

إمتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

① حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة: $(Z+1)(Z^2-4Z+7)=0$

نرمز بـ $Z_1; Z_2; Z_3$ لحلول هذه المعادلة حيث: Z_1 حقيقي ، $\text{Im}(Z_2) > 0$ ، Z_3 للحل الآخر .

② المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. $A; B; C; D$ و G نقط من المستوي

لواحقها: $Z_1; Z_2; Z_3; Z_4; Z_5$ على الترتيب، حيث $Z_4 = -3i\sqrt{3}$; $Z_5 = Z_1 + Z_2 + Z_3$;

أ) أوجد قياسا للزاوية $(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CG})$ ثم استنتج طبيعة المثلث GAC .

ب) عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل S الذي مركزه C و يحول النقطة G الى A .

ج) أوجد عمدة للعدد المركب $\frac{Z_4 - Z_3}{Z_5 - Z_3}$. فسر ذلك هندسيا .

د) استنتج طبيعة التحويل الذي مركزه C و يحول النقطة G الى D .

③ لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $\overrightarrow{CG} \cdot (-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) = 12$ (1)

أ) بين أن G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A; -1); (B; 2); (C; 2)\}$

ب) بين أن العلاقة (1) تعني : $\overrightarrow{GM} \cdot \overrightarrow{CG} = -4$ (2)

ج) تحقق من أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (E)

د) بين أن العلاقة (2) تعني : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CG} = 0$. استنتج طبيعة (E)

التمرين الثاني: (03.5 نقاط)

أذكر إن كانت كل جملة من الجمل التالية صحيحة أو خاطئة مع التعليل.

① العدد 2017 أولي . ② العددان 2019 و 1437 أوليان فيما بينهما.

③ المعادلة $24x + 35y = 9$ تقبل حلا على الأقل في مجموعة الأعداد الصحيحة.

④ حلول المعادلة $24x + 35y = 9$ هي الثنائيات $(70k - 144; 99 - 24k)$ حيث: x و y و k أعداد صحيحة.

⑤ العدد 1434 يكتب 809^x في نظام عد أساسه x

③ عدد مركب يحقق: $\arg(w - 3 + 2i) = \arg(w - 1) + \frac{\pi}{2}$. بين أن الجملة تكافئ $\frac{w - 3 + 2i}{w - 1} = i$ ثم عين w .

④ لتكن نقطة M من المستوي تختلف عن A و B لاحقتها Z و لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z و التي يكون من أجلها $L = \frac{Z_M - Z_B}{Z_M - Z_A}$ عددا تخيليا صرف.

أ) تحقق أن النقطة I تنتمي إلى (E) .

ب) أعط تفسيراً هندسيا لعمدة العدد المركب L ، عين المجموعة (E) ثم أنشئها.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

الجزء I: لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1; +\infty[$ حيث : $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل .

① براءة بيانية للمنحنى (Γ) ، عين عدد حلول المعادلة : $g(x) = 0$.

② أحسب $g(2)$ ، ثم بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $2,87 < \alpha < 2,88$.

③ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1; +\infty[$

الجزء II: لتكن الدالة f المعرفة على $]1; +\infty[$ حيث : $f(x) = x - 3 + \frac{4\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

① أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانياً ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

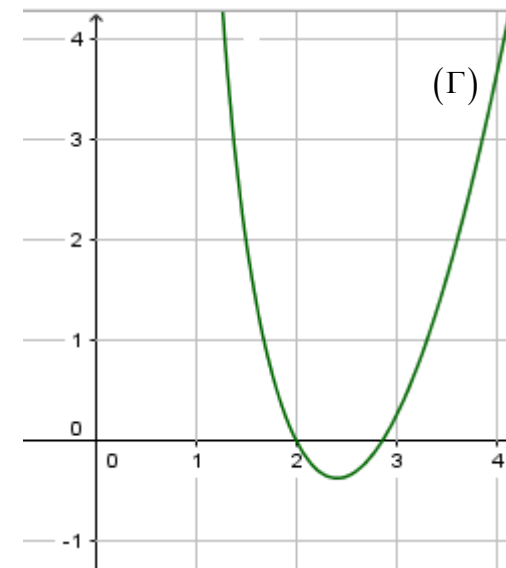
② أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

③ أ) بين أنه من أجل كل x من $]1; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

④ أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ : $f(\alpha) = 3,9$)



التمرين الثالث: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقطتين $I(3; -1; 0)$ و $A(2; 1; 1)$ مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء التي تحقق: $MA^2 - \overline{MA} \cdot \overline{MI} = 0$

① بيّن أنّ النقطة A تنتمي إلى المجموعة (P) وأنّ (P) هي المستوي ذو المعادلة: $x - 2y - z + 1 = 0$.

② جد معادلة لسطح الكرة (S) ذات المركز I وتشمل النقطة A .

③ ليكن المستوي (P') المعروف بالمعادلة: $2x - y + z - 4 = 0$.

أ) بيّن أنّ (P') يقطع (S) وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها H ونصف قطرها R .

ب) لنكن النقطة $B(2; -2; -2)$ تحقق من أنّ AB هو أحد أقطار الدائرة (C) .

ج) جد معادلة ديكارتيه للمستوي (Q) المماس لسطح الكرة (S) في النقطة B .

④ عيّن المجموعة (Σ) للنقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث: $(x - 2y - z + 1)^2 + (2x - y + z - 4)^2 = 0$

التمرين الرابع: (05.5 نقاط)

عين الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

أ	ب	ج	
حلين	حلاً واحداً	لا تقبل حلول	① في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة $e^{2x} - 4e^x - 5 = 0$ تقبل
+1	+2	$+\infty$	② $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{e^{2x-2} - 1}{x - 1} \right)$ تساوي
$h'(x) = \frac{e^{2x}}{2\sqrt{e^{2x} + 1}}$	$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{e^{2x} + 1}}$	$h'(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x} + 1}}$	③ f و h دالتان معرفتان على الترتيب ب: $f(x) = \sqrt{x}$ و $h(x) = f(e^{2x} + 1)$
$1 - x$	$2 - x$	$-x$	④ التقريب التآلفي للدالة f حيث $f(x) = e^{1-x}$ بجوار 1 هو
$f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$	$f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$	$f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$	⑤ إذا كانت الدالة f حلاً للمعادلة التفاضلية $3y' - 2y + 6 = 0$ حيث $f(0) = 4$ فإن
$S = [-e; e]$	$S =]0; e]$	$S =]1; e]$	⑥ مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x - 1) + \ln(x + 1) \leq \ln(e - 1) - \ln\left(\frac{1}{e + 1}\right)$ هي
$f'(x) = \frac{1 + 2 \ln x}{x^2}$	$f'(x) = \frac{2(1 + \ln x)}{x}$	$f'(x) = \frac{2(x + \ln x)}{x^2}$	⑦ مشتقة الدالة f حيث $f(x) = \ln(x^2) + (\ln x)^2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (03.5 نقاط)

① جد جميع الثنائيات المرتبة $(x; y)$ من الأعداد الطبيعية حيث: $x^3 - y^3 = 631$

② أ) ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد 111 على 7 .

ب) عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 7

③ α عدد طبيعي يكتب في النظام العشري كمايلي: $\alpha = 999888777666555444333222111$

أ) بيّن أنّ α يكتب بدلالة العدد 111 .

ب) ما هو باقي قسمة العدد α على 7 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر المجموعة (S) للنقط $M(x; y; z)$ حيث: $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0$

① بيّن أنّ (S) سطح كرة يُطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها .

② نعتبر المستوي (Q) المعروف بالمعادلة: $2x - 2y + z - 2 = 0$

أ) حدّد الوضع النسبي للمستوي (Q) و سطح كرة (S)

ب) بيّن أنّ نقط تقاطع المستوي (Q) والسطح الكروي (S) هو دائرة يُطلب تحديد مركزها ونصف قطرها .

③ نعتبر المستوي (P_m) المعروف بالمعادلة: $2mx + (1 - 2m)y + mz + 1 - 2m = 0$ حيث m عدد حقيقي .

أ) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(0, -1, 0)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1, 0, -2)$.

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) محتوئ في المستوي (P_m) .

ب) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) مماساً للسطح كرة (S)

ج) حدّد العدد الحقيقي m التي من أجلها يكون المستوي (P_m) عمودي على المستوي (Q)

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

① حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $(Z^2 + 6Z + 10)(Z - 3 + 2i) = 0$.

② نعتبر الأعداد المركبة: $Z_A = 3 - 2i$; $Z_B = 1$; $Z_C = -3 + i$; $Z_D = -3 - i$; $Z_I = 3$.

أ) علم في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقط: A ; B ; C ; D و I .

ب) عين طبيعة الرباعي $AICD$.

ج) أكتب العدد $Z_A - Z_B$ على الشكل الأسّي، ثم تحقق أن العدد $(Z_A - Z_B)^{2016}$ حقيقي.