

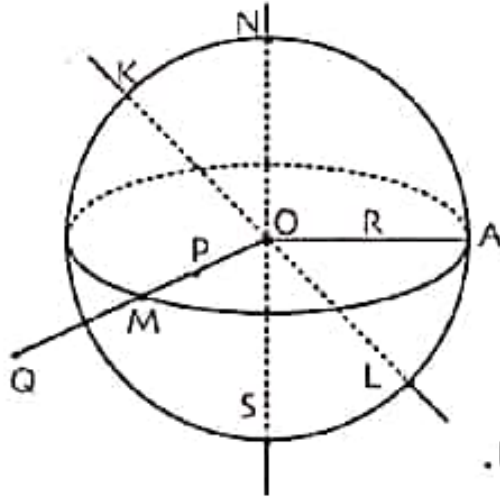
تعريف

الكرة التي مركزها النقطة O و نصف قطرها R هي مجموعة نقط الفضاء التي تبعد عن O بالمسافة R.

مثال

الكرة التي مركزها O و نصف قطرها 1,8 cm هي مجموعة النقط M من الفضاء بحيث $OM = 1,8 \text{ cm}$.

في الشكل لدينا :



• M نقطة من الكرة لأن $OM = R$.

• P ليست نقطة من الكرة لأن $OP < R$.

• P تقع داخل الكرة.

• Q ليست نقطة من الكرة لأن $OQ > R$.

• Q تقع خارج الكرة.

• N, S, K و L نقط من الكرة.

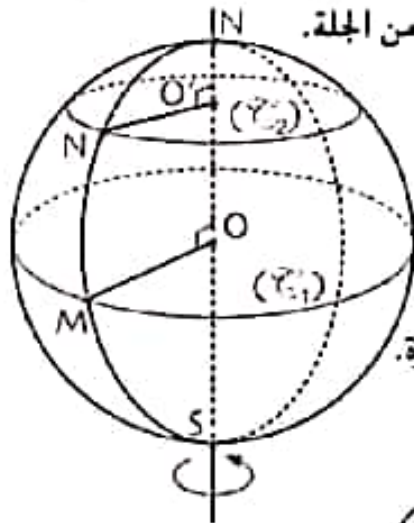
كل من القطعتين [KL] و [NS] تشمل مركز الكرة، فهما قطران لها.

تعريف

الجلة التي مركزها النقطة O و نصف قطرها R هي مجموعة النقط M حيث $OM \leq R$.

• الجلة التي مركزها النقطة O و نصف قطرها R هي مجموعة نقط الكرة التي مركزها O و نصف قطرها R

و النقط التي تقع داخل هذه الكرة. و بالتالي كل نقطة من الكرة هي نقطة من الجلة.



1-3 تمثيل الكرة لاحظ الشكل.

• عندما تدور الدائرة (γ'_2) ذات المركز O حول محورها (NS)

فإنها تولد سطح الكرة التي مركزها O و قطرها NS.

• مسار النقطة M هي دائرة كبرى (γ'_1) مركزها O و قطرها قطر الكرة.

• مسار النقطة N هي دائرة صغيرة (γ'_2) مركزها O و قطرها أصغر من قطر الكرة.

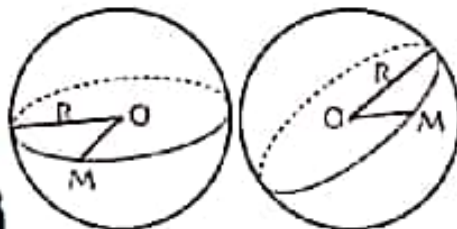
(γ'_1) و (γ'_2) تقعان في مستويين متوازيين.

• يمكن تمثيل كرة بإحدى دوائرها

الكبرى و مركزها

و نصف قطرها.

2 مساحة كرة و حجم جلة



• مساحة كرة نصف قطرها R معرفة بالقاعدة : $A = 4\pi R^2$

• حجم جلة نصف قطرها R معرفة بالقاعدة : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

تعريف

مساحة كرة نصف قطرها 1,2 cm و حجم جلة نصف قطرها 1,2 cm هما :

مثال

• مساحة الكرة : $A = 4\pi R^2 = 4\pi (1,2)^2$ أي $A \approx 18,09 \text{ cm}^2$ بتقريب 1 mm^2

• حجم الجلة : $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (1,2)^3$ أي $V \approx 7,235 \text{ cm}^3$ بتقريب 1 mm^3



الأستاذ نوي عقبة

لجنة الوادي بكرة

3- المقاطع المستوية لجسمات مألوفة

3-1. مقاطع مستوي لكرة ولجلة



الأستاذ نوي عقة

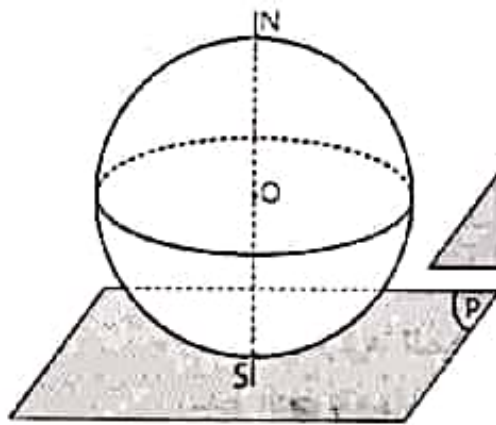
زربية الوادي بسكرة

- مقطع مستوي لكرة هو دائرة.
- مقطع مستوي لجلة هو قرص.

خاصية

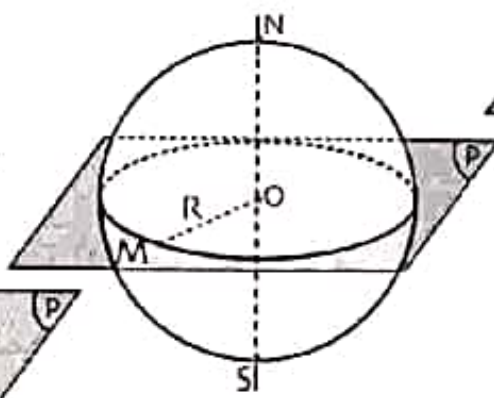
ملاحظات إذا كان I مركز مقطع المستوي للكرة فإن I نقطة من أحد محاور الكرة.
لكل نقطة M من الدائرة، المثلث OIM قائم في I .
المستوي يقطع الكرة إذا كان $OI < R$.

ملاحظات



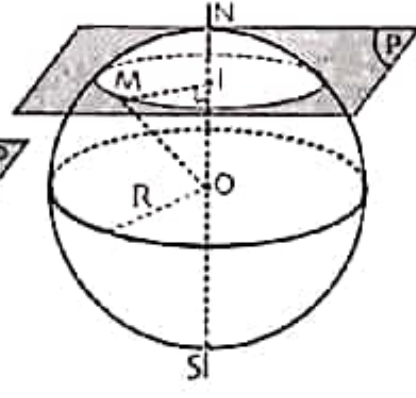
$$OI = R$$

يشارك المستوي و الكرة
في نقطة وحيدة.
المستوي مماس للكرة.



$$OI = 0$$

نصف قطر الدائرة يساوي نصف
قطر الكرة.
المستوي يقطع الكرة وفق دائرة
كبيرة.



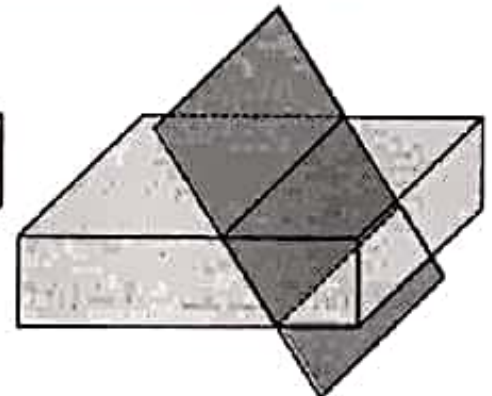
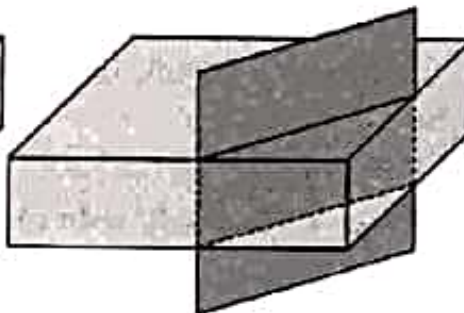
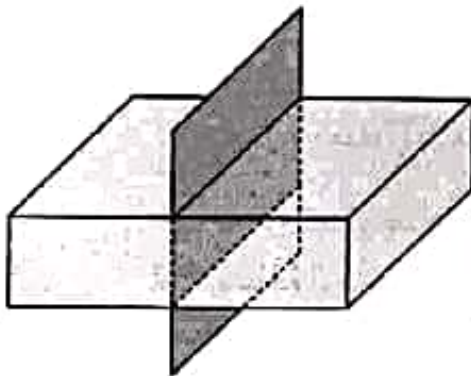
$$OI < R$$

$IM < R$ و نصف قطر الدائرة
أصغر من نصف قطر الكرة.
المستوي يقطع الكرة وفق دائرة
صغيرة.

3-2. مقاطع مستوية لتوازي مستطيلات

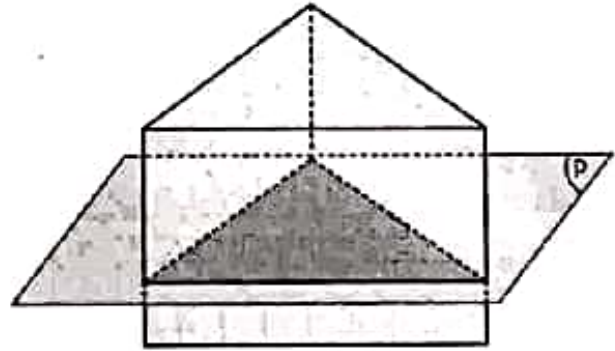
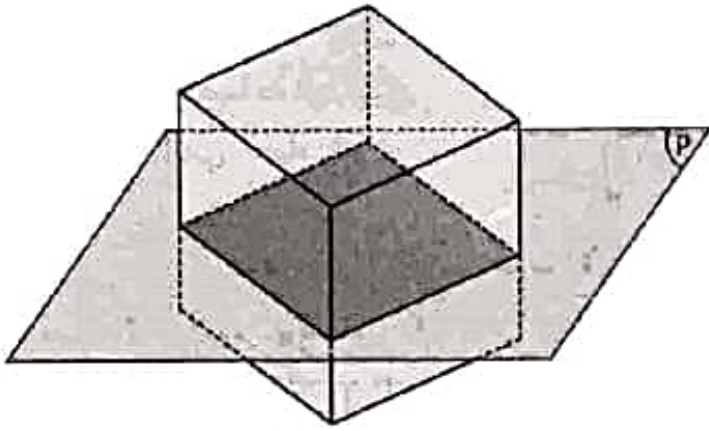
مقطع مستوي لتوازي مستطيلات هو مستطيل.

خاصية



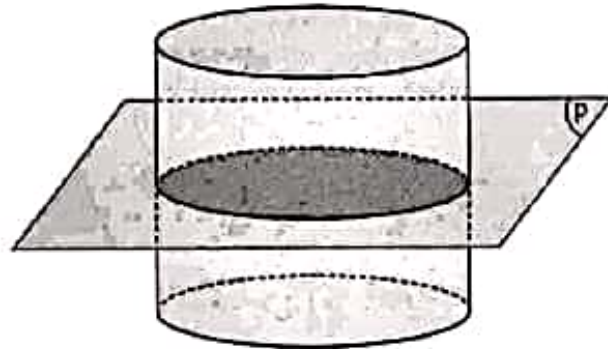
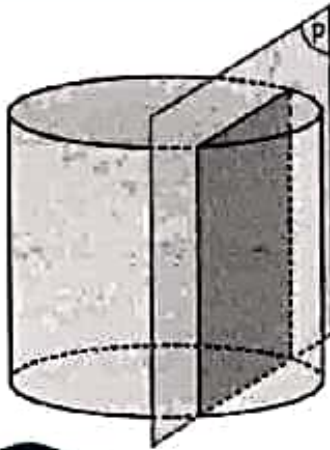
3-3 مقطع مستوي لموشور حيث المستوي يوازي قاعدة الموشور

خاصية مقطع مستوي لموشور قائم حيث المستوي يوازي قاعدة الموشور هو سطح مطابق لقاعدة هذا الموشور.



4-3 مقطع مستوي لأسطوانة دوران

خاصية • مقطع مستوي لأسطوانة الدوران حيث المستوي محور الأسطوانة هو مستطيل.
• مقطع مستوي لأسطوانة الدوران حيث المستوي يوازي قاعدة الأسطوانة هو قرص مطابق للقاعدة.



4 - التكبير والتصغير

1-4 تعاريف و خواص

الأستاذ نوي عقبة

زينة الوادي بسكرة

• تكبير شكل أو مجسم يعود إلى ضرب أبعاده في عدد k أكبر من 1.
• تصغير شكل أو مجسم يعود إلى ضرب أبعاده في عدد محصور بين 0 و 1.

تعريف

العدد k هو نسبة (أو سلم) التكبير أو التصغير.

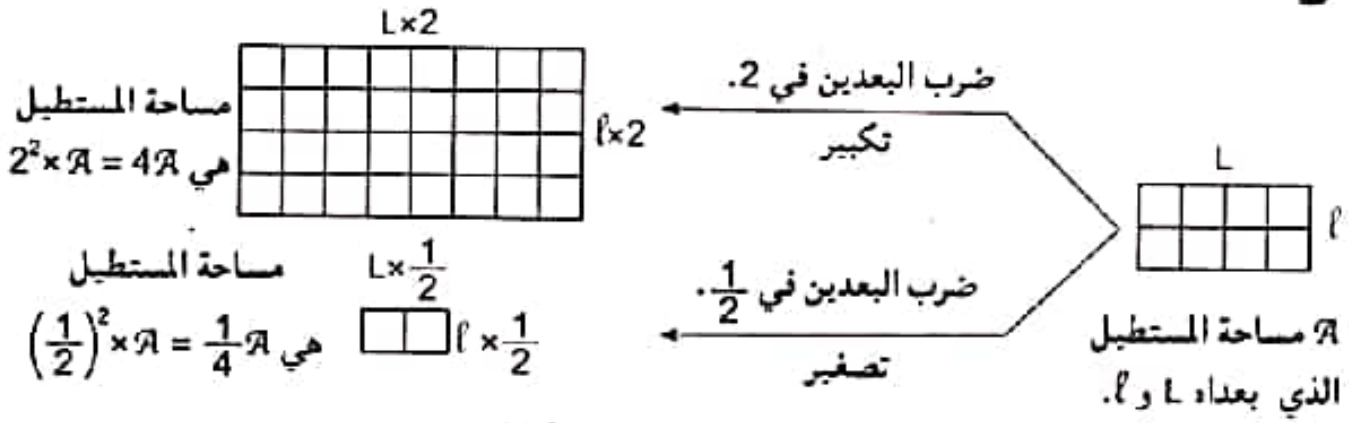
في كل من الحالتين تضرب المساحة في k^2 و يضرب الحجم في k^3 .

ملاحظة

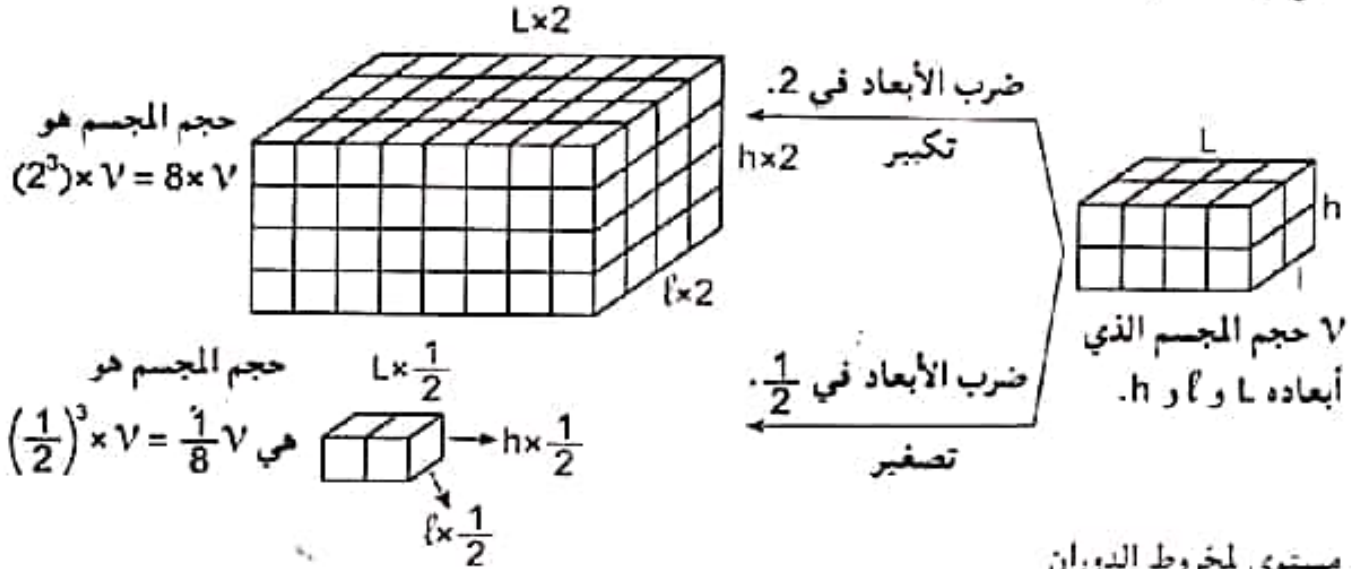
• عند تكبير أو تصغير مجسم نحصل على مجسم من نفس الطبيعة الهندسية.

• عند تكبير أو تصغير مجسم، لا تتغير أقياس الزوايا.

مثال 1

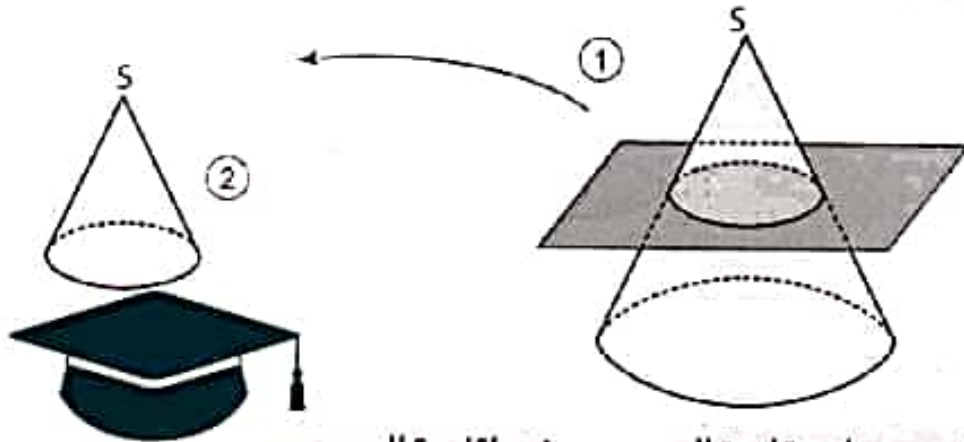


مثال 2



2-4 مقطع مستوي لمخروط الدوران

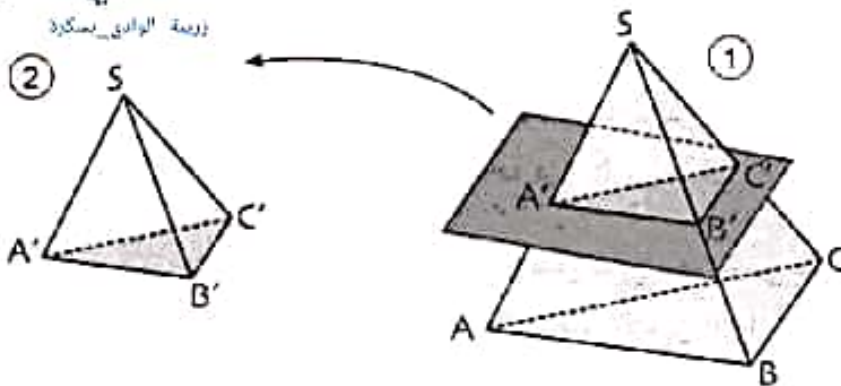
خاصية مقطع مستوي لمخروط الدوران حيث المستوي يوازي قاعدة المخروط هو تصغير لقاعدة المخروط.



المخروط 2 هو تصغير للمخروط 1.

2-4 مقطع مستوي لهرم

خاصية مقطع مستوي لهرم حيث المستوي يوازي قاعدة الهرم هو تصغير لقاعدة الهرم. الأستاذ نوي عقبة



الهرم 2 هو تصغير للهرم 1.

ملاحظة (A'B') يوازي (AB).

(B'C') يوازي (BC).

(A'C') يوازي (AC).

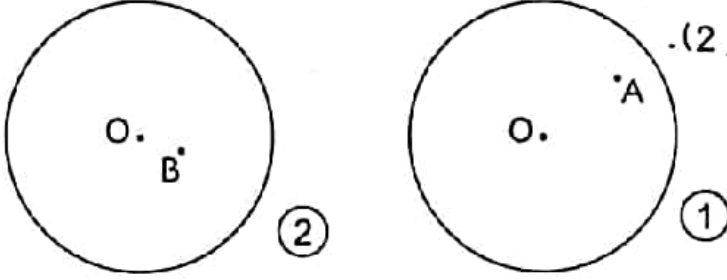
على كل وجه من الهرم نلاحظ مثلثين في وضعية طالس.

طرائق

1 - تمثيل نقطة من كرة أو من جلة

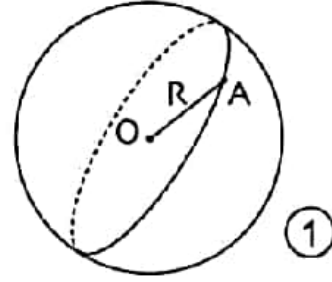
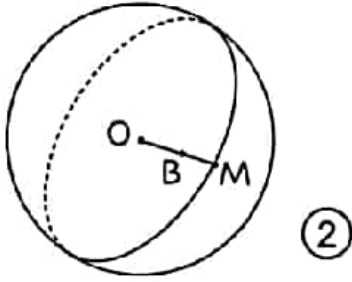
طريقة لتمثيل نقطة A من كرة يكفي رسم إحدى الدوائر الكبرى تشمل A و رسم نصف القطر الذي يشمل A. لتمثيل نقطة B من الجلة (داخل الكرة) يكفي رسم نصف قطر الكرة [OM] يشمل النقطة B وإحدى الدوائر الكبرى نصف قطرها [OM].

تمرين النقطة A نقطة من الكرة التي مركزها O و نصف قطرها R. النقطة B نقطة داخل الكرة (لاحظ الشكلين 1 و 2).
• مثل على الكرة النقطتين A و B.



2. • نرسم نصف القطر [OM] يشمل B ثم إحدى الدوائر الكبرى نصف قطرها [OM].

1. • نرسم [OA] ثم إحدى الدوائر الكبرى نصف قطرها [OA].



2 - حساب نصف قطر مقطع مستو لكرة

طريقة لحساب نصف قطر مقطع مستو لكرة يمكن تطبيق نظرية فيثاغورث أو النسب المثلثية في مثلث قائم.

تمرين يقطع مستوي كرة نصف قطرها 2 cm وفق دائرة مركزها O' بحيث OO' = 1,5 cm.
• احسب نصف قطر هذه الدائرة.

حل لتكن M نقطة من الدائرة مقطع المستوي للكرة. المثلث OO'M قائم في O' بحيث OO' = 1,5 cm. نعلم أن OM = 2 cm. بتطبيق نظرية فيثاغورث نجد :

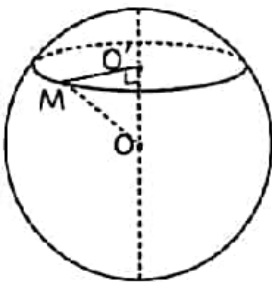
$$OM^2 = OO'^2 + O'M^2$$

$$O'M^2 = OM^2 - OO'^2 \text{ و بعد التعويض نجد :}$$

$$O'M^2 = 4 - 2,25 = 1,75$$

$$\text{و بالتالي : } O'M = \sqrt{1,75}$$

$$\text{أي } O'M \approx 1,32 \text{ cm بتقريب } \frac{1}{100}$$



3 - حساب نصف قطر مقطع مستو لمخروط الدوران

طريقة
لحساب نصف قطر مقطع مستو لمخروط الدوران حيث المستوي يوازي قاعدة المخروط يمكن تطبيق نظرية فيثاغورث أو النسب المثلثية في مثلث قائم أو نظرية طالس.

تمرين
مخروط دوران ارتفاعه 4 cm و نصف قطره 1,5 cm يقطع بمستوي يوازي قاعدة هذا المخروط على بعد 1 cm من القاعدة.

- 1 . احسب نصف قطر المقطع الناتج.
- 2 . احسب نسبة حجم المخروط العلوي على حجم المخروط الكبير.

حل

1 . ليكن S رأس المخروط.

M و N نقطتان من نفس المولد.

لدينا : المثلث SO'N قائم في O' و المثلث SOM قائم في O.

المثلثان SO'N و SOM في وضعية طالس.

إذن $\frac{SO'}{SO} = \frac{O'N}{OM}$. نعلم أن SO = 4 و OM = 1,5 و OO' = 1

إذن SO' = SO - OO' أي SO' = 3

بعد التعويض نجد : $\frac{3}{4} = \frac{O'N}{1,5}$

ينتج أن $O'N = \frac{3 \times 1,5}{4}$

أي $O'N \approx 1,13 \text{ cm}$ بتقريب $\frac{1}{100}$.

2 . لدينا : $\frac{\text{حجم المخروط العلوي}}{\text{حجم المخروط الكبير}}$ هو $\left(\frac{O'N}{OM}\right)^3$

بما أن $\frac{O'N}{OM} = \frac{SO'}{SO} = \frac{3}{4}$

فإن $\left(\frac{O'N}{OM}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

و بالتالي : نسبة حجم المخروط العلوي على حجم المخروط الكبير هي $\frac{27}{64}$

