]$: $\frac{e^x - 1}{x} \leq e - 1$.

(ب) استنتج أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $\ln(\alpha_n) \geq \frac{1 - e}{n}$ ، ثم $\alpha_n \geq e^{\frac{1 - e}{n}}$.



(ج) جد نهاية المتتالية (α_n) .



نقاط

41



بكالوريا 2015 م01

الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x+2)e^x - 2$.

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

2 أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

3 أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1

2 بيّن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3 (ا) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x) = -g(x)$.

(ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(ج) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4 (ا) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $0,92 < \alpha < 0,93$ و $-1,55 < \beta < -1,56$.

(ب) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; \frac{3}{2}]$.



نقاط

42



بكالوريا 2019 م01

I الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = (x+3)e^x + 1$

و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.

بقراءة بيانية:

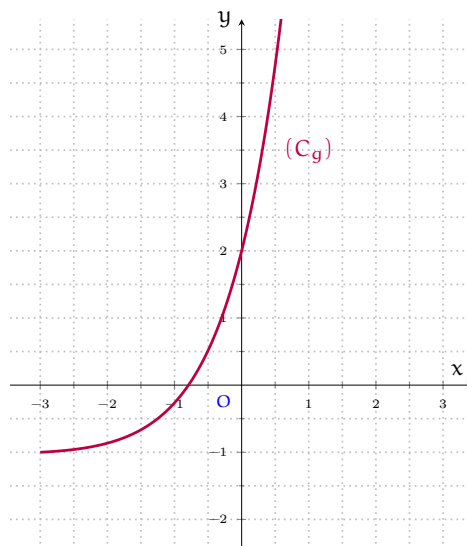
(ا) حدّد إشارة $g(-1)$ و $g(-\frac{1}{2})$.

(ب) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $]-1; -\frac{1}{2}]$

بحيث $g(\alpha) = 0$ ثم تحقّق أنّ : $-0,8 < \alpha < -0,7$.

(ج) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+2)(e^x - 1)$



و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2 بين أنه من كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ثم كل جدول تغيرات الدالة f .

3 (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x)$ ثم إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

(ج) أكتب معادلة L : مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ) .

4 أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 1]$ (يعطى $f(\alpha) \approx -0.7$).

5 أحسب $f(x) - g(x)$ ثم إستنتج دالة الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6 الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x) = |x|(e^{|x|} - 2) + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

(أ) بين أن الدالة h زوجية.

(ب) تأكد أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$ فإن $h(x) = f(x - 2) + 1$.

(ج) إشرح كيف يمكن رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ثم أرسم (C_h) على المجال $[-3; 3]$.



بكالوريا 2019 م01

الدالة العددية f معرفة على المجال $[-1; +\infty[$ ب: $f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (وحدة الطول 2cm).

1 (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1; +\infty[$: $f'(x) = (1 - e^{-x})(2e^{-x} + 1)$.

(ب) ادرس إشارة $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

(ج) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2 (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - \frac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

3 بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

4 بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

5 ارسم (Δ) ، (T) والمنحنى (C_f) .

6 ليكن m وسيط حقيقي. عين مجموعة قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين.

بكالوريات جزائرية شعبة رياضيات

5

نقاط

44

تمارين



بكالوريا 2008 م02

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أدرس تغيرات الدالة f .2 أ) بين أن C_f يقبل نقطة إنعطاف ω وأكتب معادلة لمماس C_f عند النقطة ω .ب) أثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى C_f .3 أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$.ب) إستنتج أن C_f يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.4 أ) بين أن C_f يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $[-2.77; -2.76]$.ب) أحسب $f(1)$ و $f(-1)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم أرسم C_f و مستقيمي المقاربين.(II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x + 1}$. C_g منحنى دالة g .1 أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x) = f(-x)$.ب) إستنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول C_f إلى C_g .2 أنشئ في نفس المعلم السابق C_g (دون دراسة الدالة g).

نقاط

45

تمارين



بكالوريا 2010 م01

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = (3 - x)e^x - 3$ 1 أدرس تغيرات الدالة g .2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $2.82 < \alpha < 2.83$.3 إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .(II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1}$; $x \neq 0$
 $f(0) = 0$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 بين أن الدالة f تقبل الإشتقاق عند $x_0 = 0$ ، أكتب معادلة J (T) مماس (C_f) عند المبدأ O.

2 (أ) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x} = 0$ ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(ب) بين أنه من أجل $x \neq 0$ فإن: $f'(x) = \frac{x^2 g(x)}{(e^x - 1)^2}$.

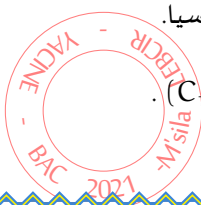
(ج) تحقق أن: $f(\alpha) = \alpha^2(3 - \alpha)$ ، ثم عين حصرا له.

(د) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

3 أحسب $f(x) + x^3$ و إستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة $x \mapsto -x^3$

بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x^3] = 0$ وفسر النتيجة هندسيا.

4 أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و المنحنيين (C) و (C_f) .



نقاط

46



بكالوريا 2011 م 01

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = (3x + 4)e^x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 (أ) أحسب f' ، f'' ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن: $f^n(x) = (3x + 3n + 4)e^x$

حيث : f' ، f'' ، $\dots$ ، f^n المشتقات المتتالية للدالة f .

(ب) إستنتج حل المعادلة التفاضلية : $y'' = (3x + 16)e^x$

2 (أ) بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ وفسر النتيجة هندسيا

(ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

3 (أ) أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ω التي فاصلتها $-\frac{10}{3}$.

(ب) بين أن ω هي نقطة إنعطاف المنحنى (C_f)

(ج) أرسم (Δ) و (C_f) على المجال $]-\infty; 0]$.

4 (أ) x عدد حقيقي من المجال $]-\infty; 0]$ ، بإستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_{-1}^x te^t dt$ ، ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty; 0]$.

(ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من $-\frac{4}{3}$

أحسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للجزء من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ ،

$\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda)$ ثم جد $x = \lambda$ ، $x = -\frac{4}{3}$



نقاط

47



بكالوريا 2012 م01

(I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 2 - xe^x$.

1 أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2 بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن: $0,8 < \alpha < 0,9$.

3 عيّن، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$.

(II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1 بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، ثم فسر النتيجة الهندسية

2 (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) بين أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

3 أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ')، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$.

4 (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$ ، ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f .

(ب) بين أن: $f(\alpha) = \alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5 أرسم (Δ)، (Δ') و (C_f).

6 ناقش، بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$.

(III) (U_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $U_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.

1 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq \alpha$

2 بإستعمال (Δ) و (C_f) مثّل على محور الفواصل الحدود: U_0 ، U_1 و U_2 ، ثم خمن إتجاه تغير (U_n).

3 برهن أن المتتالية (U_n) متقاربة، ثم أحسب نهايتها.



48 نقاط

بكالوريا 2013 م02

(I) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = 1 + (x^2 - 1)e^{-x}$

1 (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ب) أدرس إتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ: $g(1 - \sqrt{2}) \approx -0,25$ و $g(1 + \sqrt{2}) \approx 1,43$)

2 (أ) بَيِّنْ أَنَّ المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن أحدهما معدوم والآخر α ، حيث: $-0,8 < \alpha < -0,7$.

(ب) استنتج إشارة $g(x)$ ، حسب قيم العدد الحقيقي x .

(II) الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - (x+1)^2 e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1 (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(ب) بَيِّنْ أَنَّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

(ج) أدرس وظيفية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2 (أ) بَيِّنْ أَنَّهُ، من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) = f'(x)$ (يرمز f' إلى الدالة المشتقة للدالة f)

(ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$. تأخذ: $(f(\alpha) \approx -0,9)$

3 (أ) بَيِّنْ أَنَّ المنحنى (C_f) يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

(ب) مثل (Δ) و المماسين و المنحنى (C_f).

(ج) ناقش بيانها، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2 + me^x = 0$.

4 الدالة H معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x) = (-x^2 - 4x - 5)e^{-x}$

(أ) بَيِّنْ أَنَّ: H دالة أصلية للدالة: $x \mapsto (x+1)^2 e^{-x}$.

(ب) أحسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلاتهما $x = 0$ و $x = -1$.

(III) (U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = \alpha$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

(تذكر أن العدد α يحقق: $g(\alpha) = 0$)

1 برهن بالتراجع أَنَّهُ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1 \leq u_n \leq \alpha$

2 بَيِّنْ أَنَّ المتتالية (U_n) متناقصة.

3 استنتج أَنَّ (U_n) متقاربة، ثم أحسب نهايتها.



بكالوريا 2014 م01

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = (2-x)e^x - 1$

1 أدرس تغيرات الدالة g



5

2 بين أن للمعادلة: $g(x) = 0$ حلان α و β حيث: $-1,2 < \alpha < -1,1$ و $1,8 < \beta < 1,9$

3 إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$

(C_f) المنحنى الممصل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ و فسر النتيجةين هندسيا.

2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ و إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3 بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$ و إستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

4 أحسب $f(1)$ ثم أرسم المنحنى (C_f) .

5 λ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1

(أ) أحسب بدلالة λ العدد $a(\lambda)$ حيث: $a(\lambda) = \int_1^\lambda [f(x) - 1] dx$

(ب) أحسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ إلى $+\infty$



نقاط

50

تمارين

بكالوريا 2015 م01

f الدالة المرفعة بـ: $f(0) = 0$ و من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0[$: $f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}$
 (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 أدرس إستمرارية الدالة f عند 0 من اليسار.

2 أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ، تفسر النتيجة هندسيا.

3 (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4 (أ) بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0$.

(ب) إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ ، يطلب تعيين معادلة له.

5 g الدالة المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ: $g(x) = \frac{f(x)}{x}$

(أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ب) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

6 (أ) يبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0[$: $f(x) > x$.

(ب) إستنتج وظعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(ج) أنشئ المنحنى (C_f) .

7 (u_n) المتتالية العرّفة بـ $u_0 = -3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

(أ) يبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 0$.

(ب) حدّد إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .

(ج) يبين أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم عيّن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

8 m عدد حقيقي . h_m الدالة ذات المتغيّر الحقيقي x المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ $h_m(x) = xe^{\frac{1}{x}} - mx$.

(أ) أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m .

(ب) بإستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$.



نقاط 51 تمرين

بكالوريا 2016 م 02

(I) ϕ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $\phi(x) = (x^2 - x + 1)e^{-x+1} - 1$

1 (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \phi(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \phi(x)$.

(ب) أدرس إتجاه تغيّر الدالة ϕ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2 يبين أن المعادلة : $\phi(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ ، حلّا α يختلف عن 1 ثم تحقّق أنّ : $2,79 < \alpha < 2,80$.

3 إستنتج إشارة $\phi(x)$ على $\mathbb{R}$.

(II) f و g الدالتان العدديتان المعرفةتان على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = (2x - 1)e^{-x+1}$ و $g(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$.
 (C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O : \vec{i}, \vec{j})$.

1 (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(ب) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2 يبين أن للمنحنيين (C_f) و (C_g) مماسا مشتركا (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ، ثم جد معادلة له .

3 أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f) .

4 (أ) يبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - g(x) = \frac{(2x-1)\phi(x)}{x^2-x+1}$.

(ب) أدرس إشارة الفرق $f(x) - g(x)$ على $\mathbb{R}$ ، ثم إستنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) .

- (ج) باستعمال مكاملة بالتجزئة ، أحسب بدلالة العدد الحقيقي x : $\int_1^x f(t) dt$.
 (د) أحسب مساحة الجيزّ المستوي المحدّد بالمنحنين (C_f) و (C_g) و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x = 1$ ، $x = 2$.

(III)

- 1 أحسب $f''(x)$ ، $f^{(3)}(x)$ و $f^{(4)}(x)$. أعط تخميناً لعبارة $f^{(n)}(x)$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم .
 2 برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $f^n(x) = (-1)^n [2x - (2n + 1)] e^{1-x}$
 3 (u_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، كمايلي : $u_n = f^{(n)}(1)$.
 (أ) أحسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم K ، المجموع : $u_k + u_{k+1}$.
 (ب) إستنتج بدلالة n ، المجموع : $u_1 + u_2 + \dots + u_{2n}$.



نقاط

52

تمارين

بكالوريا 2017 م01

نعتبر الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (-x^3 + 2x^2)e^{-x+1}$
 (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1 (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، إستنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له .
 (ب) بيّن أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$
 ثم إستنتج إتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها .
 2 أكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2 .
 3 الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كمايلي : $h(x) = x^2 e^{-x+2}$.
 أدرس إتجاه تغيّر الدالة h ثم إستنتج إشارة $h(x)$ حدّد عندئذ و طعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $[0; +\infty[$.
 4 أرسم المماس (T) و المنحنى (C_f) على المجال $[0; +\infty[$.
 5 نعتبر m وسيط حقيقي و المعادلة ذات المجهول الحقيقي x الموجب : $(E) \dots f(x) = m(x - 2)$
 ناقش بيانها حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E) .
 6 g الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.
 إعتمدا على السؤال رقم (1) ، شكّل جدول تغيّرات الدالة g .



نقاط

53



بكالوريا 2017 م02 الدورة الاستثنائية

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$:
I نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$. (C) تمثيلها البياني .

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2 أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3 أثبت أنّ المنحنى (C) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثييهما ، أحسب $f(-2)$ ، ثم أرسم المنحنى (C) .

II ليكن m وسيط حقيقي ، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f_m(x) = (x^2 + mx + 1)e^{-x}$
وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1 أثبت أنّ جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطة ثابتة w يطلب تعيين إحداثيها .

2 أدرس إتجاه تغير الدالة f_m و إستنتج قيم m التي من أجلها تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين يطلب تعيينهما .

3 M_n نقطة من المنحنى (C_m) فاصلتها x_m حيث : $x_m = 1 - m$.

أثبت أنّه عندما m يسمح $\mathbb{R}$ فإن M_n تنتهي إلى منحن يطلب تعيين معادلة له .

4 أدرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، حيث : $m \neq 2$ ، الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C_m) .

5 أحسب بدلالة العدد الحقيقي الموجب تماما α ، مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنيين

(C) و (C_3) والمستقيمين اللذين معادلتهم : $x = 0$ و $x = \alpha$ ثم أحسب : $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$



نقاط

54



بكالوريا 2018 م02

I الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $g(x) = (1 + x + x^2)e^{-\frac{1}{x}} - 1$

1 بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $g'(x) = \frac{(x+1)(2x^3+1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$

و إستنتج إتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

2 بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,9 < \alpha < 1$

و إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = \frac{1}{x} + (1+x)e^{-\frac{1}{x}}$

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(ب) يبين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ و إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

2 يبين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xe^{-\frac{1}{x}} - x) = -1$ (يمكن وضع $t = -\frac{1}{x}$ ثم إستنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3 h الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = \frac{1}{x} - 1 + e^{-\frac{1}{x}}$.

(أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و أدرس إتجاه تغير الدالة h و إستنتج إشارة $h(x)$ على $]0; +\infty[$.
(ب) تحقّق أن : $f(x) - x = (1+x)h(x)$ ثم إستنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4 أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 1,73$).

5 (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحدها العام u_n حيث : $u_n = \frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{n^2}{n+1}$.

(أ) أكتب u_n بدلالة n ثم يبين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول u_1 .

(ب) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n = \left(\frac{1}{2}f(0) - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3}f\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4}f\left(\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n+1}f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1}\right)$$



بكالوريا 2019 م 02

I f_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_k(x) = (x+1)^2 e^{-kx}$ حيث K وسيط حقيقي.

ليكن $(\mathcal{E}_k)$ التمثيل البياني للدالة f_k في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 يبين أن كل المنحنيات $(\mathcal{E}_k)$ تمر من نقطتين ثابتتين يطلب تعيينهما.

2 أحسب نهايتي الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$. (ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي K).

3 (أ) أحسب $f'_k(x)$ ، ثم حدّد حسب قيم الوسيط الحقيقي K إتجاه تغير الدالة f_k .

(ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f_k من أجل K عدد حقيقي موجب تماما.

4 ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي K الأوضاع النسبية للمنحنيين $(\mathcal{E}_k)$ و $(\mathcal{E}_{k+1})$.

II f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+1)^2 e^{-2x}$

نسعي $(\mathcal{E}_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1 شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right]$.

2 (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ أحدهما α حيث: $1,28 < \alpha < -1,27$.

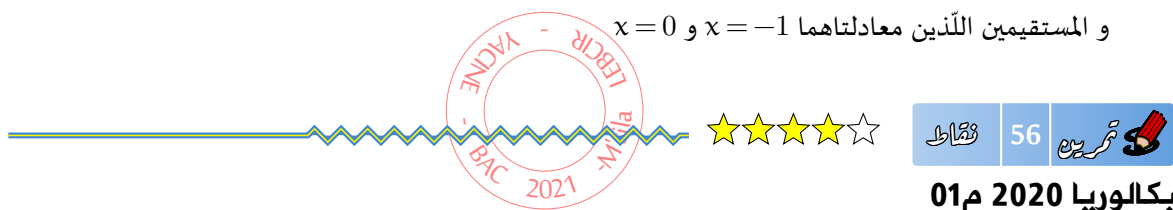
(ب) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة: $\left|\frac{x+1}{e^x}\right| = \left|\frac{m+1}{e^m}\right|$ حلا وحيدا.

3 g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) + (x+1)e^{-2x}$.

(أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g'(x) + 2g(x) - e^{-2x} = 0$ ثم إستنتج دالة أصلية لـ g على $\mathbb{R}$.

(ب) بإستعمال المكاملة بالتجزئة، أحسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ ومحور الفواصل

و المستقيمين اللّذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = -1$



(I) الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty; 0]$ كمايلي: $g(x) = -2e^x$ و $h(x) = x(e^x + 1)$.

حدد إشارة كل من $g(x)$ و $h(x)$ على المجال $]-\infty; 0]$.

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ: $f(x) = (x-3)e^x + \frac{1}{2}x^2$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس.

1 (أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty; 0]$: $f'(x) = h(x) + g(x)$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$.

2 احسب $f(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; 0]$ ثم تحقق أن: $-1,5 > \alpha > -1,4$.

4 (P) هو التمثيل البياني للدالة: $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty; 0]$.

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) ادرس الوضع النسبي بين المنحنيين (P) و $(\mathcal{C}_f)$.

(ج) أنشئ (P) ثم $(\mathcal{C}_f)$ على المجال $]-\infty; 0]$.

5 ليكن m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة: $|f(x)| = e^m$ في المجال $]-\infty; 0]$