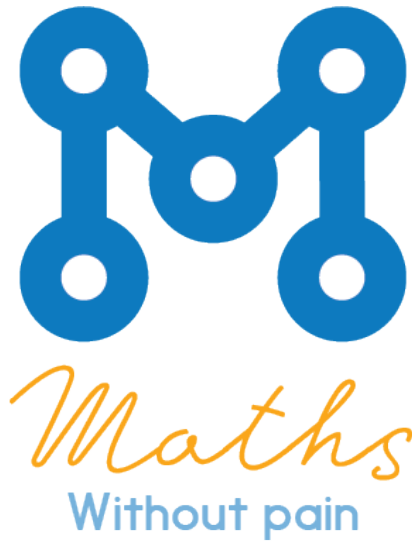


الطريق الى البكالوريا

عدد التمارين : 71

الشعب : علوم تجريبية - رياضيات - تقني رياضي

الأستاذ مرنيز وليد



Pratiquez, pratiquez, pratiquez

Pratiquez autant que possible.

La seule façon de vraiment apprendre à résoudre des problèmes est d'en faire.

آخر تحديث : 28 ديسمبر 2020

السنة الدراسية

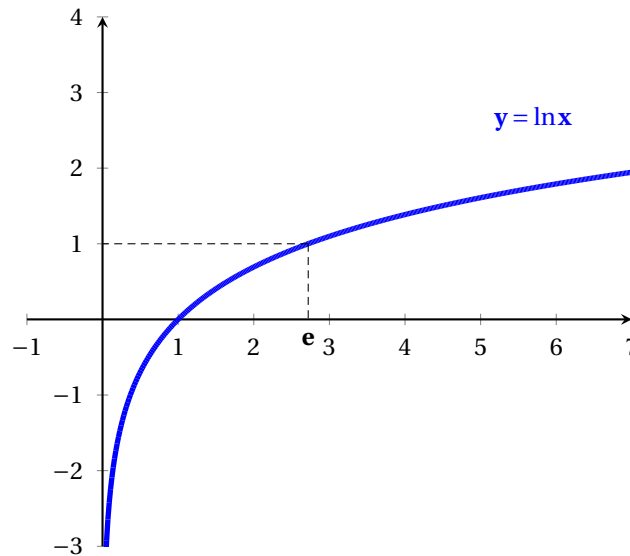
2020 - 2019

المحتويات

2	I	بطاقة تعريفية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية
4	II	تمارين تدريبية
14	III	مواضيع بكالوريات جزائية
15	1	شعبة علوم تجريبية
25	2	شعبة تقني رياضي
34	3	شعبة رياضيات
42	IV	مواضيع بكالوريات أجنبية
47	V	مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشيال الامة
48	4	شعبة علوم تجريبية
52	5	شعبة رياضيات

القسم 1

بطاقة تعريفية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0 \quad \blacksquare$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1 \quad \blacksquare$$

و من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0 \quad \blacksquare$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x = 0 \quad \blacksquare$$

مشتقة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية

$$f(x) = \ln(e^x + e^{-x}) : \text{مثال} \quad (\ln u)' = \frac{u'}{u} \quad \blacksquare$$

$$f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

حل معادلات و متراجحات

من اجل كل $a, b > 0$ $\blacksquare$

$$a = b \quad \text{يكافئ} \quad \ln a = \ln b$$

تغيير المتغير : الاكثر الاستعمالا بوضع

$$X = \ln x$$

الهدف هو التحول من معادلة تتضمن لوغاريتم الى معادلة بسيطة (معادلة من الدرجة الثانية، ...)

من اجل كل $a, b > 0$ $\blacksquare$

$$a \geq b \quad \text{يكافئ} \quad \ln a \geq \ln b$$

(الدالة اللوغاريتمية متزايدة تماما على $]0; +\infty[$)

الخواص الجبرية للدالة اللوغاريتمية النيبيرية

$$\ln e = 1 \quad , \quad \ln 1 = 0 \quad \blacksquare$$

من اجل كل عدد حقيقي $a > 0$ و $b > 0$:

$$\ln ab = \ln a + \ln b \quad \blacksquare$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b \quad \blacksquare$$

حالة خاصة :

من اجل كل a من $]0; +\infty[$ ،

$$\ln \frac{1}{a} = -\ln a \quad \blacksquare$$

من اجل كل $a \in]0; +\infty[$ و من اجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$a^x = e^{x \ln a} \quad ; \quad \ln(a^x) = x \ln a \quad \blacksquare$$

من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ و من اجل كل $y \in]0; +\infty[$ ،

$$y = e^x \quad \text{يكافئ} \quad x = \ln y \quad \blacksquare$$

من اجل كل عدد حقيقي $x > 0$ و $a > 0$:

$$\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a} \quad \blacksquare$$

النهايات الشهيرة للدالة اللوغاريتمية النيبيرية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \quad \blacksquare$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty \quad \blacksquare$$

التزايد المقارن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad \blacksquare$$

القسم II

تمارين تدريبية

رموز مفاتيحية

👁 فكرة تستحق المحاولة

🏠 تمارين للتدرب في المنزل

🎯 تمارين للتعمق

📝 تمارين للتدرب تتضمن افكار اساسية

تمرين رقم 1:



احسب النهايات التالية:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+2)}{x} \cdot \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \ln x - \ln(x+1) \cdot \\ & \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e} \cdot \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} [(\ln x)^2 - \ln x + 3] \cdot \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^n}{x} \cdot \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(e^{2x} - e^x + 1) \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x) \cdot \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 3x - \ln(1 - 2x) \cdot \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} \cdot \\ & \lim_{x \geq 0} (x + 2) \ln x \cdot \\ & \lim_{x \geq \frac{1}{2}} \frac{1}{2x - 1} + \ln(2x - 1) \cdot \end{aligned}$$

تمرين رقم 2:

باستعمال النظريات على المشتقات احسب الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

$$f(x) = e^{-x} \ln x \quad (5)$$

$$f(x) = e^{x \ln x} \quad (6)$$

$$f(x) = \ln(1 + e^x) \quad (7)$$

$$f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1) \quad (8)$$

$$f(x) = \ln(1 + x^2) \quad (1)$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad (2)$$

$$f(x) = \ln(\ln x) \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x} \quad (4)$$

تمرين رقم 3:

(1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$\ln|x^2 - 1| = 0 \cdot$$

$$2(\ln x)3 - 7(\ln x)^2 + 3 \ln x = 0 \cdot$$

$$\ln|2x + 1| + \ln|x - 1| = \ln 2 \cdot$$

$$\ln|e^{2x} - 1| = x \cdot$$

$$\ln x - 1 = 0 \cdot$$

$$\ln x(\ln x - 1) = 0 \cdot$$

$$\frac{2 - \ln x}{1 + \ln x} = 0 \cdot$$

$$(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0 \cdot$$

(2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

$$\begin{aligned}
 & \ln x \geq 1 \quad \bullet \\
 & (\ln x)^2 - \ln x \geq 0 \quad \bullet \\
 & (\ln x + 1)(\ln x - 1) > 0 \quad \bullet \\
 & \frac{2 - \ln x}{1 + \ln x} < 0 \quad \bullet \\
 & 2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 + 3\ln x > 0 \quad \bullet \\
 & \ln(x+1) \leq 0 \quad \bullet \\
 & \ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right) \leq 1 \quad \bullet \\
 & \ln(x^2 - 2x) \leq \ln(4x - 5) \quad \bullet \\
 & \ln|x^2 - 1| \leq 0 \quad \bullet
 \end{aligned}$$

تمرين رقم 4:



(I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln(x)$.

(1) ادرس تغيرات الدالة g و احسب $g(1)$.

(2) استنتج انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

(II) f دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = x + \frac{2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل المستقيم (D) ذا المعادلة $y = x$ مقاربا مائلا له عند $+\infty$

(ج) حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (D) .

(2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; \infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (ا) بين انه يوجد مماس وحيد (Δ) للمنحنى (C_f) ، موازيا للمستقيم (D) .

(ب) اكتب معادلة (Δ) .

(ج) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

(د) انشئ المستقيمين (Δ) و (D) والمنحنى (C_f) .

(هـ) ناقش بيانيا ، حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx - 2\ln(x) = 0$.

تمرين رقم 5:



(I) g هي الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (ا) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا على المجال $]0; +\infty[$ حلا وحيدا α حيث $1.5 < \alpha < 2$

(ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسياً.
 (ب) عبر عن $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
 (2) بين ان $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$
 (3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
 (4) ارسم (Δ) و (C_f)
 (5) ناقش بياناً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x + m$
 (III) h هي الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $h(x) = \frac{|\ln x|}{x^2 + 1}$
 اشرح كيف يمكن رسم (C_h) منحنى الدالة h اعتماداً على (C_f) ، ثم ارسم (C_h) .

تمرين رقم 6:



f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ، نسمي (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول 2cm).

- (1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجةين بيانياً.
 (ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$
 (ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
 (2) (ا) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف E يطلب تعيين احداثيها.
 (ب) اكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C) الذي يشمل المبدأ O .
 (3) ارسم (Δ) ، (D) و (C) .
 (4) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماماً m ، عدد حلول المعادلة $m^x = x$



تمرين رقم 7:



- (I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$
 (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .
 (2) احسب $g(1)$ ثم استنتج تبعاً لقيم x إشارة $g(x)$.
 (II) الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$
 (1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 (ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.
 (2) (ا) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) (ا) بين ان المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (D) .

بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1 - \frac{1}{e}$ يمس المنحنى في نقطة A يطلب تعيين احداثيتها.

(4) ارسم (Δ) ، (D) و C_f .

تمرين رقم 8:



نعتبر الدالة العددية f المعرفة $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \frac{1}{2}x + \ln(1 + e^{-x})$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ ، على الشكل : $f(x) = -\frac{1}{2}x + \ln(1 + e^x)$

(2) برهن ان الدالة f زوجية.

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') يطلب تعيين معادلتيهما.

(6) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f) .

(7) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ : $g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{\sqrt{x}}\right)$

(ا) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; +\infty[$ ، $g(x) = f(\ln x)$

- استنتج اتجاه تغير الدالة g

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة g

تمرين رقم 9:



(ا) لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = 2x - 1 - \ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(3) تحقق ان $g(1) = 1$ و بين ان المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلا اخر α حيث $0.1 < \alpha < 0.3$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = x^2 - x \ln x$ و $f(0) = 0$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ و فسر النتيجة هندسيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) (ا) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها.

(د) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

(3) (ا) اثبت ان $f(x) = x[g(x) - x + 1]$ ، ثم احسب $f(\alpha)$.

(ب) اعط حصرا لـ $f(\alpha)$

(4) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') ميلاهما يساوي 1، يطلب كتابة معادلة كل منهما.

(5) ارسم (T) ، (T') و المنحنى (C_f) .

تمرين رقم 10:



لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعلاقة: $f(x) = 1 - \frac{\ln x^2}{x}$
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) ادرس تغيرات الدالة f

(2) اثبت ان المنحنى (C_f) يقطع المستقيم $y = 1$: (Δ) في نقطتين يطلب تعيين احداثياتهما.

(3) احسب $f(-x) + f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

(4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-0.71; -0.70[$

(5) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0; 1)$ و يمس المنحنى (C_f) في نقطتين يطلب حساب احداثيات كل منهما، اكتب معادلة المماس (T)

(6) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

(7) ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = mx + 1$

(8) h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث: $h(x) = 1 + \frac{\ln x^2}{|x|}$

(ا) بين ان h دالة زوجية.

(ب) دون دراسة تغيرات h ، ارسم (C_h) ، علل ذلك.

تمرين رقم 11:



الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$
 (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

- (3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الترتيب 0.
- (4) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين احداثياتها.
- (5) بين ان المنحنى (C) يقطع المستقيم (d) ذا المعادلة $y = \frac{1}{2}$ في نقطتين فاصلتهما α و β حيث :
 $0.4 < \alpha < 0.5$ و $5.3 < \beta < 5.4$
- (6) ارسم كلا من (T) و (C).
- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $g(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x^2}{2x}$
 وليكن (γ) منحناها البياني في المعلم السابق.
- (1) بين ان الدالة g فردية.
- (2) بين ان $g(x) = f(x)$ على مجال يطلب تحديده.
- (3) دون دراسة الدالة g شكل جدول تغيراتها.
- (4) اعتمادا على المنحنى (C) ، اشرح كيفية رسم المنحنى (γ) ، ثم ارسمه.

تمرين رقم 12:



f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = x \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(I) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) - \frac{2}{x^2 + 1}$

- (1) بين انه، من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $g'(x) = \frac{2(x^2 - 1)}{x(x^2 + 1)^2}$
- (2) ادرس إشارة $g'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة g
- (3) برهن ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.5 < \alpha < 0.6$
- (4) حدد إشارة $g(x)$

(II) (1) (I) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$

(2) (I) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x)$ ، يمكن وضع $t = \frac{1}{x^2}$

(ب) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) (I) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = x \ln(x^2 + 1) - 2x \ln x$

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(ج) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0

(4) انشئ جدول تغيرات الدالة f ، ثم ارسم (C) . نأخذ $f(\alpha) \approx 0.8$

تمرين رقم 13:



(I) g هي الدالة المعرفة على $]-1; 3]$ كمايلي : $g(x) = 2\ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

- (1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها
 - (2) بين ان المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α يحقق $-0.8 < \alpha < -0.7$
 - (3) عين ، حسب قيم x اشارة $g(x)$
 - (4) h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1; 3]$ ب : $h(x) = [g(x)]^2$
 - (ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$
 - (ب) عين اشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h .
- (II) f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1; 3]$ كمايلي :

$$u(x) = \begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)} & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- (1) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.
 - (2) (ا) بين انه من اجل كل x من $]-1; 0[\cup]0; 3]$ ، $f'(x) = \frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f
 - (ب) بين ان: $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$
 - (ج) احسب $f(3)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - (3) (ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]-1; 3]$ فان : $x - \ln(x+1) \geq 0$
 - (ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المماس (T)
 - (4) عين معادلة للمستقيم (T') الموازي لـ (T) و الذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.
 - (5) ارسم (T) ، (T') و (C_f)
 - (6) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

تمرين رقم 14:



(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x) = \ln(1 + e^{-x}) - \frac{1}{1 + e^x}$

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$
 - (2) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
 - (3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$
- (II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $f(x) = e^x \ln(2 + e^{-x})$

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يمكن وضع $t = \frac{1}{e^x}$)
- (2) بين انه، من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -xe^x + e^x \ln(1 + e^x)$ - استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (3) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- استنتج مجموعة صور $\mathbb{R}$ بواسطة الدالة f
- (4) بين ان المعادلة : $f(x) = \frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α .
- (5) ارسم (C_f) منحنى الدالة f في مستو مزدوج بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- (6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $e^x \ln(1 + e^{-x}) - m = 0$

تمرين رقم 15:



لتكن f الدالة العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln x}{1 - \ln x} & x \in]0; e[\cup]e; +\infty[\\ f(0) = -1 \end{cases}$$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) (ا) بين ان $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$ (يمكن وضع $t = \ln x$) ثم ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين.
(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
- (2) بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
- (3) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x ، $x \in]0; e[\cup]e; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{1}{x(1 - \ln x)^2}$
(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- (4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.
- (5) بين انه من اجل $x \in]0; e[\cup]e; +\infty[$ ، $f''(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2(1 - \ln x)^3}$ ثم استنتج ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
- (6) احسب $f(4)$ ارسم (T) و (C_f)
- (7) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-e; e\}$ ب: $g(x) = f(|x|)$
(ا) بين ان الدالة g زوجية.
(ب) اشرح كيفية الحصول على (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_g)

تمرين رقم 16:



f دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x} & x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (الوحدة 1cm)

(1) ادرس استمرارية الدالة f عند العدد 0

(2) (أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب: $g(x) = \ln(1+x) - \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right)$

(ب) احسب $g(0)$ ثم استنتج انه من اجل كل x من المجال $[0; +\infty[$: $\ln(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$

(ج) بطريقة مماثلة بين انه اذا كان $x \geq 0$ فان : $\ln(1+x) \geq x - \frac{x^2}{2}$

(د) تحقق انه اذا كان $x > 0$ فان : $-\frac{1}{2} \leq \frac{\ln(1+x) - x}{x^2} \leq -\frac{1}{2} + \frac{x}{3}$

(هـ) استنتج ان f قابلة للاشتقاق عند العدد 0 و ان : $f'(x) = -\frac{1}{2}$

(3) لتكن h الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب: $h(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(1+x)$

(أ) ادرس اتجاه تغير الدالة h و استنتج اشارتها على المجال $[0; +\infty[$

(ب) بين انه من اجل كل x من المجال $[0; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$ ، واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

(ج) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها. (نقبل ان : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

(4) ارسم المنحنى (C) .

تمرين رقم 17:



لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{1 + \log_{\frac{1}{2}}(x)}{x}$.
وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة 1cm)

1. (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا. (نقبل ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. عين نقاط تقاطع المنحنى (C) مع محور الفواصل.

4. ارسم (C) .

القسم III

مواضيع بكالوريات جزائرية

1

شعبة علوم تجريبية

Ce n'est pas que je suis si intelligent, c'est que je reste plus longtemps avec les problèmes.

Albert Einstein

تمرين رقم 18:

© | ✉ علوم تجريبية - 2020 - الموضوع الأول (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$.
(C_f) التمثيل البياني لـ f في مستو منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (تؤخذ وحدة الطول $2cm$)

1. (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
(ب) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$
(ج) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

2. الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 - 1 + 2 \ln x$
(أ) بين ان g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$

(ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0; +\infty[$

3. (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$
(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين ان التمثيل البياني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، ويطلب تعيين معادلة له.

5. انشئ (T) ، (Δ) و (C_f)

6. الدالة العددية h معرفة على $] -\infty; 0[\cap] 0; +\infty[$ بـ : $h(x) = -|x| + 1 + \frac{\ln|x|}{x^2}$

(أ) بين ان h دالة زوجية

(ب) اشرح كيف يتم انشاء المنحنى (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من (C_f) . (لا يطلب انشاء (C_h))

تمرين رقم 19:

© | علوم تجريبية - 2019 - الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1}{x-2} + \ln x$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ثم فسر النتائج بيانيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2 (أ) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$ وشكل جدول تغيراتها.

3 (أ) نسي (Γ) المنحنى البياني للدالة اللوغاريتمية النيبيرية "ln" في المعلم السابق.

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المنحنى (Γ)

4 (أ) ارسم بعناية المنحنى (Γ) ثم المنحنى (C_f)

5 (أ) الدالة المعرفة على المجال $]3; +\infty[$ بـ : $H(x) = \int_3^x \ln(t) dt$ حيث t متغير حقيقي موجب تماما.

(أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين عبارة $H(x)$ بدلالة x

(ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين ذوي المعادلتين :
 $x=4$ و $x=3$

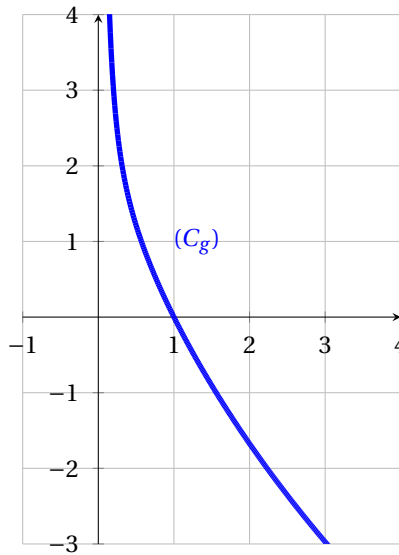
6 (أ) الدالة المعرفة على $] -\infty; -1[\cup]-1; 0[$ بـ : $g(x) = f(-2x)$

دون حساب عبارة $g(x)$ حدد اتجاه تغير الدالة g على مجموعة تعريفها.

تمرين رقم 20:

🔥 علوم تجريبية - 2018 - الموضوع الثاني (07 نقاط)

1 (أ) الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - \ln x - 1$ و (C_g) المنحنى البياني الممثل لها كما هو مبين في الشكل المقابل :



- احسب $g(1)$ ثم استنتج بيانيا إشارة $g(x)$.

(II) الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 + x \ln x}$ تمثيلها البياني في مستو منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وبين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) (ا) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(1 + x \ln x)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

(3) بين ان $y = \left(\frac{e^2}{e-1}x - \frac{e}{e-1} \right)$ هي معادلة $\perp$ مماس المنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f)

(4) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $(e-1)f(x) = e^2x - me$ حلين متمايزين

(III) n عدد طبيعي حيث $n > 1$ ، مساحة الحيز من المستوي المحدد بحامل محور الفواصل والمنحنى (C_f) والمستقيمين اللذين معالتهما $x = n$ و $x = 1$

(ا) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n > 1$: $I_n = \ln(1 + n \ln n)$

(ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (I_n)

تمرين رقم 21:

✪ علوم تجريبية - 2017 - الدورة الاستثنائية، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$ كمايلي: $f(x) = \frac{1 + 2 \ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) (ا) بين ان: من اجل كل x من $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$ ، $f'(x) = \frac{-8 \ln(2x+1)}{(2x+1)^3}$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) حل في المجال $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ المعادلة $f(x) = 0$ ، ثم استنتج إشارة $f(x)$.

(4) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين احداثيها، ثم انشئ (C_f) .

(II) لتكن الدالة g المعرفة على $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ كمايلي: $g(x) = 2[-x + \ln(2x+1)]$

(1) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب) بين ان للمعادلة $g(x) = 0$ حلين احدهما معدوم و الاخر α حيث: $1.2 < \alpha < 1.3$

ج) استنتج إشارة $g(x)$.

(2) نضع من اجل كل عدد طبيعي n اكبر تماما من 1 : $I_n = \int_n^{n+1} f(x) dx$

- اثبت ان : من اجل كل $x \geq \frac{3}{2}$ ، $0 < f(x) < \frac{1}{2x+1}$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} I_n$

تمرين رقم 22:

🏠 علوم تجريبية - 2017 - الموضوع الأول (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على D حيث $D =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ ، (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين ان الدالة f فردية ثم فسر ذلك بيانيا.

(2) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، استنتج ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الترتيب.

(3) ا) بين انه من اجل كل x من D ، $f'(x) = \frac{2}{3} \left(\frac{x^2+2}{x^2-1} \right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8 < \alpha < 1.9$.

(5) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = \frac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

(6) انشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(2-3|m|)x + 3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$

تمرين رقم 23:

🏠 علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بـ: $g(x) = -1 + (x+1)e + 2\ln(x+1)$ (حيث العدد e هو اساس اللوغاريتم النيبيري).

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين ان للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α حيث: $-0.34 < \alpha < -0.33$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{e}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) (أ) بين ان $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ و احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x+1)^3}$. (f' هي مشتقة الدالة f).

(ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(د) ارسم المنحنى (C_f) (نقبل ان: $f(\alpha) \approx 3.16$)

(2) (أ) بين ان الدالة: $x \mapsto \frac{-1}{x+1} [1 + \ln(x+1)]$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

(ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي $x=0$ و $x=1$

(3) نعتبر الدالة العددية k المعرفة على $]-1; 1[$ بـ: $k(x) = f(-|x|)$ و (C_k) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(أ) بين ان الدالة k زوجية.

(ب) بين كيف يمكن استنتاج المنحنى (C_k) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه (دون دراسة تغيرات الدالة k).

(ج) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $k(x) = m$

تمرين رقم 24:

© | علوم تجريبية - 2016 - الموضوع الاول (06.5 نقطة)

(I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) احسب $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ثم بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $g(x) > 0$.

(II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x} + x - 1$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(2) (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ،

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) اكتب معادلة للماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها 1.

(4) (أ) بين ان (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث: $y = x - 1$ معادلة له.

(ب) ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (Δ)

(5) ارسم المستقيمين (T) و (Δ) ثم المنحنى (C)

(6) (أ) m عدد حقيقي. (Δ_m) المستقيم حيث: $y = mx - m$ معادلة له.

(ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و حلول المعادلة: $f(x) = mx - m$

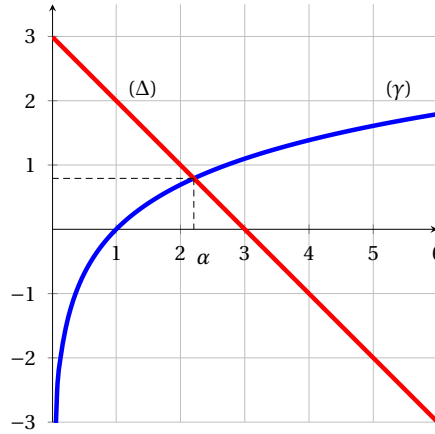
(7) (أ) جد دالة اصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$

- ب) احسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معالتهما:
 $x = n$ و $x = 1$ حيث n عدد طبيعي ($n > 1$).
- ج) عين اصغر عدد طبيعي n_0 بحيث اذا كان $n > n_0$ فان: $I_n > 2$

تمرين رقم 25:

✈ علوم تجريبية - 2015 - دورة جوان، الموضوع الاول (06.5 نقطة)

المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.



I (gamma) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = -x + 3$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ)

1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة الى (Δ) على $]0; +\infty[$

2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - 3 + \ln x$

استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

3) تحقق ان: $2.2 < \alpha < 2.3$

II) f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (1 - \frac{1}{x})(\ln x - 2)$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

2) اثبت انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين انه: $f(\alpha) = \frac{-(\alpha - 1)^2}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

4) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى حامل محور الفواصل، ثم انشئ (C_f) على المجال $]0; e^2]$

III) F الدالة الاصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ و التي تحقق: $F(1) = -3$

1) بين أن منحنى الدالة F يقبل مماسين موازيين لحامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين فاصلتهما.

2) بين ان $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $]0; +\infty[$ ، ثم استنتج عبارة الدالة F

تمرين رقم 26:

علوم تجريبية - 2014 - دورة جوان، الموضوع الاول (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، فسر النتيجةين هندسيا.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (ا) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = 1$

(ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

(ج) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]0; 1[$ حلا وحيدا α ، حيث $e^{-0.4} < \alpha < e^{-0.3}$

(3) انشئ (T) و (C_f)

(4) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كمايلي: $h(x) = 1 + \frac{2\ln|x|}{|x|}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق

(ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h(x) - h(-x) = 0$ ماذا تستنتج؟

(ب) انشئ المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f) .

(ج) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2 = (m-1)|x|$

تمرين رقم 27:

علوم تجريبية - 2013 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) (ا) الدالة المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ ب: $g(x) = x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج انه من اجل كل x من المجال $] -1; +\infty[$ ، $g(x) > 0$

(II) (ا) الدالة المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ ب: $f(x) = x - \frac{1 - 2\ln(x+1)}{x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (ا) بين انه من اجل كل x من $] -1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، حيث f' هي مشتقة الدالة f .

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $] -1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $] -1; +\infty[$ ، ثم تحقق ان $0 < \alpha < 0.5$

(3) (ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ)

(4) نقبل ان المستقيم (T) ذا المعادلة: $y = x + \frac{2}{\sqrt{e^3}}$ ، مماس للمنحنى (C_f) في نقطة فاصلتها x_0

(ا) احسب x_0

- (ب) ارسم المستقيمين المقاربين و المماس (T) ثم المنحنى (C_f).
 (ج) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m ، بحيث تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين متميزين.

تمرين رقم 28:

✍ علوم تجريبية - 2012 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $] -\infty; 0[$ كمايلي: $f(x) = x + 5 + 6 \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$)

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $] -\infty; 0[$ ، $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x(x-1)}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

(3) (ا) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $y = x + 5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

(ب) ادرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-3.4 < \alpha < -3.5$ و $-1.1 < \beta < -1$

(5) انشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

(6) (ا) نعتبر النقطتين $A\left(-1; 3 + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$ و $B\left(-2; \frac{5}{2} + 6 \ln\left(\frac{3}{4}\right)\right)$

(ب) بين ان $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6 \ln\frac{3}{4}$ معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

(ج) بين ان المستقيم (AB) يمس المنحنى (C_f) في نقطة M_0 يطلب تعيين احداثيتها.

(7) لتكن g الدالة المعرفة على $] -\infty; 0[$ كمايلي: $g(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 6x \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + 6 \ln(1-x)$
 بين ان g دالة اصلية للدالة f على المجال $] -\infty; 0[$.

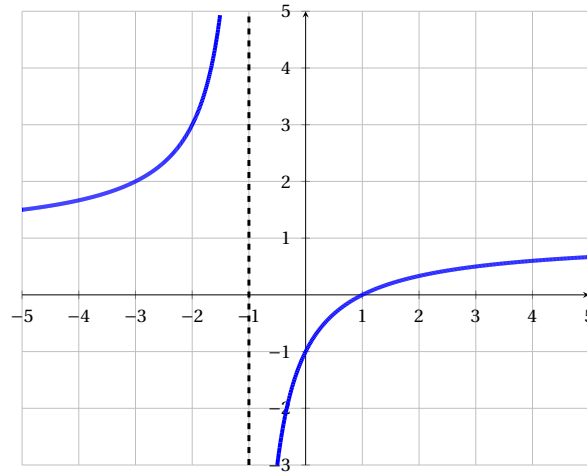
تمرين رقم 29:

✍ علوم تجريبية - 2011 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

(1) (ا) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ ب: $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس

(الشكل المقابل)، بقراءة بيانية: ($O; \vec{i}; \vec{j}$)



(أ) شكل جدول تغيرات الدالة g

(ب) حل بيانيا المتراجحة $g(x) > 0$

(ج) عين بيانيا قيم x التي يكون من اجلها $0 < g(x) < 1$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$

(ب) احسب $f'(x)$ و ادرس اشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) (أ) باستعمال الجزء (أ) السؤال جـ، عين اشارة العبارة $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ على المجال $]1; +\infty[$

(ب) α عدد حقيقي.

بين ان الدالة $x \mapsto (x-\alpha) \ln(x-\alpha) - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha; +\infty[$

(ج) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ ، $g(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$ ثم عين دالة اصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$.

تمرين رقم 30:

© | علوم تجريبية - 2010 - دورة جوان، الموضوع الأول (10 نقاط)

(I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ بـ: $f(x) = 1 + \ln(2x-1)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$

(2) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) عين فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y = x$

(4) (أ) اثبت انه من اجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = \ln(x+a) + b$ حيث: a ، b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.

(ب) استنتج انه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$ ثم ارسم (C) و (C_f)

(II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ: $g(x) = f(x) - x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ثم بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها

(3) (ا) احسب $g(1)$ ثم بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right]$ حلا وحيدا α .

تحقق ان $2 < \alpha < 3$

(ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left[\frac{1}{2}; 5\right]$ في المعلم السابق.

(4) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى (d)

(5) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; \alpha[$ فان: $f(x)$ ينتمي الى المجال $]1; \alpha[$

(III) نسعي (U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كماياتي: $u_n = f\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$

(ا) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من اجلها يكون: $u_n = 1 + 2\ln 3 - 3\ln 2$

(ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

تمرين رقم 31:

🏠 علوم تجريبية - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

الجزء الاول:

h دالة عددية معرفة على $] -1; +\infty[$ كمايلي: $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$.

(2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -1; +\infty[$: $h'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

واستنتج اتجاه تغير الدالة h ثم انجز جدول تغيراتها.

(3) احسب $h(0)$ و استنتج اشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني: لتكن f دالة معرفة على $] -1; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$

نسعي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة ببيان.

(ب) باستخدام النتيجة $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ ، برهن ان $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$

(ج) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(د) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

(هـ) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم المقارب المائل

(2) بين انه من اجل كل x من المجال $] -1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3.3 و 3.4

(4) ارسم (C_f)

(5) احسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلتهما:

$$x = 1 \text{ و } x = 0, y = x - 1$$

2

شعبة تقني رياضي

تمرين رقم 32:

🏠 | تقني رياضي - 2020 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = -1 + x + 2 \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0; +\infty[$

(II) الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{-2 + (x-2) \ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المنحنى (Γ)

(3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β ، ثم تحقق ان : $0.5 < \alpha < 0.6$ و

$$2.9 < \beta < 3$$

(4) ارسم (Γ) ثم (C_f) .

تمرين رقم 33:

🏠 | تقني رياضي - 2019 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) الدالة المعرفة و المتزايدة تماما على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = (x+1)(x+e) - e(x \ln x)$
احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(II) الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e \ln x}{x+1}$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) (I) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(ب) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) اكتب معادلة $\perp (T)$ مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

(3) (I) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α

(ب) تحقق ان : $0.7 < \alpha < 0.8$

(4) (I) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ على المجال $]0; +\infty[$

(I) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln(x+1))$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (T)

(ج) ارسم المماس (T) و (C_f)

(5) m وسيط حقيقي، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = \frac{1+e}{2}x - m$ حلين متميزين.

(6) نقبل انه من اجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln x < x+1$

(I) بين انه من اجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$

(ب) تحقق انه من اجل كل x من المجال $]1; +\infty[$ الدالة : $x \mapsto (x+1) \ln(x+1) - x$ هي دالة اصلية

للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$

(ج) S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما :

$$x = e^2 - 1 \quad x = e - 1$$

- باستخدام جواب السؤال 6-أ)، بين ان : $(e^2 - e) \ln 2 < S < e^3$

تمرين رقم 34:

🏠 | تقني رياضي - 2018 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; 1[$ بـ : $g(x) = 2 - x + \ln x$

(1) (I) ادرس اتجاه تغير الدالة على المجال $]0; 1[$

(ب) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.15 < \alpha < 0.16$

(2) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على المجال $]0; 1[$

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1-2x+\ln x}{x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{1-2x}{x-1} + \frac{\ln x}{x-1}$) ، ثم فسر النتيجةين بيانيا.

(2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{(x-1)^2}$ 

(ب) بين ان f متزايدة تماما على $\left]1; \frac{1}{\alpha}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

(3) ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي معادلة $y = -2$

(4) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) (يعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \approx -1.8$)

(5) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = m$ حلين متميزين .

تمرين رقم 35:

🔥 تقني رياضي - 2017 - الدورة الاستثنائية، دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2 - \ln x}{x^2}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.71 < \alpha < 1.72$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1 + \ln x}{x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

(3) نقبل ان $f(\alpha) \approx 0.87$ و $f(\beta) = 0$ و $f(\gamma) = 0$ حيث $0.76 < \beta < 0.78$ و $4.19 < \gamma < 4.22$

- انشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

(4) ليكن λ عدد حقيقي حيث $1 < \lambda \leq e$ ، نرمز بـ $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x = \lambda$ و $x = 1$

(ا) احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ

(ب) عين قيمة λ حيث $A(\lambda) = \frac{1}{2} \text{ cm}^2$

تمرين رقم 36:

🔥 تقني رياضي - 2017 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = -2x + 3 + 2\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ثم فسر النتيجةين بيانيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بين انه من اجل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) (أ) تحقق ان : من اجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ و $f(3-x) + f(x) = 0$

(ب) استنتج ان (C_f) يقبل مركز تناظر يطلب تعيين احداثيه.

(4) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.45; 0.46[$ ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين حصر له.

(5) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

(6) ارسم (Δ) و (C_f)

(7) بين ان الدالة : $h : x \mapsto (x-1) \ln(x-1) - (x-2) \ln(x-2)$ اصلية للدالة $\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2; +\infty[$.

ثم احسب بدلالة β مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمتان التي معادلاتها :

$$x = 3 \text{ و } x = \beta, y = -2x + 3$$

تمرين رقم 37:

📌 تقني رياضي - 2016 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln(x+1)$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $] -1; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) (أ) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.4 < \alpha < 0.5$

(ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $] -1; +\infty[$

(II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = 1 + (x-1) \ln(x+1)$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) (أ) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $] -1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

(ب) بين ان : $f(\alpha) = -\alpha + 4 - \frac{4}{\alpha+1}$ ثم اعط حصر لـ $f(\alpha)$. (تدور النتائج الى 10^{-2})

(3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $] -1; +\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب

الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a .

نضع من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -1; +\infty[$:

$$h(x) = f(x) - [f'(a)(x-a) + f(a)]$$

(أ) تحقق انه من اجل كل x من $] -1; +\infty[$:

(ب) باستعمال اتجاه تغير الدالة g ، عين اشارة $h'(x)$ حسب قيم x و استنتج اتجاه تغير h على $] -1; +\infty[$

(ج) حدد الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (T_a)

(4) (أ) بين انه يوجد مماسان (T_a) يشملان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما

(ب) ارسم المماسين و المنحنى (C)

$$(5) \text{ نعتبر الدالة } H \text{ المعرفة على المجال }]-1; +\infty[\text{ بـ: } H(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 2x - 3) \ln(x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$$

(ا) بين ان الدالة H دالة اصلية للدالة $x \mapsto (x-1)\ln(x+1)$ على المجال $] -1; +\infty[$

(ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها: $x=1$ ، $x=2$ و $y=0$

تمرين رقم 38:

© | 📝 تقني رياضي - 2016 - دورة جوان، الموضوع الثاني (06.5 نقطة)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - x \ln x$

$$(1) \text{ ا) احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

(2) بين ان المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3.5 < \alpha < 3.6$

(3) استنتج اشارة العبارة $g(x) + 1$ على المجال $]0; +\infty[$

$$(II) \text{ نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ بـ: } f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$

(1) بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتهم $x=0$ و $y=0$

$$(2) \text{ ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي } x \text{ من المجال }]0; +\infty[\text{ بـ: } f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$$

(ب) بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0; \alpha[$ ومتناقصة $[\alpha; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

$$(د) احسب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، فسر النتيجة هندسيا$$

$$(3) \text{ بين ان: } f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$$

(ا) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2})

(ب) ارسم (C_f)

(4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي:

$$x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2) \dots (E)$$

$$(ا) \text{ تحقق ان المعادلة } (E) \text{ يؤول حلها الى حل المعادلة: } f(x) = \frac{1}{2}x - m$$

(ب) عين بيانيا قيم m التي من اجلها تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين

$$(5) \text{ هي الدالة المعرفة على } \mathbb{R}^* \text{ كمايلي: } h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1} \text{ و } (C_h) \text{ منحناها البياني في المستوي}$$

(ا) بين ان الدالة h زوجية

(ب) ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

تمرين رقم 39:

🏠 تقني رياضي - 2015 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07.5 نقطة)

(I) الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بمايلي : $h(x) = (x+2)^2 + 2 - 2\ln(x+2)$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -2} h(x)$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) استنتج انه من اجل كل x من $]-2; +\infty[$ ، $h(x) > 0$

(II) الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ بمايلي : $f(x) = x + 1 + \frac{2}{x+2} \ln(x+2)$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 1cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(2) (ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]-2; +\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+2)^2}$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-2; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

(4) (ا) اثبت ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثيها

(ب) ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f)

(ج) احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمتين التي معادلاتها :

$$x = 1 \text{ و } x = -1, y = 0$$

(III) الدالة المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ ب : $g(x) = |x+1| + \frac{2}{x+2} |\ln(x+2)|$

(ا) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$ و $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x+1}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة الى g ؟

(ب) اعط تفسيراً لهذه النتيجة.

(ج) انطلاقاً من المنحنى (C_f) ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في نفس المعلم السابق.

تمرين رقم 40:

🏠 تقني رياضي - 2014 - دورة جوان، الموضوع الأول (06 نقاط)

المتسوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

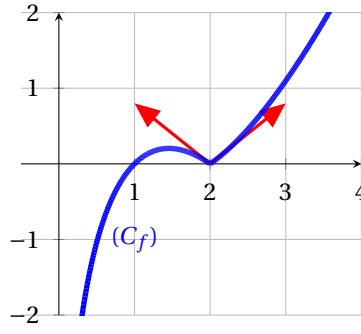
(I) الدالة المعرفة على المجال $]0; 3[$ ب : $g(x) = x \ln x + x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g

(2) (ا) بين ان المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلاً وحيداً α في $]0; 3[$ ثم تحقق ان $1.45 < \alpha < 1.46$

(ب) استنتج إشارة $g(x) - 2$

(II) التمثيل البياني المقابل (C_f) هو الدالة f المعرفة على المجال $]0; 3[$ ب : $f(x) = |x-2| \ln x$



(أ) باستعمال (C_f) ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

(ب) اثبت ان صحة تخمينك

(ج) ادرس تغيرات الدالة f

(III) الدالة المعرفة على $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ كمايلي : $h(x) = (2 - \cos x) \ln(\cos x)$

(أ) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = \frac{\pi}{2}$ مقارب للمنحنى (C_h) ; حيث (C_h) هو التمثيل البياني للدالة h

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم (Δ) و (C_h)

تمرين رقم 41:

📌 تقني رياضي - 2013 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) الدالة g معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة: $g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1; +\infty[$

(2) بين المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.31 < \alpha < 0.32$ وان : $\ln(\alpha+1) = 2 - (\alpha+1)^2$

(3) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$

(II) الدالة f معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة : $f(x) = (x+1)^2 + (2 - \ln(x+1))^2$

(C_f) منحنى f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) اثبت انه، من اجل كل x من $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين ان : $f(\alpha) = (\alpha+1)^2(1 + (\alpha+1)^2)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

(5) مثل المنحنى (C_f) على المجال $]-1; 2]$

(III) (Γ) المنحنى الممثل للدالة h المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة : $h(x) = \ln(x+1)$

A النقطة ذات الاحداثيتين $(-1; 2)$ و M نقطة من (Γ) فاصلتها x

(1) اثبت ان المسافة AM تعطى بالعلاقة $AM = \sqrt{f(x)}$

(2) الدالة k معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة : $k(x) = \sqrt{f(x)}$

(أ) بين ان للدالتين k و f نفس اتجاه التغير على المجال $]-1; +\infty[$



(ب) عين احداثتي النقطة B من (Γ) ، بحيث تكون المسافة AM اصغر ما يمكن
(ج) بين ان : $AB = (\alpha + 1)\sqrt{(\alpha + 1)^2 + 1}$

تمرين رقم 42:

📌 تقني رياضي - 2012 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) g هي الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 + a + b \ln(x)$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

(II) (1) عين a و b علما ان التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1; -1)$ مماسا معامل توجيهه 4

(2) نضع $a = -2$ و $b = 2$

(ا) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(ب) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $]0; +\infty[$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

(III) f هي الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 2 - \frac{2 \ln(x)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

(1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(ب) احسب $f'(x)$ ، ثم تحقق ان : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ج) استنتج اشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(2) (ا) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x - 2$ مقارب لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

(ب) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، ثم جد معادلة له.

(ج) ناخذ $\alpha = 1.25$. بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث : $0.6 < x_1 < 0.7$ و $2.7 < x_2 < 2.8$ ، ثم

ارسم كلا من (Δ) ، (T) و (C_f)

(3) نقاش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $(m+2)x + 2 \ln(x) = 0$

تمرين رقم 43:

📌 تقني رياضي - 2011 - دورة جوان، الموضوع الأول (06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{a + b \ln 2x}{4x^2}$ حيث a و b عدنان حقيقيان و (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. عين a و b بحيث المماس في النقطة $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ للمنحنى (C_f) موازيا لحامل محور الفواصل.

2. g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \frac{1 + 2 \ln 2x}{4x^2}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم السابق.

(I) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ ، فسر النتيجةين هندسيا.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(ج) حل في $]0; +\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$

(د) انشئ (C_g)

3. (أ) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $h(x) = \frac{1 + \ln(2x)}{2x}$. احسب $h'(x)$
- (ب) تحقق ان : $g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

تمرين رقم 44:

📖 تقني رياضي - 2009 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

1. g دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = 2x + \ln x$
- (أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x الى $+\infty$
- (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g
- (ج) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; +\infty[$ فان $g(x) \neq 0$
2. لتكن f دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{6 \ln x}{2x + \ln x}$
- (أ) بين انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{6 \frac{\ln x}{x}}{2 + \frac{\ln x}{x}}$ من اجل $x \in [1; +\infty[$
- (ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟
- (ج) ادرس اتجاه تغير الدالة f
- (د) شكل جدول تغيرات f ، ماهي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين متمايزين؟
- (هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث (C_f) برمز الى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
3. نعتبر الدالة h المعرفة على $[1; +\infty[$ بالعبارة : $h(x) = f(e^x)$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
- (أ) شكل جدول تغيرات الدالة h
- (ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى (C_h) عند النقطة التي فاصلتها 1
- (ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (C_f) و (C_h) في نفس المعلم السابق

3

شعبة رياضيات

تمرين رقم 45:

رياضيات - 2020 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) الدالتان العدديتان g و h معرفتان على المجال $]-\infty; 0]$ كما يلي: $g(x) = -2e^x$ و $h(x) = x(e^x + 1)$.

حدد إشارة كل من $h(x)$ و $g(x)$ على المجال $]-\infty; 0]$

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]-\infty; 0]$ بـ: $f(x) = (x-3)e^x + \frac{1}{2}x^2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين انه من اجل كل x من المجال $]-\infty; 0]$: $f'(x) = h(x) + g(x)$

استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 0]$

(با) احسب $f(0)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(ج) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty; 0]$ ثم تحقق ان : $-1.5 < \alpha < -1.4$

(د) (P) هو التمثيل البياني للدالة : $x \mapsto \frac{1}{2}x^2$ على المجال $]-\infty; 0]$

(ا) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (P) و (C_f)

(ج) انشئ (P) ثم المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty; 0]$

(هـ) ليكن m وسيكا حقيقيا، ناقش و حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $|f(x)| = e^m$ في $]-\infty; 0]$

تمرين رقم 46:

رياضيات - 2019 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

 f الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = x - x^2 \ln x, x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

 (C_f) منحناها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة $3cm$

1. برهن ان :

• اذا كان $x > 1$ فان $1 - x - 2x \ln x < 0$ • اذا كان $0 < x < 1$ فان $1 - x - 2x \ln x > 0$ 2. (ا) اثبت ان الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند مبدأ المعلم.(ب) ادرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f) 3. (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f 4. (ا) اكتب معادلة (T) مماس المنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ) (ب) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $[1; +\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق ان : $1.76 < \alpha < 1.77$ (ج) اكتب معادلة للمستقيم (d) الذي يوازي (Δ) ويشمل النقطة ذات الاحداثيين $(\alpha; 0)$.- ارسم كلا من (T) ، (Δ) و (d) ثم المنحنى (C_f) على المجال $[0; \alpha]$ 5. m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $x^2 \ln x + m = 0$ في المجال $[0; \alpha]$ 6. λ عدد حقيقي حيث : $0 < \lambda < 1$ ، نعتبر : $A(\lambda) = \int_{\lambda}^1 -x^2 \ln x dx$ (ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ (ب) احسب $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

تمرين رقم 47:

رياضيات - 2018 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

 f الدالة العددية المعرفة على $[0; 1[\cup]1; +\infty[$ بـ :

$$\begin{cases} f(x) = x + 1 - \frac{1}{\ln x}; x \in \mathbb{R}_+^* - \{1\} \\ f(0) = 1 \end{cases}$$

(يرمز بـ $\ln$ الى اللوغاريتم النيبيري). (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.(1) (ا) بين ان f مستمرة عند 0 بقيم اكبر.

(ب) احسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \leq 1} f(x)$ و $\lim_{x \geq 1} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

(4) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ω فاصلتها α حيث $1.49 < \alpha < 1.5$
ثم بين ان معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ω تكتب على الشكل $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha}\right)(x - \alpha)$

(5) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(6) h الدالة العددية المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $[1; +\infty[$ ب: $h(x) = 1 - x + x \ln x$

(ا) بين ان الدالة h متزايدة تماما على المجال $[1; +\infty[$ واستنتج اشارة $h(x)$ على المجال $[1; +\infty[$

(ب) بين انه من اجل كل $x > 1$: $f(x) - x + \frac{1}{x \ln x} = \frac{h(x)}{x \ln x}$

(ج) واستنتج انه من اجل $x > 1$: $x - \frac{1}{x \ln x} < f(x) < x + 1$

(7) A مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما :

$x = e$ و $x = \alpha$. (e هو اساس اللوغاريتم النيبيري)

- بين ان $\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha + 1) < A < \frac{1}{e}(e - \alpha)(e + \alpha + 2)$

تمرين رقم 48:

رياضيات - 2017 - دورة جوان، الدورة الاستثنائية، الموضوع الاول (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x + 2 - \ln x$

ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $f(x) = \frac{1}{2} \left(-x + e - \frac{\ln(x^2)}{x} \right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

(1) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $f'(x) = \frac{-g(x^2)}{2x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

(2) (ا) احسب من اجل كل عدد حقيقي x غير معدوم $f(-x) + f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + \frac{e}{2}$ مقارب لـ (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

(4) (ا) اثبت انه يوجد مماسان للمنحنى (C_f) معامل توجيه كل منهما يساوي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم جد معادلة لكل منهما.

(ب) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث :

$$-0.5 < \beta < -0.4 \text{ و } 2 < \alpha < 2.1$$

(5) ارسم المماسين و المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f)

(6) باستعمال المنحنى (C_f) ، عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $x(e - 2m) = \ln(x^2)$ حلا وحيدا.

(7) نرمز بـ $A(\alpha)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x = \alpha$ ، $x = 1$ و

$$x + 2y = e$$

$$A(\alpha) = \frac{1}{2}(\ln \alpha)^2 \text{ cm}^2 \text{ : تحقق ان}$$

تمرين رقم 49:

رياضيات - 2017 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \frac{1}{x} - \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1.76; 1.77[$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{x-\ln x}; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) اثبت ان الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين،

ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا.

(2) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$ ،

(3) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر ذلك بيانيا ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) لتكن الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x - \ln x$

(I) بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $h(x) > 0$ ، و استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم

$y = 1$ (Δ)

(ب) ارسم (C_f) . (نأخذ $f(a) \approx 2.31$)

(5) لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $F(x) = \int_1^x f(t) dt$

- بين ان : من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x} + 1 \leq f(x) \leq f(x)$ ،

- اعط تفسيراً هندسياً للعدد $F(e)$ ثم استنتج حصراً له.

تمرين رقم 50:

رياضيات - 2016 - دورة جوان، الموضوع الأول (06.5 نقطة)

(I) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + x^2 + 2 \ln x$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

(2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]0.52; 0.53[$ حلا وحيدا α

(3) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = -x + \frac{3+2 \ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$(2) \text{ (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي } x \text{ من المجال }]0; +\infty[: f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$$

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

$$(ج) \text{ تحقق ان : } f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right) \text{ ثم عين حصره له.}$$

$$(3) \text{ (ا) احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x] \text{ ثم فسر النتيجة هندسيا.}$$

(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى مستقيمه المقارب المائل (Δ)

(ج) بين ان (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

$$(4) \text{ نقبل ان } (C_f) \text{ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما } x_0 \text{ و } x_1 \text{ حيث :}$$

$$0.22 < x_0 < 0.23 \text{ و } 2.11 < x_1 < 2.13$$

انشئ (T) ، (Δ) و (C_f) .

$$(5) \text{ } m \text{ وسيط حقيقي. ناقش بيانها وحسب قيم } m \text{ ، عدد حلول المعادلة : } 3 + 2\ln x - mx = 0$$

$$(III) \text{ من اجل كل عدد طبيعي } n \text{ نضع : } u_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} [f(x) + x] dx$$

$$(ا) \text{ بين انه من اجل كل عدد طبيعي } n : u_n > 0$$

(ب) اعط تفسيرا هندسيا للعدد u_0

(ج) احسب u_n بدلالة n .

$$(د) \text{ نضع : } S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \text{ احسب } S_n \text{ بدلالة } n$$

تمرين رقم 51:

رياضيات - 2015 - دورة جوان، الموضوع الأول (07 نقاط)

f الدالة المعرفة بـ : $f(0) = 1$ ، و من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = 1 - x^2 \ln x$ ، (C_f) منحنى الدالة f الممثل في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$$(1) \text{ (ا) ادرس استمرارية الدالة } f \text{ عند } 0 \text{ من اليمين}$$

$$(ب) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 1}{x} \text{ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.}$$

$$(2) \text{ (ا) احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

$$(3) \text{ (ا) بين ان المعادلة } f(x) = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ في المجال }]0; +\infty[$$

$$(ب) \text{ تحقق ان } 1.531 < \alpha < 1.532$$

$$(4) \text{ نعتبر الدالة } g \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ : } g(x) = f(|x|)$$

(C_g) المنحنى الممثل للدالة g في نفس المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(ا) ادرس شفعية الدالة g

(ب) انشئ المنحنى (C_g) على المجال $[-2; 2]$

$$(5) \text{ باستعمال الماكاملة بالتجزئة، عين الدالة الاصلية للدالة } x \mapsto x^2 \ln x \text{ المعرفة على المجال }]0; +\infty[\text{ و التي تنعدم من اجل القيمة } 1$$

(6) t عدد حقيقي ينتمي الى المجال $]0; \alpha]$. نضع $F(t) = \int_1^\alpha f(x) dx$

(ا) اكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α

(ب) بين انه من اجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0; \alpha]$ ، $F(t) = \frac{-3tf(t) - t^3 - 6t + \alpha^3 + 6\alpha}{9}$

(ج) احسب $\lim_{t \rightarrow 0} F(t)$

(7) m عدد حقيقي ينتمي الى المجال $]0; \alpha]$.

$\delta(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O و نصف القطر m .

نفرض ان مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهم على الترتيب : $x = -\alpha$ و $x = \alpha$ ، هي : $A = \frac{2}{9}(\alpha^3 + 6\alpha)ua$ حيث : ua (وحدة المساحات)

(ا) عين القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $\delta(m) = 2A$

(ب) علما ان $3.140 < \pi < 3.142$ اعط حصرا للعدد m

تمرين رقم 52:

رياضيات - 2014 - دورة جوان، الموضوع الثاني (05.5 نقطة)

(1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = (1 + 2\ln x)(-1 + \ln x)$
 (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(ا) ادرس تغيرات الدالة f

(ب) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e (حيث e اساس اللوغاريتم النيبيري)

(ج) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) على المجال $]0; e^2]$

(2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 - \ln x$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(ا) ادرس تغيرات الدالة g

(ب) عين الوضع النسبي للمنحنين (C_f) و (C_g) ثم ارسم (C_g) على المجال $]0; e^2]$

(3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x$

(ا) احسب $h'(x)$ و استنتج دالة اصلية للدالة : $x \mapsto (\ln x)^2$ على $]0; +\infty[$

(ب) احسب العدد : $\int_{\frac{1}{e}}^e [f(x) - g(x)] dx$

تمرين رقم 53:

رياضيات - 2012 - دورة جوان، الموضوع الثاني (08 نقاط)

(ا) g هي الدالة المعرفة على المجال $] -1; 3]$ كمايلي : $g(x) = 2\ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) بين ان المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلين احدهما معدوم و الاخر α يحقق : $-0.8 < \alpha < -0.7$

(3) عين، حسب قيم اشارة $g(x)$

(4) h هي الدالة المعرفة على المجال $] -1; 3]$ ب: $h(x) = [g(x)]^2$

(ا) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$

(ب) عين اشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

(5) f هي الدالة المعرفة على المجال $] -1; 3]$ كمايلي :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{\ln(x+1)}; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم والمتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f)

في النقطة ذات الفاصلة 0

(2) (ا) بين انه من اجل كل x من $] -1; 0[\cup] 0; 3]$ ، $f'(x) = \frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(ب) بين ان : $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha + 1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

(ج) احسب $f(3)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) (ا) بين انه من اجل كل x من المجال $] -1; 3]$ فان : $x - \ln(x+1) \geq 0$

(ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المماس (T)

(4) عين معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) و الذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

(5) ارسم (T) ، (T') و (C_f)

(6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x) = x + m$

تمرين رقم 54:

رياضيات - 2011 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(1) g الدالة العددية المعرفة على المجال $] 0; +\infty[$ ب: $g(x) = x^2 + \ln x^2 - 1$

(ا) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(ب) احسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ في المجال $] 0; +\infty[$

(2) f الدالة العددية المعرفة على المجال $] 0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \ln x$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(ا) بين ان f قابلة للاشتقاق على المجال $] 0; +\infty[$ و ان : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(ب) (δ) المنحنى الممثل للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $] 0; +\infty[$

- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (δ) ثم جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \ln x$ ، ماذا تستنتج؟

- ارسم (δ) و (C_f)

(3) (ا) x عدد حقيقي من المجال $] 1; +\infty[$ ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_1^x \frac{1}{t^2} \ln t dt$

- تحقق ان : $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $] 1; +\infty[$

- استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $] 1; +\infty[$

ب) α عدد حقيقي اكبر تماما من 1.

احسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_f) و (δ) والمستقيمين اللذين معادلتهم:

$$\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha) \text{ ، ثم احسب } x = \alpha \text{ و } x = 1$$

تمرين رقم 55:

🏠 رياضيات - 2010 - دورة جوان، الموضوع الثاني (07 نقاط)

g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x - 1 - 2 \ln x$ و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول هي $4cm$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(2) (ا) بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

ب) ادرس تغيرات الدالة g

ج) احسب $g(1)$

د) برهن ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفتين احدهما α حيث : $3.5 < \alpha < 3.6$

هـ) استنتج اشارة $g(x)$ ثم اشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$

(3) f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي :
$$\begin{cases} f(x) = -x^2 + x + x^2 \ln x; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

(ا) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

ج) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$ فان : $f'(x) = xg\left(\frac{1}{x}\right)$ ، و استنتج اتجاه تغير الدالة f .

د) شكل جدول تغيرات الدالة f ، بين ان : $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \frac{\alpha-1}{2\alpha^2}$ و استنتج حصرا للعدد $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$

(4) ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f على المجال $[0; 3]$

القسم IV

مواضيع بكالوريات أجنبية

education-onec-dz.blogspot.com

تمرين رقم 56:

بكالوريا تونس - 2018 -

في الجزء المرفق الشكل Γ يمثل منحنى الدالة u في مستو منسوب الى معلم م تعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $u(x) = x - 1 - 4 \ln x$

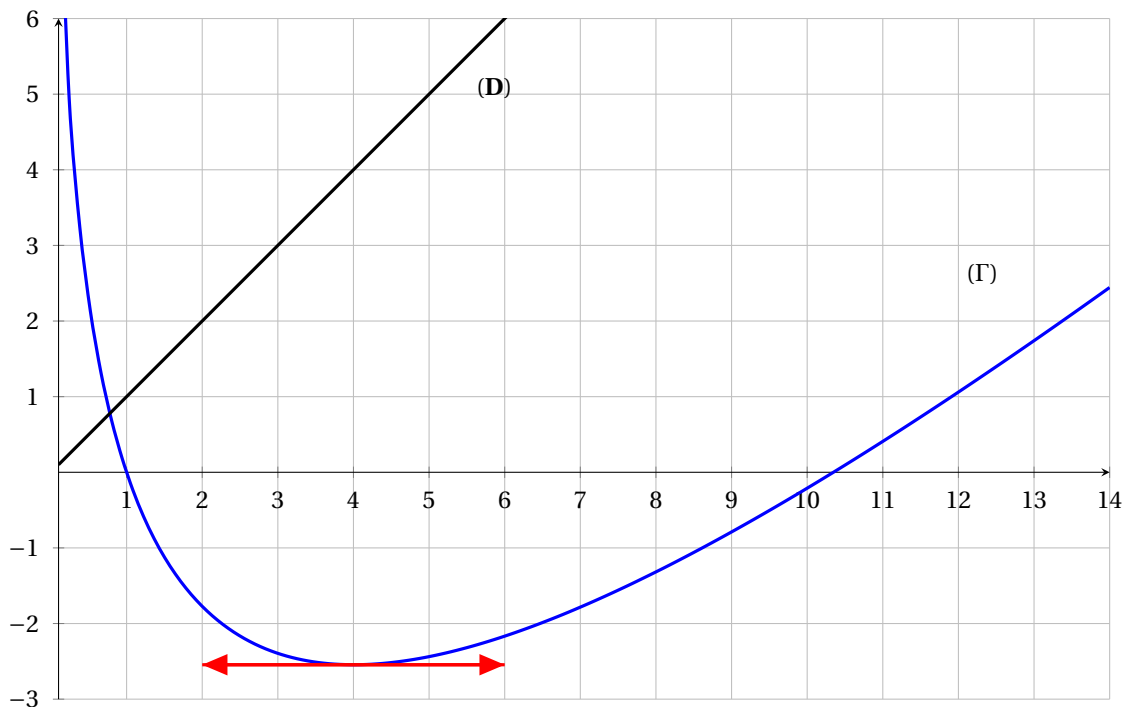
Γ يقبل مقاربين احدهما حامل محور الترتيب و الاخر مائل (D) ذو المعادلة $y = x$ بجوار $+\infty$
 (Γ) يقبل مماسا وحيدا يوازي حور الترتيب عند النقطة ذات الفاصلة 4
 (Γ) يقطع المحور $(O; \vec{i})$ في نقطتين فاصلتهما 1 و α على الترتيب.

1. بقراءة بيانية :

$$(1) \text{ احسب كلا من : } u(1), u(\alpha), u'(4), \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{u(x)}{x}, \lim_{x \rightarrow 0^+} u(x)$$

(ب) عين اشارة كلا من: $u(x)$ و $u'(x)$

2. نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{e^{x-1}}{x^4} - (x-1) + 4 \ln x$ وليكن (C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

3. تحقق انه من اجل كل $x \in]0; +\infty[$ فان : $f(x) = e^{u(x)} - u(x)$ 4. بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ تحقق انه من اجل كل $x \in]0; +\infty[$ فان : $f'(x) = u'(x) [e^{u(x)-1}]$ 5. بين انه يكون : $f'(x) > 0$ اذا وفقط اذا ، $x \in]1; 4[\cup]\alpha; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات f 6. تحقق انه من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فان : $e^x - 2x > 0$ 7. استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) ; (Γ) 8. ارسم المنحنى (C) في الجزء المرفق على المجال $]0; 15[$ 

تمرين رقم 57:

بكالوريا المغرب - 2015 -

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث: $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$ وليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ الوحدة $2cm$

(1) (ا) بين ان مجموعة تعريف الدالة f هي $]0; e[\cup]e; +\infty[$

(2) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow e} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا.

(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ يطلب تحديده

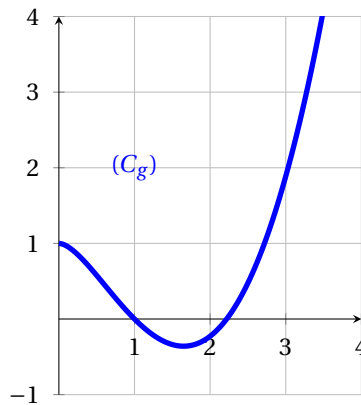
(ج) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة المحصل عليها بيانيا. (لاحظ: $x(1-\ln x) = x - x \ln x$)

(3) (ا) بين انه من اجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$

(ب) بين ان الدالة f متناقصة على المجال $]0; 1[$ ومتزايدة على كلا من المجالين $[1; e[$ و $]e; +\infty[$

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f

(II) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$ و (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (انظر الشكل)



(1) (ا) حدد بيانيا عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$

(ب) نعطي جدول القيم التالية:

x	2.1	2.2	2.3	2.4
$g(x)$	-0.14	-0.02	0.12	0.28

بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α بحيث $2.2 < \alpha < 2.3$

(2) (ا) تحقق من انه من اجل كل x من D_f : $f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

(ب) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في نقطتين فاصلتهما 1 و α

(ج) حدد اشارة $g(x)$ انطلاقا من المنحنى (C_g) على المجال $[1; \alpha]$

بين ان $f(x) - x \leq 0$ من اجل كل x من $[1; \alpha]$

(د) انشئ في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

تمرين رقم 58:

🏠 بكالوريا المغرب - 2014 -

(I) لتكن الدالة g والمعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$ (1) ادرس اتجاه تغير الدالة g (2) احسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$ (II) نعتبر الدالة العددية f والمعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = (1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x^2}$ وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1) بين ان : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة الاولى بيانيا.(2) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$ (3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم ضع جدول تغيراتها.(4) بين انه من اجل كل x من $]0; +\infty[$: $(\ln x)^2 + 2 \ln x + \frac{1}{x^2} + 1 \geq 0$ (5) احسب $f(2)$ ، $f(3)$ ، $f(4)$ و $f(5)$ ، ثم انشئ المنحنى (C_f) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (6) لتكن الدالة العددية h والمعرفة على $] -\infty; 2[$ كمايلي : $h(x) = (1 + \ln(2 - x))^2 + \frac{1}{(2 - x)^2}$ وليكن (C_h) المنحنى الممثل لها في المعلم السابق.بين انه يمكن استنتاج المنحنى (C_h) من (C_f) ثم انشئه في المعلم السابق.

تمرين رقم 59:

🏠 بكالوريا المغرب - 2003 -

الجزء 1

 f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$ (1) بين ان : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 من اليمين.(2) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$

الجزء 2

 g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = \ln(x - 2\sqrt{x} + 2)$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x) - \ln x]$ وفسر النتيجة الثانية بيانيا.(2) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x}$ وفسر النتيجة بيانيا.(3) ادرس تغيرات الدالة g .(4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المنحنى (Γ) الممثل للدالة $x \mapsto \ln x$ (5) انشئ المنحنيين (Γ) و (C)

(6) اشرح كيف يمكن الحصول على المنحنى (C') الممثل للدالة k المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة $k(x) = \ln(ex - 2e\sqrt{x} + 2e)$ ، ثم ارسم المنحنى (C') .

تمرين رقم 60:

بكالوريا فرنسا - 2010 -
(Nouvelle-Calédonie)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ كمايلي: $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[1; e]$. اوجد حصرا لـ α سعته 10^{-1}

(4) استنتج إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) (ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]1; +\infty[$

(ج) اثبت انه من اجل كل عدد حقيق $x \in [1; +\infty[$ ، $0 \leq f(x) \leq \frac{\ln x}{x^2}$

(د) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

القسم ٧

مواضيع بكالوريات تجريبية لمدارس اشبال الامة

4

شعبة علوم تجريبية

تمرين رقم 61:

✍ بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2020 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

(I) نعتبر g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي : $g(x) = x^2 - \ln(x)^2$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

(2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم يكون : $g(x) > 0$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $f(x) = \frac{2}{x} + x + \frac{\ln(x^2)}{x}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (ا) احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) احسب : $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتائج بيانيا.

(2) (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي من $\mathbb{R}^*$ تكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(ج) برهن ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) ذو المعادلة $y = x$ ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

(3) (ا) تحقق انه من اجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ ، $-x \in \mathbb{R}^*$ و $f(x) + f(-x) = 0$ ، ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة بيانيا

(ب) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.3 < \alpha < 0.4$ ، ثم استنتج انها تقبل حلا اخر β يطلب تعيين حصراه.

(4) (ا) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما.

(ب) انشئ كلا من : (T_1) ، (T_2) ، (Δ) و المنحنى (C_f)

- (5) (ا) نعتبر الدالة k المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$: بالعلاقة : $h(x) = \left[\frac{\ln(x+1)^2}{x+1} + (x+1) + \frac{2}{x+1} \right]$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- بين انه يوجد تحويل نقطي يحول المنحنى (C_f) الى المنحنى (C_k) . (الانشاء غير مطلوب)

تمرين رقم 62:

بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2 \ln x$

- (1) ادرس تغيرات الدالة g .
- (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.75 < \alpha < 0.76$.
- (3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

نسعي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
- (ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = -x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ) .
- (2) (ا) أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$
- (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- (3) (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.
- (ب) أثبت أن : $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$ واستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
- (ج) أحسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم أرسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) في المعلم السابق.
- (4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $\frac{2}{x}(1 + \ln x) = m$
- (5) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1.

(ا) أحسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمتين التي معادلاتها :

$$y = -x + 1 \text{ و } x = \lambda, x = 1$$

(ب) عين قيمة λ بحيث يكون : $A(\lambda) = \ln \lambda^3$

الجزء الثالث: a عدد حقيقي موجب تماما، f_a دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f_a(x) = 1 - x + \frac{a}{x}(1 + \ln(x))$

وليكن (C_a) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أثبت أن جميع المنحنيات (C_a) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها.
- (2) نعتبر النقط $A\left(-2; \frac{4}{a}\right)$ ، $B\left(1; \frac{2 \ln a}{a}\right)$ و $C(-2a; 2a - 2)$ ، ولتكن النقطة G_a مرجح الجملة المثقلة : $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$



(ا) عين بدلالة a إحداثي النقطة G_a



(ب) استنتج مجموعة النقط G_a عندما يمسخ العدد a المجموعة $\mathbb{R}_+^*$.

تمرين رقم 63:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -x + \ln(x+1)$

(1) ادرس تغيرات الدالة g

(2) استنتج إشارة $g(x)$. ثم بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ فإن $0 < \ln(x+1) < x$

(II) f دالة عددية معرفة على $] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى

معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ فإن $f'(x) = \frac{x^2-3}{x^2-1}$ ثم شكل جدول تغيرات على المجال $]1; +\infty[$

(1) برهن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مقارب للمنحنى (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم

(D) (لاحظ أن $\frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$ ، $x \in]1; +\infty[$)

(2) ارسم المستقيم (D) ثم انشئ المنحنى (C)

(3) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx = 5\ln 5 - 6\ln 3$ - استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيمتين $y = x$ ، $x = 2$ ، $x = 4$

(III) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N} - \{0\}$ كمايلي: $u_n = f(n) - n$

(1) برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة

(2) احسب قيمة المجموع: $S_n = u_2 + u_3 + \dots + u_n$ بدلالة n

(3) برهن أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N} - \{0, 1\}$ فإن $0 < u_n < \frac{2}{n-1}$ ثم عين $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين رقم 64:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016 - دورة ماي، الموضوع الثاني (06 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(0) = 1$ و من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2\ln x) + 1$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

الجزء الأول

(I) (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(II) (1) ادرس قابلية الاشتقاق لـ f عند 0

(2) اثبت أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ ثم احسب $f'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$ ، استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0; +\infty[$ ، تحقق أن: $4.6 < \alpha < 4.7$

(4) اكتب معادلة للمستقيم (D) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

(5) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

(I) احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g' ، استنتج إشارة $g'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

- (ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)
 (ج) احسب $f(6)$ ثم انشئ (C_f) و (D)

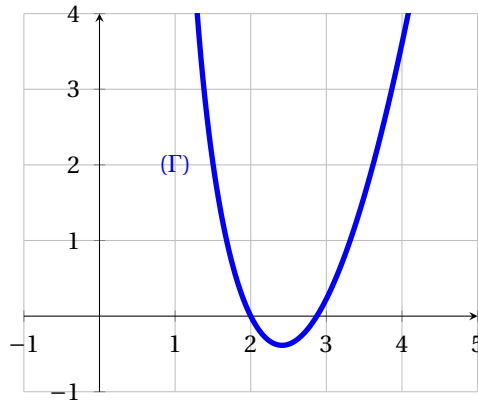
الجزء الثاني

- (1) عدد طبيعي غير معدوم باستعمال التكامل بالتجزئة احسب $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 x^2 \ln x dx$ بدلالة n
 (2) استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$: cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (D) و المستقيمين ذا المعادلتين $x = 1$ و $x = \frac{1}{n}$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} A(n)$

تمرين رقم 65:

بكالوريا تجريبية مدارس أشبال الأمة - 2015 - دورة ماي. الموضوع الأول (07 نقاط)

- (1) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1; +\infty[$ حيث : $g(x) = x^2 - 2x - 4 \ln(x-1)$ (حيث : $\ln$ اللوغاريتم النيبيري)
 (Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.



- (ا) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عين عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$
 (ب) احسب $g(2)$ ، ثم بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2.87 < \alpha < 2.88$
 (ج) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1; +\infty[$
 (2) لتكن الدالة f المعرفة على $]1; +\infty[$ حيث : $f(x) = x - 3 + \frac{4 \ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$
 (Cf) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
 (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 (2) (ا) بين المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)
 (ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
 (3) (ا) بين انه من اجل كل x من $]1; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$
 (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها
 (4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha \approx 3.9)$)
 (5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1; +\infty[$ كمايلي : $h(x) = [\ln(x-1)]^2$
 (ا) احسب $h'(x)$ ، ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$
 (ب) احسب التكامل $\int_2^5 f(x) dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

5

شعبة رياضيات

تمرين رقم 66:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2020 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = (x+1)^2 - 1 + \ln(x+1)$

(1) ادرس تغيرات g

(2) احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $]-1; +\infty[$

(II) f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(2) بين ان من اجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

- شكل جدول تغيرات f

(3) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 يطلب كتابة معادلة له.

(4) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$ ، ماذا تستنتج بيانيا؟

(5) (Δ) مستقيم معادلته $y = x$. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(6) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

(7) m وسيط حقيقي. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $m(x+1) + \ln(x+1) = 0$

تمرين رقم 67:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2019 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

- f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 - (2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
 - (3) - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$
- برهن ان المستقيم $y = x$: (D) مقارب مائل لـ (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (D)
 - (4) اثبت ان المستقيم $y = -x + \ln 2$: (T) مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و (T)
 - (5) ارسم (T) و (D) ثم المنحنى (C)
 - (6) (Δ_m) مستقيم معادلته $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$ حيث m وسيط حقيقي.
(ا) بين ان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثياتها.
(ب) ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$
 - (7) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$
(ا) برهن ان الدالة h زوجية
(ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة $x_0 = 0$
(ج) اشرح كيفية رسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C) ثم ارسم (Γ)

تمرين رقم 68:

🏠 بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الأول (07 نقاط)

- f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $f(x) = (x+2) - 2\ln|2x+1|$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
 - (2) اثبت ان (C) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -3 ثم اكتب معادلته
 - (3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة الى المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$
 - (4) اثبت ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1.3 < \alpha < -1.2$
 - (5) ارسم (T) و (D) ثم انشئ المنحنى (C) (علما ان (C) لا يقبل نقطة انعطاف)
 - (6) (ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين دالة اصلية للدالة $h: x \mapsto \ln(2x+1)$ على المجال $\left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ و التي تنعدم من اجل $x = 0$

(ب) λ عدد حقيقي حيث $-\frac{1}{2} < \lambda \leq \frac{3}{2}$. احسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي

$$\text{معادلاتها } x = \frac{3}{2}, x = \lambda, \text{ و } y = 0. \text{ ثم احسب } \lim_{\lambda \rightarrow \frac{1}{2}} S(\lambda)$$

(7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = -3x + m$

$$(8) \text{ دالة عددية معرفة على } \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\} \text{ بـ: } g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - 2\ln|2x+1|$$

برهن ان المستقيم (K) الذي معادلته $x = -\frac{1}{2}$ محور تناظر للمنحنى (C_g) الممثل للدالة g
- اشرح كيفية انشاء المنحنى (C_g) انطلاقا من المنحنى (C) ثم انشئه.

تمرين رقم 69:

✎ **بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2018 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

f دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(I) 1 برهن ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وفسر النتائج بيانيا.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين انه من اجل كل $x \in]0; +\infty[$: $f''(x) = \frac{2[(\ln x)^2 - 3\ln x + 1]}{x^3}$ ثم استنتج ان المنحنى (C) يقبل تقطبي انعطاف يطلب تعيينهما.

(4) $\alpha \in]0; +\infty[$ نقطة من (C) فاصلتها α و (T_α) المماس للمنحنى (C) في A

(I) بين ان (T_α) يمر بالمبدأ O اذا و فقط اذا كان $f(\alpha) - \alpha f'(\alpha) = 0$

(ب) استنتج وجود مماسين (T_a) و (T_b) يمران بالمبدأ O ثم عين معادلة كل من (T_a) و (T_b)

(5) ارسم المماسين (T_a) ، (T_b) ثم انشئ المنحنى (C).

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = mx$

$$(II) \text{ من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n \text{ نضع: } I_n = \int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^n}{x^2} dx$$

(1) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان : $I_1 = 1 - \frac{3}{e^2}$

(2) باستعمال المكاملة بالتجزئة برهن ان : $I_{n+1} = \frac{-2^{n+1}}{e^2} + (n+1)I_n$ حيث : $n \geq 1$

(3) استنتج القيمة المضبوطة لـ I_2 و فسر النتيجة هندسيا.

تمرين رقم 70:

✎ **بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2017 - دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)**

لتكن الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بمايلي : $g(x) = \frac{x}{x-1} + \ln|x-1|$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم احسب $g(0)$ و استنتج اشارة $g(x)$.

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = x \ln|x-1|$ ليكن (C) المنحنى البياني لها في معلم متعامد و متجانس

$$(O; \vec{i}; \vec{j})$$

ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) بين ان المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها ثم اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند هذه النقطة.

(4) ارسم المنحنى (C) و المماس (Δ)

(5) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; 1]$ فان : $\frac{x^2}{x-1} = x + 1 + \frac{1}{x-1}$ ثم باستعمال التكامل بالتجزئة عين على المجال $[0; 1]$ احسب المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمتين التي معادلاتها : $x = \lambda$ ، $y = 0$ و $x = 0$ احسب $\lim_{\lambda \rightarrow 1} S(\lambda)$

تمرين رقم 71:

✈ بكالوريا تجريبية لمدارس أشبال الأمة - 2016- دورة ماي، الموضوع الثاني (07 نقاط)

من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما α نعتبر الدالة f_α المعرفة على $\left[-\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$ بالعلاقة : $f_\alpha(x) = \ln(\alpha x + 1) - \alpha x$ (C_α) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الجزء الاول

(1) ادرس تغيرات الدالة f_α

(2) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما يكون $\ln(\alpha x + 1) < \alpha x$

(3) بين ان جميع المنحنيات (C_α) تتقاطع في نقطة وحيدة يطلب تعيينها.
 الجزء الثاني :
 نأخذ $\alpha = 1$:

(1) باستعمال السؤال (2) من الجزء الاول، بين انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم β يكون $\ln(1 + \beta) - \ln \beta < \frac{1}{\beta}$

(2) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n يكون : $\ln(1 + n) < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$

(3) استنتج النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}\right)$

(4) عين احداثي النقطة w التي يكون عندها معامل توجيه المماس للمنحنى (C_1) يساوي 1

(5) عين معادلة لمماس المنحنى (C_1) عند النقطة w ثم انشئ (C_1) و المماس.

الجزء الثالث :

لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $g(x) = \ln(1 + |x|) - |x|$

(ا) ادرس قابلية اشتقاق الدالة g عند الصفر.

(ب) بين كيف يمكن انشاء التمثيل البياني (C_g) للدالة g اعتمادا على (C_1) ثم انشئ (C_g) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$