



أكتوبر 2024

المستوى ثانية علوم تجريبية/ تقني رياضي

المدة: ساعتان

الفرض الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (10 ن):

(I) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$, نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: $f(x) = x^2 - 2x - 1$ و $g(x) = x^2$ و ليكن (C_f) و (C_g) المنحنيين الممثلين لهما

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x + a)^2 + b$, حيث a و b عددين حقيقيين يطلب تحديدهما.

(2) فكك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين, ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 1]$.

(3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = g(x - 1) - 2$.

ب) اشرح كيفية رسم (C_f) انطلاقا من (C_g) ثم أرسمه.

(II) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: $h(x) = x^2 - 2|x| - 1$

(1) بين أن h دالة زوجية.

(2) اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

(3) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

التمرين الثاني (10 ن):

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ المعروف بـ: $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

(1) أحسب $P(2)$. ماذا تستنتج؟

(2) أوجد الأعداد الحقيقية a, b و c حيث من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$

(3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.

ب) استنتج في $\mathbb{R}_+$ حلول المعادلة: $x\sqrt{x} - 6x + 11\sqrt{x} - 6 = 0$

(4) أدرس إشارة $P(x)$ حسب قيم x ثم استنتج حلول المتراجحة $P(x) > 0$ في $\mathbb{R}$.

(5) لتكن الدالة f المعرفة بـ : $f(x) = \frac{P(x)}{(x-2)^3}$

أ) عين مجموعة تعريف الدالة f .

ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{2\}$ أن $f(x) = \frac{(x-2)^2 - 1}{(x-2)^2}$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

ج) بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = 2$ محور تناظر لـ (C_f) .

بالتوفيق

التمرين الأول (10 ن):

(1) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x + a)^2 + b$, حيث a و b عددين حقيقيين يطلب تحديدهما:

$$f(x) = (x - 1)^2 - 2 \text{ ومنه } a = -1 \text{ و } b = -2$$

(2) تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين, ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $] -\infty; 1]$:

$$f(x) = (v \circ u)(x) \text{ حيث } u(x) = x - 1; v(x) = x^2 - 2$$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $] -\infty; 1]$.

$$(3) \text{ أ) من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} : f(x) = g(x - 1) - 2$$

ومنه (C_f) هو صورة (C_g) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\left(\frac{1}{-2}\right)$

(1) تبيان أن h دالة زوجية

$$\text{من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ فإن } -x \text{ من } \mathbb{R} : h(-x) = h(x)$$

(2) كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

$$\begin{cases} g(x) = x^2 - 2x + 1 & ; \quad x \in [0; +\infty[\\ g(x) = x^2 + 2x - 2 & ; \quad x \in] -\infty; 0] \end{cases}$$

(3) كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f)

• لما $x \in [0; +\infty[$: (C_h) ينطبق على (C_f) .

لما $x \in] -\infty; 0]$: (C_h) نظير الجزء المنطبق بالنسبة إلى محور الترتيب.

التمرين الثاني

$$(1) \quad P(2) = 0 \quad \text{نستنتج أن 2 جذر لكثير الحدود } P(x).$$

$$(2) \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases} \quad \text{إيجاد الأعداد الحقيقية } a, b \text{ و } c :$$

$$\text{إذن: } P(x) = (x - 2) (x^2 - 4x + 3)$$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$:

$$S = \{1; 2; 3\}$$

(4) إشارة $P(x)$:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$x-2$	-	-	0	+	+
$x^2 - 4x + 3$	+	0	-	0	+
$P(x)$	-	0	+	0	+

حلول المتراجحة $P(x) > 0$: $S =]1; 2[\cup]3; +\infty[$

(5) استنتج حلول المعادلة $x\sqrt{x} - 6x + 11\sqrt{x} - 6 = 0$

نضع $t = \sqrt{x}$ مع $t > 0$ و منه $x = t^2$

$$S = \{4; 1; 9\}$$

(6) أ) قيم x حتى تكون $f(x)$: $x \in \mathbb{R} - \{2\}$

$$f(x) = \frac{(x-2)^2 - 1}{(x-2)^2} \text{ أن } \mathbb{R} - \{2\} \text{ من } x$$

إشارة $f(x)$ من إشارة $x^2 - 4x + 3$ لأن $(x-2)^2 > 0$ من أجل $x \in \mathbb{R} - \{2\}$

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$x^2 - 4x + 3$	+	0	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	0	+

ج) تبين أن المستقيم ذو المعادلة $x = 2$ محور تناظر لـ (C_f) .

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $4-x$ من $\mathbb{R}$: $f(4-x) = f(x)$